UN SISTEMA BASADO EN CASOS PARA LA TOMA DE DECISIONES EN CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

Iliana Gutiérrez Martínez[1], Rafael E. Bello Pérez y Andrés Tellería Rodríguez
Departamento de Ciencia de la Computación, Universidad Central de Las Villas, Santa Clara, Cuba

RESUMEN
El desarrollo de técnicas para considerar la incertidumbre en el proceso de toma de decisiones es una de las tareas fundamentales de muchos investigadores en el campo de la Inteligencia Artificial. En los Sistemas Basados en Conocimiento, como sistemas particulares para la toma de decisiones, el uso de estas técnicas es de especial consideración. En este artículo se analiza la problemática de la incertidumbre en los Sistemas Basados en Casos y se propone un modelo que muestra vías para su determinación y manejo, usando técnicas probabilísticas combinadas con conceptos de la teoría de los Conjuntos Rugosos (Rough Sets). El modelo propuesto se basa en una estructura de organización de la base de casos que facilita el cálculo de la certidumbre de los valores así como el proceso de recuperación.

Palabras clave: Sistemas Basados en Casos, incertidumbre, probabilidades, conjuntos rugosos.

ABSTRACT
The development of techniques to consider the uncertainty in the process of making of decisions is one of the fundamental tasks of many investigators in the field of Artificial Intelligence. In Knowledge Based Systems, like particular systems for the making of decisions, the use of these techniques is of special consideration. In this article the problem of the uncertainty is analyzed in the Cases Based Systems and propose model that shows ways for its determination and handling, using probabilistic techniques combined with concepts of the Rough Sets theory. The proposed model is based in a case base organization, which allows the calculation of the certainty of the values as well as the recovery process.

Key words: Case Based Systems, uncertainty, probabilities, rough sets

MSC: 62C99

1. INTRODUCCION

Cuando el estado real de las cosas difiere del estado deseado surge un problema. Resolver un problema conduce a un proceso de identificación y selección de la acción adecuada para su solución. A este proceso se le denomina Toma de Decisiones, donde una decisión es la elección de una entre diversas alternativas.

En la actualidad la toma de decisiones objetivamente fundamentada, se ha convertido en una tarea fundamental en la dirección de diferentes procesos, con énfasis en la empresarial, sin embargo, las decisiones no son sólo tareas relativas a la dirección. Cualquier hombre ha tomado todo tipo de decisiones a lo largo de su vida. Un problema típico de Toma de Decisiones es el problema del diagnóstico (Cohen, 1988, Kuncher, 1999, Bortolan, 1988).

La base del proceso de Toma de Decisiones es la información que se tiene del dominio de aplicación. A más y mejor información, mayor calidad en la definición del problema, en las propuestas de solución, en el análisis de variantes y en la selección de la acción más conveniente. Particularmente, la información y las carácterísticas disponibles del dominio, permiten clasificar los problemas de decisión en dos grandes ramas,: problemas de decisión estructurados y no estructurados. En la primera de ellas están los problemas con suficiente estructura como para permitir la evaluación de alternativas por medio de modelos y comúnmente son resueltos usando métodos cuantitativos, sólo representan un pequeño subconjunto de los procesos de decisión. En la segunda se ubican los problemas carentes de esa formulación y que frecuentemente es necesario recalcularlos a través de un proceso iterativo de búsqueda. Es precisamente en esta segunda clase de problemas de Toma de Decisiones, donde las técnicas de Inteligencia Artificial (I.A.) son aplicables. Según (Dubois, 1998), los problemas de decisión se formalizan de la siguiente manera:

[1]**E-mail**:iliana@uclv.etecsa.cu

Las preferencias de un agente por ciertos estados del mundo están incorporadas en una función de utilidad, la cual expresa qué tan deseable es un estado. Las utilidades se combinan con el resultado de las probabilidades de las acciones para dar una utilidad esperada de cada una de éstas. De esta forma se define la utilidad esperada de un estado dada una evidencia como:

$$UE(A|E) = \sum_i P\left(Resultado_i(A)|E, Hacer(A)\right)U\left(Resultado_i(A)\right) \tag{1}$$

donde

U(S): Utilidad del estado S de acuerdo con el agente que está tomando las decisiones.

$Resultado_i$ (A): Posibles estados de resultado de una acción no determinista A, donde i son los resultados que pueden obtenerse.

$P(Resultado_i(A)|E,Hacer(A))$: donde E resume la evidencia que sobre el mundo tiene el agente y Hacer(A) es la proposición de que sea ejecutada la acción A en el estado actual.

Principio de Máxima Utilidad Esperada (MUE): El agente debe elegir aquellas acciones que permitan obtener el máximo de la utilidad esperada del agente.

Entre las técnicas de I.A. empleadas en la solución de problemas de Toma de Decisiones están los Sistemas Basados en Reglas (Buchanan 1983), las Redes Neuronales Artificiales (Barr 1994, Skapura 1996), Sistemas de Inferencia Borrosos (Shi-quan 1988, Cohen 1988, Klir 1995b) y los Sistemas Basados en Casos (Kolodner 1992, Kolodner 1993, Aamodt 1996, Mariiel 1994). La aplicabilidad del Razonamiento Basado en Casos en la Toma de Decisiones se ha analizado por diferentes autores, entre ellos. (Almoayyel 1997, Aithoff 1996, Kolodner 1991, Baldwin 1994)

Además de métodos para elegir la decisión a tomar es necesario considerar otro aspecto de mucha importancia en la Toma de Decisiones: el problema de la certidumbre de la información (Stael 1973, Shapiro 1990, Mathur 1996, Russell 1996). El problema de la Toma de Decisiones se considera dentro de una línea continua que va de la certeza a la turbulencia, pasando por el riesgo y la incertidumbre. Según el economista británico Shackle: “...en un mundo predestinado la decisión pudiera ser ilusoria, en un mundo de conocimiento perfecto, inútil, en un mundo sin orden natural, ineficaz”. Nuestra actividad intuitiva de la vida implica que la Toma de Decisiones no es ilusoria, ni inútil, ni ineficaz ya que la Toma de Decisiones en este sentido excluye tanto el conocimiento perfecto como la anarquía, y por tanto tiene que ser definida en los límites de la incertidumbre. (Klir 1995a)

En este trabajo se presenta un modelo para manejar la problemática de la Toma de Decisiones basada en casos en condiciones de incertidumbre. El modelo propuesto permite asignar valores de certidumbre a los datos de una base de casos y realizar los procesos de recuperación y adaptación considerando la incertidumbre involucrada en la información. El modelo propuesto se basa en una estructura de organización de los casos que facilita el proceso de recuperación de los mismos. Para modelar la incertidumbre contenida en la base de casos y propagarla en los procesos de inferencia se utiliza un enfoque probabilístico combinado con los conceptos fundamentales de la teoría de los conjuntos rugosos.

2. SISTEMAS BASADOS EN CASOS. INCERTIDUMBRE

Los Sistemas con Razonamiento Basado en Casos (CBS) son una de las tecnologías actuales para construir Sistemas Basados en el Conocimiento. En ellos los nuevos problemas se resuelven considerando la solución dada a problemas similares resueltos en el pasado. La arquitectura básica de un CBS consiste de una base de casos, un procedimiento para buscar casos similares y un procedimiento de adaptación para ajustar las soluciones de los problemas similares a los requerimientos del nuevo problema.

