

NUEVO MÉTODO PARA LA SOLUCIÓN DE LAS RAMIFICACIONES EN LA SUPERFICIE DE MODELOS TRIDIMENSIONALES RECONSTRUIDOS A PARTIR DE SECCIONES PARALELAS

Joaquín D. Pina Amargós¹, Centro de Estudios de Ingeniería de Sistemas (CEIS), Instituto Superior Politécnico “José Antonio Echeverría” (ISPJAE), Ciudad de La Habana, Cuba
René Alquézar Mancho², Departament de Llenguatges i Sistemes Informàtics (LSI), Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona, España

RESUMEN

En este artículo se propone un nuevo método para la solución de las ramificaciones entre secciones paralelas durante el proceso de reconstrucción de la superficie de un modelo tridimensional (3D). Este es un importante problema en el procesamiento de imágenes médicas, así como en otras aplicaciones de modelado de objetos, en las que se desea la reconstrucción de superficies de modelos 3D a partir de imágenes tomadas en una serie de planos paralelos. El método propuesto está basado en el uso de la esqueletización para crear los contornos correspondientes a una sección intermedia artificial que representa el lugar donde ocurre la ramificación. Se muestran los primeros resultados experimentales de la aplicación del método propuesto para la solución de ramificaciones, tanto en ejemplos sintéticos como en imágenes reales.

ABSTRACT

A new method to solve the branching problem in surfaces of three-dimensional (3D) models reconstructed from parallel cross sections is presented in this paper. This is an important problem in medical imaging and others object-modeling applications, where the reconstruction of the surface of 3D models from images that represent a set of parallel planes is of interest. The proposed method is based on the skeletonization technique to create new contours, corresponding to an artificial intermediate slice that models the level where branching occurs. Some experimental results of the application of the proposed method to solve the branching problem on synthetic complex examples and actual medical imaging data are showed.

Key words: surface reconstruction, branching surfaces, parallel cross sections interpolations.

MSC: 68T10.

1. INTRODUCCIÓN

El problema de la reconstrucción de la superficie de un objeto sólido a partir de una serie de secciones transversales planas y paralelas (en adelante las llamaremos simplemente secciones) atrae mucho la atención en la literatura de visión y gráficos por computadora durante las últimas tres décadas (ver [Kep75], [CS78], [Boi88], [MSS92], [PMP94], [BS96] y [SSBT01]). La principal motivación en este problema viene dada por las aplicaciones de tratamiento de imágenes médicas donde, mediante Tomografía Axial Computarizada (TAC) o Resonancia Magnética (RM), se obtienen imágenes de secciones transversales de diferentes órganos humanos, huesos, tumores y tejidos blandos. Otra aplicación es la digitalización de objetos tridimensionales (3D) de forma no destructiva: después que el objeto es analizado por equipos de rayos X, ecografía o escáner tridimensional, las secciones que se obtienen se usan para reconstruir un modelo del objeto original. También se plantea un problema similar en la reconstrucción de un modelo tridimensional del terreno a partir de los contornos de las curvas de nivel.

Todos los algoritmos de reconstrucción de superficies a partir de secciones tienen dos etapas fundamentales: 1) la extracción de los contornos cerrados que envuelven el material de interés en cada una de las secciones disponibles, y 2) la reconstrucción de una superficie aproximada que une los contornos en secciones contiguas. Esta superficie debe ser topológicamente correcta (cerrada y no interceptarse en sí misma) y un remuestreo de la misma en el lugar que ocupaban las secciones originales debe producir los datos originales. En el presente trabajo, la primera etapa se supone resuelta.

E-mail: ¹jpina@ceis.ispjae.edu.cu
²alquezar@lsi.upc.es

De forma general se tiene un conjunto de imágenes, paralelas entre sí, con una determinada resolución (p. ej. 512 x 512 pixels y 256 tonos de gris), donde se representan las densidades (u otras magnitudes) asociadas a los materiales que componen el objeto mediante diferentes tonalidades de gris. En el caso de las imágenes TAC los tonos van desde el blanco, que representa la parte más dura del hueso, hasta el negro, que representa el aire.