2.1. Componentes de un Sistema Basado en Casos

Las componentes fundamentales de un Sistema Basado en Casos son: la base de casos, el módulo de recuperación y el módulo de adaptación.

2.1.1. Base de Casos

Un caso de la base es descrito a partir de los valores que se le asignan a los rasgos predictores y a los rasgos objetivos. Los rasgos predictores son los que determinan los valores de los rasgos objetivos. Un caso que tenga n rasgos predictores y p rasgos objetivos se describe del siguiente modo:

$$O_t\left(x_1(O_t),...,\ x_i\ (O_t),...,\ x_n\ (O_t),\ y_1\ (O_t),...,\ y_j\ (O_t),...,\ y_p\ (O_t)\right) \qquad (2)$$

donde:

$x_i\ (O_t)$: es el valor del rasgo predictor i = 1,n para el caso O_t t =1,m de la base

$y_j\ (O_t)$: es el valor del rasgo objetivo j = 1, p para el caso O_t t =1,m de la base

La base de casos está formada por un conjunto de casos y puede ser representada a través de una tabla de decisión, en la cual las columnas son etiquetadas por variables que representan los rasgos predictores y los rasgos objetivos (decisiones) y las filas representan los casos.

La Tabla 1 muestra un ejemplo de una base de casos. Aquí los casos se representan por $O_1,...,O_m$, los rasgos predictores por: x_1, x_2,..., x_n y los rasgos objetivos (decisiones) por $y_1,...,y_p$.

Tabla 1. Tabla de decisión que representa una base de casos.

Caso	x_1	...	x_n	y_1	...	y_p
O_1	$x_1(O_1)$	...	$x_n(O_1)$	$y_1(O_1)$	...	$y_p(O)$
...	...	...	...		...	
O_m	$x_1(O_m)$	...	$x_n(O_m)$	$y_1(O_m)$	...	$y_p(O_m)$

2.1.2. Módulo de Recuperación

El módulo de recuperación consta de dos etapas fundamentales: la etapa de acceso y la etapa de recuperación propiamente dicha.

El algoritmo de acceso a los casos debe ser rápido y eficiente. Este depende de las técnicas de indización usadas y su diseño se vuelve un aspecto crítico cuando la base de casos es muy grande.

Entre las técnicas de acceso a casos podemos mencionar:

Acceso exacto. Se busca el caso que encaje exactamente con el caso nuevo.

Acceso Jerárquico. Básicamente se buscan los casos en un árbol, tomando decisiones en cada nodo hasta que ya no se pueda avanzar. Si se encuentra una hoja se muestran los casos correspondientes, si se llegó hasta un nodo, se muestra todos los casos que se deriven de él.

Esta última técnica es la que se usa en nuestro modelo.

En la segunda se seleccionan los casos más similares al nuevo problema. Para determinar qué tan similar es un caso a otro se han desarrollado varias técnicas. La más sencilla consiste en contar el número de características similares entre los dos casos. El problema de esta técnica es que la importancia de las características varia de un contexto a otro. Otra técnica consiste en utilizar un conjunto de heurísticas que permitan determinar cuales características tienen mayor relevancia (peso) y formular una función de semejanza que involucre la similitud entre cada uno de los rasgos teniendo en cuenta el peso de los mismos. Un modelo matemático de esta última técnica es el siguiente:

Función de semejanza entre un nuevo problema a resolver O_0 y un caso O_t de la base

$$\beta(O_0, O_t) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot \delta_i(O_0, O_t)}{\sum_{i=1}^{n} p_i} \qquad (3)$$

donde:

n: Número de rasgos predictores.

p_i: Peso o relevancia del rasgo i.

$\delta_i(O_0, O_t)$: Función de comparación entre los casos O_0 y O_t atendiendo al rasgo i. Esta función puede estar definida de diferentes formas, por ejemplo:

Para rasgos numéricos.

$$\delta_i(O_0, O_t) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad x_i(O_0) = x_i(O_t) \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases} \tag{4}$$

$$\delta_i(O_0, O_t) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad |x_i(O_0) - x_i(O_t)| < \varepsilon \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases} \tag{5}$$

ε: Valor umbral definido por el usuario.

$$\delta_i(O, O_t) = 1 - \frac{|x_i(O) - x_i(O_t)|}{\max_i - \min_i} \tag{6}$$

$\max_i$, $\min_i$: Valores máximo y mínimo respectivamente que alcanza el rasgo i.

El resultado de aplicar esta función de semejanza en el módulo de recuperación nos brinda la utilidad del caso analizando este problema como un problema para la toma de decisiones.

2.1.3. Módulo de Adaptación

Una vez seleccionados los casos similares, se efectúa el procedimiento de adaptación, que consiste en la modificación y combinación de las soluciones de los casos similares para formar una nueva solución, una interpretación, o una explicación dependiendo de la tarea que lleve a cabo el sistema. Es deseable que el sistema también genere justificaciones o explicaciones que apoyen a la solución creada para el nuevo caso.

Al acceder a los casos similares, lo mejor que puede pasar es encontrar un caso exactamente igual al nuevo, pero generalmente no sucede así, y es necesario realizar el proceso de adaptación. La adaptación puede realizarse por el usuario o de manera automática por el sistema. Si la adaptación la realiza el usuario, el sistema sólo realizaría la búsqueda de los casos similares. Si la adaptación la ejecuta el sistema, entonces debe contener algún conocimiento, tal como fórmulas o reglas. Las técnicas desarrolladas para la realización de la adaptación en forma automática han dado en general buenos resultados. En (Kolodner 1993) se mencionan los siguientes métodos de adaptación:

Reinstanciación. En este tipo de técnica se utiliza el marco o contexto de situaciones anteriores, pero con nuevos argumentos.

Ajuste de parámetros. Se ajustan los parámetros de la solución de casos anteriores de acuerdo con las diferencias entre las descripciones de los casos en cuestión.

Búsqueda local. Se realizan búsquedas dentro de jerarquías semánticas y se soluciona el problema por analogía.

En el presente trabajo se propone un nuevo enfoque donde se hace uso de la certidumbre de la solución.

2.2. Ventajas y Desventajas de los Sistemas Basados en Casos sobre otras Tecnologías

Ventajas

1. Adquisición de conocimiento. La unidad básica del conocimiento es el caso. Los seres humanos por lo general articulan su conocimiento mediante ejemplos de problemas y soluciones anteriores (casos), más que por medio de reglas específicas y abstractas.

2. Permite proponer soluciones a problemas rápidamente. Esto lo logra ya que las respuestas no se derivan a partir de cero, sino de casos resueltos previamente.
3. Aprendizaje. Si la misma situación se presenta repetidamente, no se tiene que construir o generar la misma solución a partir de cero.
4. Propone soluciones en dominios no entendidos completamente por el sistema.
5. Ofrece un medio de evaluación de soluciones cuando no se cuenta con un método algorítmico.
6. Se centra en las características o partes más importantes del problema.

Desventajas

1. Confía ciegamente en los casos previos almacenados en su memoria para intentar proponer su solución.
2. Puede ser que no recupere el caso más apropiado para la solución del nuevo caso.

Estas desventajas podrían eliminarse con la introducción de un mecanismo de manejo de la incertidumbre en estos sistemas. El desarrollo de este mecanismo constituye el objetivo fundamental del presente trabajo.

2.3. incertidumbre en los sistemas basados en casos

La información incompleta es omnipresente: casi toda la información que se tiene del mundo es no cierta, completa o precisa. La incertidumbre cala nuestra compresión del mundo real. El propósito de los sistemas de información es modelar el mundo real. Por ello dichos sistemas tienen que ser capaces de modelar la incertidumbre. De forma empírica, la incertidumbre es casi una medida inseparable de casi cualquier media resultante de una combinación de inevitables errores de medición y límites de resolución de los instrumentos de medición utilizados. De forma cognitiva, esta emerge de la vaguedad y ambigüedad inherente al lenguaje natural. Se ha hecho claro que hay distintos tipos de incertidumbre. La incertidumbre es un concepto multidimensional. Las teorías matemáticas clásicas para caracterizar situaciones bajo incertidumbre han sido la teoría de conjunto y la teoría de las probabilidades. (Klir, 1995a, Klir, 1998)

El término incertidumbre se utiliza de forma general para abarcar diferentes tipos de incertidumbre: imprecisión, incompletez, vaguedad e inconsistencia. La imprecisión es relativa a la existencia de un valor el cual no puede ser medido con la precisión adecuada, la incompletez a la ausencia de valores para algunas variables consideradas, la vaguedad a la ausencia de un límite claro para un concepto o conjunto y la inconsistencia describe una situación en la cual hay dos o más valores en conflicto para ser asignados a una variable. (Bonnisone 1985, Bosc, 1993)

Por muchos años la incertidumbre fue concebida sólo en términos de la teoría de las probabilidades. Actualmente se han desarrollado otros enfoques que han demostrado su capacidad para caracterizar situaciones bajo incertidumbre. Los más conocidos de éstos son: la Teoría de la Evidencia (Shafer, 1976), la Teoría de la Posibilidad (Zadeh, 1978), la Teoría de las Medidas Borrosas (Sugeno 1974) y la Teoría de los Conjuntos Rugosos. (Pawlak, 1982, Klir, 1995b, Klir, 1998, Neufeld, 1997, Orlowska, 1998, Pawlak, 1995a, Pawlak, 1995b)

Obviamente el Razonamiento Basado en Casos no escapa de la problemática de la incertidumbre. Hay posibilidades de imprecisión tanto en el conocimiento (base de casos) como en el planteamiento del problema. El conocimiento del problema radica esencialmente en la colección de casos, luego la primera interrogante es si el caso representa o no el objetivo para el cual fue puesto en la base, es decir ¿cuál es el grado de certeza de que la solución contenida en el caso sea válida?. Otro aspecto referido con el conocimiento del sistema es el modelo de organización de los casos. Este modelo permite almacenar los casos quizás no como un todo, y luego recuperar los casos más semejantes reconstruyendo los mismos, aquí la fuente de incertidumbre está dada por la medida en que el modelo permite descomponer y recomponer los casos.

Los resultados planteados en este trabajo están orientados a resolver el primer aspecto, es decir determinar la certidumbre de los valores representados en la base y una vez determinada, manipularla en los módulos de recuperación y adaptación de forma tal que se solucionen las siguientes interrogantes:

1. Supongamos que estamos trabajando con tres rasgos predictores: *FORMA, TAMAÑO* y *COLOR* y que por algún método dado, se ha determinado que el rasgo *FORMA* es el rasgo más importante y por tanto el que mayor peso tiene. Sin embargo los valores que ha tomado ese rasgo tienen muy bajo nivel de certidumbre, surge entonces la próxima interrogante ¿es correcto asignar un peso grande a un rasgo del cual estamos tan inseguros?

2. Considérese el rasgo *COLOR* con los valores $\{$*AZUL, ROJO, VERDE, NEGRO*$\}$, tener en cuenta la incertidumbre, significa que el rasgo *COLOR* toma un valor en el caso almacenado y otro en la descripción del problema a resolver, pero sobre ambos valores hay dudas sobre su certeza. Por ejemplo: *COLOR=AZUL* (*0.9*) en el caso y *COLOR=ROJO* (*0.6*) en la descripción del problema. La situación anterior nos obliga a pensar en dos aspectos. El primero es que ahora la función de comparación tendrá como argumentos valores sobre los que existen dudas y por lo tanto el valor de la función de comparación entre estos colores dadas las certidumbres 0.9 y 0.6 no tiene que ser igual que en el caso en que ambos valores de certidumbres sean 1. Considerar el valor de la certidumbre en los valores dados a los rasgos nos obliga a redefinir las funciones de comparación de rasgos definidas originalmente. De aquí surge la siguiente interrogante: ¿cómo construir funciones de comparación de rasgos considerando incertidumbre en los valores dados a estos?

Supongamos los casos recuperados son O_5 y O_{15} y que ambos tienen el mismo nivel de semejanza. Sin embargo el valor del rasgo objetivo es diferente para ambos (situación de conflicto). ¿Por qué caso adaptar?

Hemos señalado algunos momentos del razonamiento basado en casos donde resulta necesario tener en cuenta la manipulación de la incertidumbre. En el siguiente epígrafe se presentan algunas ideas preliminares sobre la elaboración de un modelo para la manipulación de la incertidumbre en los CBS.

3. MODELO PARA LA MANIPULACION DE LA INCERTIDUMBRE EN UNA BASE DE CASOS

3.1. Descripción del Problema

Se resuelve un problema de Toma de Decisiones utilizando el razonamiento Basado en Casos en condiciones de incertidumbre.

Desde la perspectiva del enfoque basado en casos los problemas de decisión se describen de la forma siguiente: los casos en la base se componen de un conjunto de rasgos predictores de la forma (valor, certidumbre) y un rasgo objetivo de la forma (valor, certidumbre), donde los valores son discretos y de cardinalidad finita.

Un nuevo problema se describe en términos de los valores que toman los rasgos predictores en la nueva situación donde el agente tiene que tomar la decisión y el sistema debe ser capaz de inferir qué decisión debe tomar a partir de la experiencia acumulada en la base de casos. Luego el modelo a desarrollar tiene que:

1. Dar una vía para calcular la incertidumbre presente en los casos almacenados en la base de casos (pues usualmente la base de casos se crea a partir de fuentes donde no están explícitamente registrados los valores de incertidumbre). Es decir debemos encontrar para cada valor x_i (O_t) dado al rasgo predictor i (i = 1,n) en el caso O_t (t = 1,m) una medida $\xi_i(O_t)$ y para cada decisión y_j (O_t) dado al rasgo objetivo j (j = 1,p) en el caso O_t (t = 1,m), una medida $\nu_j(O_t)$, ambas medidas denotan las certidumbres de dichos valores.

2. Desarrollar un procedimiento de recuperación para la selección de los casos más semejantes al nuevo problema a partir de las descripciones planteadas en el caso y la situación donde el agente debe tomar la nueva decisión, considerando que en la descripción de ambas situaciones hay incertidumbre.

3. Desarrollar un proceso de adaptación que a partir de las decisiones tomadas en los casos recuperados y la incertidumbre asociada determine cuál debe ser la decisión a tomar y con qué certidumbre se toma.

3.2. Estructura General del Modelo Desarrollado

El cálculo de la certidumbre asociada al valor de cada rasgo se calcula a partir de dos magnitudes. La primera de ellas tiene en cuenta la información almacenada en la base de casos y representa la certidumbre de que un rasgo tome un valor dado de su dominio conociéndose la decisión tomada. La segunda magnitud representa la certidumbre del valor conocida su fuente de obtención (exacta, criterios de expertos, instrumentos de medición) y por tanto puede variar de uno a otro caso. Ambas magnitudes son calculadas como probabilidades y se les denominan *Primera* y *Segunda Probabilidad* respectivamente (para abreviar P_1 y P_2).

La probabilidad P_1 se calcula usando el árbol de decisión que describe la interacción entre los valores de las variables predictoras y objetivos. Para la construcción del árbol se calculan los niveles de asociación de las variables predictoras respecto a las variables objetivos, usando el estadístico Chi Cuadrado (Valiveti and Oommen, 1992). De esta forma en el árbol sólo estarán presentes aquellos rasgos cuyo nivel de asociación esté por encima de un valor predefinido por el experto. El resto de los rasgos se consideran no asociados y para ellos la probabilidad P_1 de un valor se calcula como su frecuencia de aparición en la base. La creación del árbol permite simplificar el proceso de selección de los casos más semejantes, pues permite no tener que considerar todos los casos en el proceso de recuperación. Por otra parte los niveles de asociación calculados permiten realizar la asignación de los pesos o su modificación, en caso de que los pesos hayan sido previamente asignados.

Una vez calculadas ambas probabilidades para calcular la certidumbre total $\xi_i(O_t)$ de los rasgos predictores y la certidumbre total $\upsilon_j(O_t)$, se combinan éstas a través de una co-t-norma g.

$$g = g\ (P_1, P_2) \tag{7}$$

Para el nuevo caso esta certidumbre se calcula teniendo en cuenta sólo P_2.

Una vez calculada la certidumbre de todos los valores para los rasgos predictores y objetivos y la certidumbre de los valores del nuevo caso, se procede a realizar los procesos de razonamiento (recuperación y adaptación).

El procedimiento de recuperación se basa en una función de semejanza la cual compara la descripción del nuevo problema O_0 con las descripciones de los casos O_t almacenados en la base, considerando la importancia de cada rasgo o peso p_i, los valores de las comparaciones del rasgo i, δ_i y las certidumbres de los valores comparados.

$$\beta(O_0, O_t) = f_1\left(p_i', \delta_i' (O_0, O_t)\right) \tag{8}$$

$$\delta'_i = f_2\left(\delta_i, \xi_i(O_0), \xi_i(O_t)\right) \tag{9}$$

Una vez seleccionados los casos más semejantes es posible que estos propongan decisiones diferentes por lo que se hace necesario determinar cuál de las decisiones debe tomarse. Esta elección se realiza teniendo en cuenta el grado de semejanza calculado en el procedimiento anterior y a la certidumbre de la decisión de los casos recuperados.

$$\mu\left(\beta(O_0, O_t), \upsilon_j(O_t)\right) \tag{10}$$

Esta función donde la similitud (utilidad) de cada estado, se combina con las certidumbres (probabilidades) de las decisiones nos da la utilidad esperada de cada caso.

Luego por el principio de máxima utilidad esperada, para tomar una decisión tomamos el caso que haga máxima la fórmula anterior.

3.2.1. Modelo Matemático para la Determinación de la Certidumbre

Este modelo está enfocado a la existencia de una sola decisión y_1, aunque pudiera ser extendido al caso en que existan múltiples decisiones.

3.2.1.1. Fundamentos Matemáticos para la Construcción del Arbol de Decisión

Sea y_1 la decisión (rasgo objetivo), la cual toma valores en conjunto: $\{y_{11}, ..., y_{1q}, ..., y_{1\theta}\}$ donde θ es la cardinalidad del conjunto de valores que toma dicho rasgo objetivo.

Sean x_i (i = 1,n) el conjunto de rasgos predictores, los cuales toman los valores en los conjuntos $\{x_{i1}, ..., x_{ip}, ..., x_{i\eta_i}\}$ donde η_i es la cardinalidad del conjunto de valores que toma el rasgo predictor x_i .

Para cada variable predictora x_i determinamos la tabla de contingencia que la relaciona con la variable objetivo y_1 de la siguiente forma:

Tabla 2. Tabla de contingencia que relaciona las variables x_i y y_1.

x_i / y_1	Y_{11}	.....	Y_{1q}	....	$Y_{1\theta}$	
X_{i1}	O_{11}	.....	O_{1q}	.....	$O_{1\theta}$	$\sum_{j=1}^{\theta} O_{1j}$
....	....	.....	....	.....	......	......
x_{ip}	O_{p1}	......	O_{pq}		$O_{p\theta}$	$\sum_{j=1}^{\theta} O_{pj}$
...	....	......	.....	.....	.....	......
$x_{i\eta_i}$	$O_{\eta_i 1}$	.....	$O_{\eta_i q}$	.....	$O_{\eta_i \theta}$	$\sum_{j=1}^{\theta} O_{\eta_i j}$
	$\sum_{k=1}^{\eta_i} O_{k1}$	.....	$\sum_{k=1}^{\eta_i} O_{kq}$		$\sum_{k=1}^{\eta_i} O_{k\theta}$	n

donde:

$O_{pq}(x_i)$ es el número de casos que toman simultáneamente los valores x_{ip} y Y_{1q}, p =1,η_i, q =1,θ.

Según (Valiveti and Oommen, 1992) los valores $O_{pq}(x_i)$ que se muestran en la Tabla 2, constituyen las frecuencias observadas. Sin embargo, de acuerdo a las reglas de probabilidad estas frecuencias debían ser:

$$E_{pq}(x_i) = \frac{\sum_{k=1}^{\eta_i} O_{kq}(x_i) \quad . \quad \sum_{j=1}^{\theta} O_{pj}(x_i)}{n} \tag{11}$$

que son las llamadas frecuencias esperadas o teóricas.

Estas frecuencias esperadas deben ser comparadas con las frecuencias observadas $O_{pq}(x_i)$ en la Tabla 2.

Las diferencias $O_{pq}(x_i)$ - $E_{pq}(x_i)$ se llaman residuales, se elevan al cuadrado para evitar la compensación de diferencias positivas negativas y se dividen por las frecuencias esperadas $E_{pq}(x_i)$ para establecer magnitudes relativas. Resulta en el estadístico:

$$x^2(x_i) = \sum_{p=1}^{\eta_i} \sum_{q=1}^{\theta} \frac{(O_{pq}(x_i) - E_{pq}(x_i))^2}{E_{pq}(x_i)} \tag{12}$$

Si la hipótesis fundamental de independencia es cierta, este estadístico tiene distribución aproximadamente igual a la Chi-cuadrado,con grados de libertad determinado por el producto (C-1)*(R-1), donde C y R son el número de filas y columnas de la Tabla 2.

La prueba Chi-cuadrado tiene realmente muchas limitaciones y los principales detractores llegan incluso a decir que el único caso en que puede ser aplicado con fiabilidad, es el caso de las tablas 2*2. Una de las principales limitaciones es que suministra muy poca información sobre la forma y sobre la estrechez de la asociación entre las variables. Por ello junto con el Chi-cuadrado o en su lugar se utilizan estadísticos o pruebas que hablan de la forma o fortaleza del enlace como es el caso del estadístico conocido como V de Cramer, que se utiliza para determinar el grado de asociación.

$$V(x_i) = \sqrt{\frac{x^2(x_i)}{n \cdot (k-1)}} \tag{13}$$

donde k = min(no de filas, no de columnas).

Cuanto mayor sea el valor de V, mayor será el grado de asociación.

Si el valor $V(x_i) \geq \alpha$ (nivel prefijado de antemano) la asociación es considerada. El mejor predictor es aquel que tenga el mayor valor de $V(x_i)$.

3.2.1.2. Algoritmo para la Construcción del Arbol de Decisión

Para construir el árbol de decisión se hace uso de las siguientes definiciones establecidas en la teoría de los Conjuntos Rugosos

3.2.1.2.1. Definiciones

Definición de conjunto concepto asociado a una decisión*:* Es el conjunto de casos que tiene el mismo valor para dicha decisión.

$$Y_{1q} = \{ O_t : y_1(O_t) \} = y_{1q} \tag{14}$$

Definición de Relación de Indicernibilidad I*:* Es un relación de equivalencia respecto a determinados rasgos definida sobre el conjunto de casos.

Definición de conjunto indiscernible relativo a I asociado a un caso I (O_t)*:* Es el conjunto formado por los casos que están relacionados con O_t respecto a la relación de indiscernibilidad ***I.***

A partir de estas definiciones se establece una medida que asigna un nivel de certidumbre a la decisión a través de la siguiente fórmula:

$$\mu_{y_1^q}(O_t) = \frac{\left| Y_1^q \cap I(O_t) \right|}{\left| I(O_t) \right|} \tag{15}$$

Esta teoría tiene las siguientes desventajas:

1. No establece una jerarquía entre los valores de los atributos para considerar la relación de indiscernibilidad.

2. Determina la certidumbre asociada a la decisión, sin considerar la incertidumbre que puede estar presente en los valores de los rasgos.

Para dar solución a estos problemas proponemos el siguiente algoritmo para crear un árbol. Mediante el mismo se particiona la base de casos de acuerdo a las relaciones de indiscernibilidad que se establecen con las variables más predictoras. Estas relaciones se establecen en cada nivel del árbol y a su vez constituyen la base para el cálculo de la certidumbre en los mismos.

Se establece la siguiente definición:

Definición de conjunto concepto asociado a un valor de un rasgo: Es el conjunto de casos que tiene el mismo valor para dicho rasgo.

$$X_{ip} = \{ O_t : x_i(O_t) \} = x_{ip}$$

(16)

3.2.1.2.2. Algoritmo

Sea K el conjunto de rasgos predictores x_i tales que $V(x_i) \geq \alpha$.

$$K = \{ x_i : V(x_i) \geq \alpha \} \tag{17}$$

AD1: Situar en la raíz de cada árbol uno de los conjuntos conceptos asociados a la decisión.

AD2: K' = K.

AD3: Elegir en el conjunto K' el rasgo predictor que está más asociado con los valores del rasgo objetivo y_1 y expandir la raíz de cada árbol por los conjuntos indiscernibles asociados al conjunto concepto que se encuentra en la raíz y a cada uno de los conjuntos conceptos asociados al rasgo predictor elegido.

AD4: Eliminar el rasgo seleccionado de K'.

AD5: Repetir mientras $K^{[} \neq \phi$.

a) Dentro del conjunto K' elegir el conjunto de los rasgos predictores que estén más asociados con el rasgo predictor que se encuentra en las hojas. Reducir K' a ese conjunto.

b) Si K' = ϕ terminar. En caso contrario elegir dentro de K' el rasgo predictor más asociado con el rasgo predictor que se encuentra en las hojas (determinando el grado de asociación como se mostró anteriormente) y expandir cada hoja del árbol por el conjunto indiscernible asociado a los conjuntos conceptos que se encuentran en la rama correspondiente y a cada uno de los conjuntos conceptos asociados al rasgo predictor seleccionado.

c) Eliminar el rasgo seleccionado de K'.

Consideraciones:

i) La raíz se encuentra en el nivel l = 0.

ii) Si en el nivel $l = l_i$ aparece el rasgo x_i, entonces en este nivel el número de nodos será $c \cdot \eta_i$ donde c es la cantidad de nodos del nivel anterior y η_i es la cardinalidad del conjunto de valores que toma dicho rasgo.

iii) Si el valor x_{ip} del rasgo x_i aparece en la rama b, aparecerá nuevamente en las ramas $b + j\eta_i$, j = 1, c - 1.

iv) Cada rama conduce a un nodo donde se encuentran el conjunto indiscernible correspondiente a todos los conjuntos conceptos asociados a los valores que están en dicha rama. Este nodo se denota por I_{lb}^{q} donde q indica que es un nodo del árbol en cuya raíz está el conjunto concepto Y_{1q}, l es el nivel del árbol donde se encuentra y b es la rama. (Como un mismo valor de un rasgo que se encuentre en los niveles intermedios, aparece en varias ramas, para denotarlo se considera que b es la primera rama en la que aparece). En particular para el conjunto concepto Y_{1q} que se encuentra en la raíz el conjunto indiscernible asociado se denota como I_{01}^{q}.

v) A los conjuntos indiscernibles que se encuentran en el último nivel del árbol se les denominan hojas .

vi) El número de hojas del árbol y por tanto el número de ramas será igual al producto de las cardinalidades de cada uno de los rasgos que aparecen en el árbol de decisión.

vii) La unión de los conjuntos indiscernibles que se encuentran en cada nivel constituye el conjunto de todos los casos que se encuentran en la raíz y su intersección es vacía.

3.2.1.3. Cálculo de la Certidumbre

3.2.1.3.1. Primera Probabilidad. Algoritmo

PP1: Probabilidad asociada a los valores de los rasgos que no aparecen en el árbol de decisión.

Si el rasgo $x_i \in K^c$

$$P_1\left(x_i(O_t) = x_{ip}\right) = \frac{\left|x_{ip}\right|}{n} \qquad (18)$$

PP2: Probabilidad asociada a los valores de los rasgos que aparecen en el árbol de decisión.

Si el rasgo $x_i \in K$

Para q = 1,θ

Si el valor x_{ip} del rasgo x_i aparece en el nivel l, en la rama b, del árbol asociado a Y_1^q entonces $\forall O_t \in I_{lb}^q$

$$P_1\left(x_i\left(O_t\right) = x_{ip}\right) = \frac{\left|I_{lb}^q\right|}{\left|I^q_{l-1\left\lceil \frac{b}{\eta_i} \right\rceil}\right|} \qquad (19)$$

PP3: Probabilidad asociada a los valores de la decisión

Para q = 1,θ

$$\forall O_t \in Y_{1q}$$

Si $O_t \in I_{lb}^q$ siendo I_{lb}^q un conjunto indiscernible que se encuentra en las hojas del árbol correspondiente

$$P_1\left(y_1(O_t) = y_{1q}\right) = \frac{\left|I_{lb}^q\right|}{\left|\bigcup_{j=1}^{\theta} I_{lb}^j\right|} \prod_{x_i \in K^c} P(x_i(O_t) = x_{ij}) \qquad (20)$$

3.2.1.3.2. Segunda Probabilidad. Algoritmo

SP1: Para todo x_i

Para todo O_t hacer

i) Si el valor x_{ij} de la variable $x_i(O_t)$ es tomado de una fuente en la cual no hay motivos para no confiar:

$$P_2\left(x_i(O_t) = x_{ij}\right) = 1 \qquad (21)$$

ii) Si el valor x_{ij} de la variable $x_i(O_t)$ es tomado a partir del criterio de varios expertos entonces:

$$P_2\left(x_i(O_t) = x_{ij}\right) = \frac{\sum_{r=1}^{n} c_r \cdot a_r\left(x_{ij}\right)}{\sum_{r=1}^{n} c_r} \qquad (22)$$

donde:

$a_1, a_2,...,a_n$, son los expertos que están asignando el valor del rasgo x_i del caso O_t.

a_r (x_{ik}) denota la respuesta del experto r sobre ese valor.

$$a_r\,(x_{ik}) = \begin{cases} 1 & \text{cuando el valor se afirma} \\ 0 & \text{cuando el valor se niega} \end{cases} \qquad (23)$$

c_r es el grado de competitividad del experto.

Si el valor x_{ij} de la variable x_i (O_t) es tomado a partir de un instrumento de medición.

$$P_2\,\left(x_i(O_t) = x_{ij}\right) = P \qquad (24)$$

donde P es la certidumbre asociada al instrumento de medición utilizado que se determina a partir de (Figueroa, 1994) y constituye una probabilidad.

SP2: Para todo O_t hacer

Si y_1 (O_t) = y_{1k}

$$P_2\left(y_1(O_t) = y_{1k}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_2\left(x_i(O_t) = x_{ij}\right)}{n} \qquad (25)$$

Para el nuevo problema también se calcula el valor de la segunda probabilidad asociada a sus rasgos predictores siguiendo el paso SP1 del algoritmo anterior. Para este caso en particular, dicha probabilidad será considerada una medida de certidumbre. O sea ξ_i (O_0) = $P_2(x_i(O_0))$.

3.2.1.3.3. Cálculo de la Certidumbre Total de los Rasgos Predictores y Objetivos

Por último calculamos la certidumbre total de cada valor del rasgo predictor x_i y del rasgo objetivo y_1 para cada caso usando una de las funciones de combinación que han sido utilizadas en la literatura para propagar incertidumbre y que se conocen como co-t normas arquimedeanas por ejemplo:

$$g(x,y) = x + y - xy \qquad (26)$$

$$g(x,y) = \frac{x + y}{1 + xy} \qquad (27)$$

entre otras.

Estas funciones de combinación cumplen las siguientes propiedades:

1. Si $0 < x,y < 1$ entonces $0 < g(x,y) < 1$
2. $g(x,y) = g(y,x)$
3. $g(x,g(y,z)) = g(g(x,y),z)$
4. $g(x,0) = x$
5. Si $x \leq y$ entonces $g(x,z) \leq g(y,z)$
6. $g(x,1) = 1$

Esta última propiedad resulta importante ya que garantiza la seguridad absoluta cuando cualquiera de las dos probabilidades asignadas es 1.

De esta forma denotamos por:

$$\xi_i(O_t) = g(P_1,P_2) \qquad (28)$$

a la certidumbre del valor del rasgo x_i para el caso O_t y por

$$\upsilon_1(O_t) = g(P_1,P_2) \tag{29}$$

a la certidumbre del valor del rasgo objetivo y_1 para el caso O_t.

3.2.2. Transformación de la Función de Semejanza en el Módulo de Recuperación

Se incorporan los valores de la certidumbre a la función (2) obteniéndose la siguiente función de semejanza:

$$\beta(O_0,O_t) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^{'} \cdot \delta_i^{'}(O_0,O_t)}{\sum_{i=1}^{n} p_i^{'}} \tag{30}$$

$$\delta_i^{'}(O_0,O_t) = \begin{cases} \delta_i \cdot \dfrac{\xi_i(O_0)+\xi_i(O_t)}{2} & \text{si } \left(\xi_i(O_0) \wedge \xi_i(O_t)\right) \geq \varepsilon \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases} \tag{31}$$

donde:

n: número de rasgos predictores.

$P_i^{'}$: peso o relevancia del rasgo i.

Como se puede observar en la fórmula anterior si para el problema o para el caso con que estamos comparando, el valor del rasgo que se está considerando está por debajo de un umbral predeterminado, dicho rasgo no se toma en consideración ya que estaríamos comparando valores cuyo nivel de certidumbre está por debajo de lo permisible.

Si previo a la determinación de la certidumbre, el experto había asignado un peso p_i a los valores de los rasgos x_i entonces:

$$p_i^{'} = \frac{p_i + \dfrac{\sum_{t=1}^{m} \xi_i(O_t)}{m} + V(x_i)}{3} \tag{32}$$

En caso contrario

$$p_i^{'} = \frac{\dfrac{\sum_{t=1}^{m} \xi_i(O_t)}{m} + V(x_i)}{2} \tag{33}$$

Para aplicar la nueva función de semejanza se considera sólo el conjunto de casos correspondientes a la unión de los conjuntos que se encuentran en las hojas de cada árbol donde sería ubicado el caso según los rasgos predictores considerados, independientemente de los valores del rasgo objetivo.

3.2.3. Determinación de la Decisión

En nuestro caso la adaptación se efectúa determinando el caso de mayor utilidad esperada. Esto se realiza a través de la fórmula:

$$\mu\,(O_t) = \gamma\beta(O_0,O_t) + (1 - \gamma) \cdot \upsilon_1(O_t) \tag{34}$$

donde γ es un parámetro que se selecciona según el criterio del experto. A medida que α tiende a 1 significa que se le está dando mayor importancia a la semejanza que a la certidumbre de la solución.

4. UN EJEMPLO DE APLICACION

La Tabla 3 muestra un ejemplo de una base de casos. Aquí los rasgos predictores son: Contracción Muscular, Dolor de Cabeza, y Temperatura y el rasgo objetivo (la decisión) es Dengue.

Tabla 3. Tabla de decisión que representa una base de casos.

Caso	x_1 Cont. Muscular	x_2 Dolor de Cabeza	x_3 Temp	y_1 Dengue
O_1	No	No	Normal	No
O_2	Si	No	Alta	No
O_3	Si	No	Normal	No
O_4	Si	Si	Alta	Si
O_5	No	Si	Normal	No
O_6	No	Si	Alta	Si
O_7	No	No	Normal	No
O_8	Si	Si	Alta	No
O_9	Si	No	Alta	Si
O_{10}	No	No	Normal	Si

4.1. Construcción de Arbol de Decisión a partir de los Niveles de Significación de las Variables Predictoras

Tabla 4. Tabla de contingencia que relaciona x_1 con y_1.

x_1 / y_1	No	Si	
No	3	2	5
Si	3	2	5
	6	4	10

Tabla 5. Tabla de contingencia que relaciona x_2 con y_1.

x_2 / y_1	No	Si	
No	4	2	6
Si	2	2	4
	6	4	10

Tabla 6. Tabla de contingencia que relaciona x_3 con y_1.

x_3 / y_1	No	Si	
Alta	2	3	5
Normal	4	1	5
	6	4	10

Tabla 7. Estadísticos.

	X^2	V
X_1	0	0
X_2	0.35	0.18
X_3	1.66	0.40

En este caso como estamos en presencia de una base de casos muy pequeña por ser un ejemplo irreal, tomaremos α = 0.1 para construir el árbol de decisión. Luego los rasgos más asociados son el rasgo x_3 con 0.40, le sigue el rasgo x_2 con 0.18 y por último el rasgo x_1 tiene valor 0 luego no se considera asociado.

El algoritmo para la construcción de los árboles de decisión muestra los siguientes resultados:

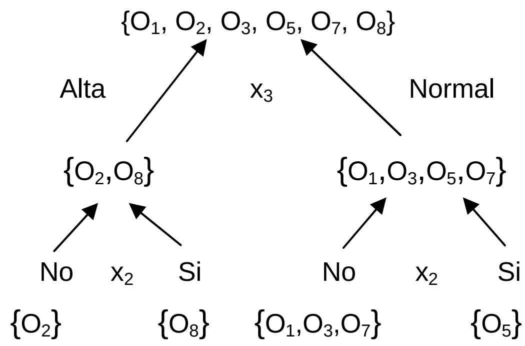

Figura 1. Arbol 1 de decisión asociado al valor de la decisión y_{11}.

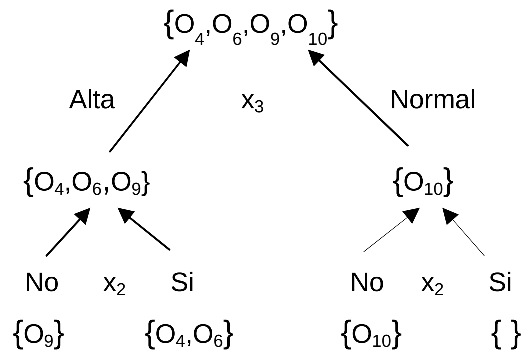

Figura 2. Arbol 1 de decisión asociado al valor de la decisión y_{12}.

4.2. Determinación de la Primera Probabilidad

Tabla 8.

Caso	X_1 Cont Muscular	P_1	X_2 Dolor de Cabeza	P_1	X_3 Fiebre	P_1	Y_1 Dengue	P_1
O_1	No	0.5	No	0.75	Normal	0.60	No	0.30
O_2	Si	0.5	No	0.50	Alta	0.30	No	0.25
O_3	Si	0.5	No	0.75	Normal	0.60	No	0.30
O_4	Si	0.5	Si	0.60	Alta	0.75	Si	0.30
O_5	No	0.5	Si	0.25	Normal	0.60	No	0.50
O_6	No	0.5	Si	0.60	Alta	0.75	Si	0.30
O_7	No	0.5	No	0.75	Normal	0.60	No	0.30
O_8	Si	0.5	Si	0.50	Alta	0.30	No	0.10
O_9	Si	0.5	No	0.30	Alta	0.75	Si	0.25
O_{10}	No	0.5	No	1	Normal	0.25	Si	0.10

4.3. Determinación de la Segunda Probabilidad

Para nuestro ejemplo supongamos que el rasgo 1*(Contracción Muscular)* toma sus valores a criterio de expertos; el rasgo 2 *(Dolor de Cabeza)* toma sus valores de forma exacta y el rasgo 3 *(Fiebre)* toma sus valores a partir de un instrumento de medición.

- Para el rasgo x_1, según (22):

Supongamos que existen tres expertos a_1, a_2, a_3 con grado de experticidad $c_1 = 0.8$, $c_2 = 0.9$, $c_3 = 0.8$ respectivamente. Los resultados de sus votaciones se muestran en la Tabla 9.

Tabla 9. Resultados de las votaciones de los expertos.

Asignación de valores	Expertos
$x_1(O_1)$ = No	a_1, a_3
$x_1(O_2)$ = Si	a_2, a_3
$x_1(O_3)$ = Si	a_1, a_2, a_3
$x_1(O_4)$ = Si	a_1, a_3
$x_1(O_5)$ = No	a_1, a_2, a_3
$x_1(O_6)$ = No	a_1, a_2, a_3
$x_1(O_7)$ = No	a_1, a_2, a_3
$x_1(O_8)$ = Si	a_1, a_2, a_3
$x_1(O_9)$ = Si	a_1, a_2, a_3
$x_1(O_{10})$ = No	a_1, a_2, a_3

- Para el rasgo x_3, según (24):

Supongamos que en los casos O_1 y O_8 la temperatura se mide con un termómetro cuya certidumbre es 1 y en los restantes casos con un termómetro cuya certidumbre es 0.8.

Tabla 10. Segunda probabilidad asociada a los valores de los rasgos predictores y objetivos**.**

Caso	x_1 Cont Muscular	P_2	x_2 Dolor de Cabeza	P_2	x_3 Fiebre	P_2	y_1 Dengue	P_2
O_1	No	0.64	No	1	Normal	1	No	0.81
O_2	Si	0.68	No	1	Alta	0.8	No	0.83
O_3	Si	1	No	1	Normal	0.8	No	0.93
O_4	Si	0.64	Si	1	Alta	0.8	Si	0.81
O_5	No	1	Si	1	Normal	0.8	No	0.93
O_6	No	1	Si	1	Alta	0.8	Si	0.93
O_7	No	1	Si	1	Normal	0.8	No	0.93
O_8	Si	1	Si	1	Alta	1	No	1.00
O_9	Si	1	No	1	Alta	0.8	Si	0.93
O_{10}	No	1	Si	1	Normal	0.8	Si	0.93

4.4. Cálculo de la Certidumbre Total

La Tabla 11 muestra los resultados:

Tabla 11. Certidumbres asociadas a los valores de los rasgos predictores y objetivos**.**

Caso	x_1 Cont Muscular	$\xi_1(O_t)$	x_2 Dolor de Cabeza	$\xi_2(O_t)$	x_3 Fiebre	$\xi_3(O_t)$	y_1 Dengue	$\upsilon_1(O_t)$
O_1	No	0.82	No	1	Normal	1	No	0.86
O_2	Si	0.84	No	1	Alta	0.86	No	0.88
O_3	Si	1	No	1	Normal	0.92	No	0.96
O_4	Si	0.82	Si	1	Alta	0.95	Si	0.86
O_5	No	1	Si	1	Normal	0.92	No	0.97
O_6	No	1	Si	1	Alta	0.95	Si	0.96
O_7	No	1	Si	1	Normal	0.92	No	0.96
O_8	Si	1	Si	1	Alta	1	No	1.00
O_9	Si	1	No	1	Alta	0.95	Si	0.95
O_{10}	No	1	Si	1	Normal	0.85	Si	0.93

4.5. Recuperación de Casos Semejantes

Consideremos el siguiente problema:

Tabla 12. Valores con sus certidumbres asociadas para el problema a resolver.

Nuevo caso	x_1 Dolor Muscular	$\xi_1(O_t)$	x_2 Dolor de Cabeza	$\xi_2(O_t)$	x_3 Fiebre	$\xi_3(O_t)$
O_0	Si	0.82	Si	1	Alta	0.8

Para determinar los casos más semejantes tomamos en consideración los casos correspondientes a la hoja 2 de cada árbol. Luego consideraremos los casos O_4, O_6 y O_8 aplicar la función de semejanza con el nuevo caso. Así se reducen ostensiblemente el número de comparaciones que tenemos que realizar.

En este caso los pesos se determinan usando la fórmula (33) obteniéndose $p_1 = 0.64$, $p_2 = 0.72$, $p_3 = 0.77$ y $\varepsilon = 0.8$ y la función de comparación (4) para todos los rasgos.

De esta forma a partir de (30) y (31) se obtienen los siguientes resultados:

$$\beta(O_0,O_4) = 0.82$$

$$\beta(O_0,O_6) = 0.64$$

$$\beta(O_0,O_8) = 0.93$$

Los casos más semejantes son O_4 y O_8 que como puede apreciarse tienen los mismos valores para los rasgos predictores y valores diferentes para el rasgo objetivo. Esta situación se denomina inconsistencia y es una de las problemáticas actuales de los Sistemas Basados en el Conocimiento. En un sistema tradicional la función de semejanza hubiese dado el mismo valor sin embargo aquí las diferencias se establecen con el manejo de la incertidumbre.

4.6. Creación de la Solución

Para seleccionar el caso óptimo entre los casos recuperados y resolver el problema de la inconsistencia, tomemos, $\gamma = 0.5$ en la fórmula (34) entonces queda:

$$\mu\ (O_4) = 0.84$$

$$\mu\ (O_8) = 0.96$$

Evidentemente el caso óptimo para adaptar es el caso O_8 luego la solución al nuevo caso es No.

La incorporación de este nuevo a la base hace que sea necesario recalcular las certidumbres, de la forma analizada aquí.

5. CONCLUSIONES

En este artículo se ha abordado la problemática de la toma de decisiones con manejo de la incertidumbre en un Sistema Basado en Casos desde la perspectiva de la teoría probabilista y usando las definiciones fundamentales relacionadas con la teoría de los conjuntos rugosos. Las ideas planteadas permiten la asignación de un valor de certidumbre a los valores de los rasgos predictores y objetivos en una base de casos. El modelo planteado, hace que se reduzcan ostensiblemente el número de comparaciones en el proceso de recuperación y que se facilite de forma significativa el proceso de adaptación.

El Sistema Computacional (TREEDATA) (Tellería y Gutiérrez 2001) que implementa el modelo ha sido usado exitosamente en tareas de diagnóstico. Los requerimientos mínimos para el uso de dicho sistema son los siguientes: Procesador 386 con 16 Mb de memoria RAM y 1.5 Mb de espacio libre en disco duro. Se necesita además que estén instalados los objetos ADO y OLEDB de Microsoft.

REFERENCIAS

AAMODT, A. and E. PLAZA (1996): "CBR: foundational issues, methodological variations and systems approach, **AI Comunications**, 7(1).

AITHOFF, K.D. (1996): **Inreca-A seamless integration of induction and CBR for decision support tasks**. Center for learning systems and applications, Dept of Computer Science, University of Kaiserslantein, Germany.

ALMOAYYEL, A. (1997): "A Multi-level indexing scheme for retrieving cases of multiple points of view", **Mathematics and Computer Science**, Dept, Kuwait University, Kuwai.

BALDWIN, J.F. and R. RIBLIRO (1994): "Fuzzy reasoning by call for decision support systems", Int. **Journal of uncertainty, fuzziness and Knowledge-based systems**, 2(1), 11-24.

BARR, D.S and G. MANI (1994): "Using neural nets to manage investments", **AI Expert**.

BONNISONE, P.P and P.M. TONG (1985): "Reasoning with uncertainty in Expert Systems", Int. **Journal Man Machine Studies**, 22, 241-250.

BORTOLAN, G. and R. DEGANI (1988): "Linguistic approximation of fuzzy certainty factors in computerized electrocardiography", In **Fuzzy computing**, MM Gupta and T. Yama Kawa (EAS), **Elsevier Science Publisher**.

BUCHANAN, B.G. and R.O. DUDA (1983): "Principles of rule-based expert systems", **Advances in Computers**, 22, 164-216. New-York Academic Press.

BOSC, P. and H. PRADE (1993): An introduction to fuzzy set and possibility theory based approaches to the treatment of uncertainty and imprecision in database management systems. Proc of second workshop uncertainty management in information system: from needs to solutions, California.

COHEN, M. and D.L. HUDSON (1988): "The use of fuzzy variables in medical decision making", In **Fuzzy Computing**, Ed. MM Gupta y T.Yamakawa, Elsevier Science Publishers.

DUBOIS, D.; L. GODO; H. PRADE and A. ZAPICO (1998): Making decision in a qualitative setting: from decision under uncertainty to case-based decision. In A. G. Cohn, L. Schubert, and S.C. Shapiro, editors, KR'98: Principles of Knowledge Representation and Reasoning, pp 594-605. Morgan Kaufmann, San Francisco, California.

FIGUEROA, J.M. (1994): **Guía BIP/ISO para la expresión de la incertidumbre en las mediciones**. Centro Nacional de Metrología. México.

KLIR, G.J. and B. YUAN (1995a): "Fuzzy Sets and fuzzy logic", **Theory and applications**, Prentice Hall.

KLIR, G.J. (1995b): "Principles of uncertainty: What are they? Why do we need them?", **Fuzzy sets and systems** 74, 15-31.

KLIR G.J.and M.J. WIERMAN (1998): "Uncertainty-based information", **Physica-Verlag**, 168.

KOLODNER, J. (1991): "Improving human decision making through case-based decision aiding", **AI Magazine**, 12(2), S2-68.

____________ (1992): "An Introduction to CBR", **AI review** 6, 3-34.

____________ (1993): **Case-Based Reasoning**, Ed Morgan Kaufmann. San Mateo CA.

KUNCHER, K. and F. STEIMANN (1999): "Fuzzy diagnosis", **Artificial Intelligence in Medicine** 16, 121-128.

MARIIEL, F. WATSON (1994): "CBR A categorized bibliography", **The Knowledge Engineering Review** 9(3).

MATHUR, K. and D. SOLOW (1996): **Operation research: basics concepts in decision analysis**, Prentice Hall.

NEUFELD, E. (1997): "Directions in uncertainty reasoning", **The Knowledge Engineering review**, 12:4, 413-415.

ORLOWSKA, E. (1998): "Incomplete Information: rough set analysis", **Physics Verlag**.

PAWLAK, Z. (1982): "Rough sets", Int. **J. Computer and Information SCI**. 11, 341-356.

_________ (1995a): "Vagueness and uncertainty: a rough set perspective", **Computational Intelligence**, 11(2).

_________ (1995b): "Rough sets", **Comm of ACM**, 38(11).

RUSSELL, S. and P. NORVING (1996): **AI: a modern Approach**, Prentice Hall.

SHAPIRO, C. and J. WILEY (1990): **Encyclopedia of A**, I.

SHI-QUAN, C. (1988): "Fuzzy equivalence and multiobjetive decision making", In **Fuzzy Computing**, Ed.MM Gupta y T. Yamakawa, Elsevier Science Publishers.

SKAPURA, R.M. (1996): "Building neural networks". **ACM Press, Addison Wesley Publishing**, 286.

STAEL, C. (1973): "A tutorial in decision analysis", **Third research conference on subjective probability, utility and decision making**. 7-9 sept.

SHAFER, G.A. (1976): Mathematical Theory of Evidence. Princeton University Press. Princeton, New Jersey.

TELLERIA, A. e I. GUTIERREZ (2001): "Usando la Teoría de las Probabilidades para el Cálculo de la Certidumbre en un Sistema Basado en Casos". Tesis en opción al título de Master en Ciencia de la Computación. Universidad Central de Las Villas.

VALIVETI, R.S. and B.I. OOMMEN (1992): "On using the Chi-Squared metric for determining stochastic dependence", **Pattern Recognition** 5(11), 1389-1400.

ZADEH, L.A. (1978): "Fuzzy sets as a basis for the theory of possibility", **Fuzzy Sets and Systems**, 1, 3-28.