La segunda etapa se descompone en varios problemas lo cual facilita su modularidad, véase Meyers-Skinner-Sloan (1992). Primero se resuelve el problema de la correspondencia (en inglés: correspondent problem) que consiste en determinar cuáles de los contornos de cada par de secciones contiguas deben estar unidos entre sí por una superficie. Luego surgen nuevas interrogantes relacionadas con la diferencia de forma de las secciones que se analizan. Esta diferencia está originada por la naturaleza discreta de los datos tratados, ya que entre cada par de secciones contiguas existe una distancia de separación (por lo general constante) y se desconoce la información intermedia. Cuando la correspondencia entre dos contornos es biunívoca, entonces sólo resta resolver el problema del enlosado (en inglés: tiling problem) que consiste en unir por una superficie formada por polígonos adyacentes los contornos relacionados. Sin embargo, en la mayoría de los objetos ocurren protuberancias y hendiduras que provocan ramificaciones en la superficie de interés. Al obtener las secciones de estos objetos ocurre que uno o varios contornos de una sección se corresponden con varios contornos de la sección contigua y surge el problema de la ramificación (en inglés: branching problem) que consiste en determinar de qué modo están unidos por una superficie.

En la literatura existe una gran cantidad de algoritmos para resolver en alguna medida todos estos problemas (consultar Wang-Aggarwal (1986), Bresler-Fessler-Macovski (1989), Soroka (1981), Meyers-Skinner-Sloan (1992) para el problema de la correspondencia y Keppel (1975), Fuchs-Kedem-Uselton (1977), Christiansen-Sederberg (1978), Meyers-Skinner-Sloann (1992) para el problema del enlosado). Sin embargo, en determinadas aplicaciones se hace necesario aprovechar al máximo la información topográfica que brindan los contornos con todos o la mayoría de los vértices involucrados y la superficie que los conecta (p. ej., para el cálculo de la curvatura de la superficie Pina-Alquézar (1999a) y la detección de puntos característicos Pina-Alquézar (1999b)). Para este tipo de aplicaciones, ninguno de los trabajos consultados (p. ej. Christiansen-Sederberg (1978), Batnitzky **et al.** (1981), Boissonnat (1988), Meyers-Skinner-Sloan (1992) y Barequet-Sharir (1996)), aún los más recientes (Barequet-Shapiro-Tal (2000) y Surazhsky **et al.** (20001)), ha abordado con total éxito y generalidad el problema de la ramificación. En el presente trabajo se analizará este importante aspecto y se darán por resueltos los otros. Para facilitar su comprensión se desglosa en los siguientes acápite: Problema, Trabajos precedentes, Definiciones, Algoritmo propuesto, Resultados, Conclusiones y Trabajos futuros.

2. TRABAJOS PRECEDENTES

El problema de la ramificación consiste en determinar de qué modo están unidos por una superficie los contornos involucrados en la ramificación. Las ramificaciones pueden ocurrir cuando existe una correspondencia no biunívoca entre algunos de los contornos de las secciones involucradas. Existen dos casos posibles: a) (uno-a-muchos) un contorno de una sección se corresponde con dos (conocida como ramificación simple) o más contornos de la sección contigua o b) (muchos-a-muchos) Más de un contorno de una sección se corresponden con más de un contorno de la sección contigua, pero en diferente cantidad (ver Figura 1).

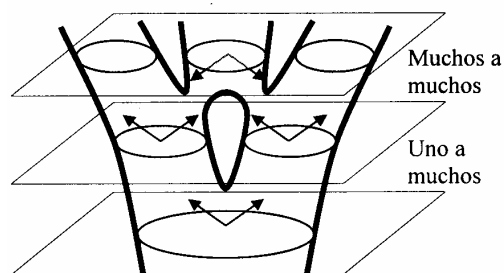


Figura 1. Casos de ramificaciones.

Desde los primeros años de surgido el problema de la reconstrucción de superficies a partir de secciones Keppel (1975) diversos autores han intentado proponer soluciones al problema de la ramificación. El trabajo más antiguo consultado es Christiansen-Sederberg (1978). En los casos de ramificación simple; esto es, cuando una sección contiene sólo un contorno y la otra contiene dos (también llamada estructura de pantalón), Christiansen y Sederberg proponían la conexión de los dos contornos de la segunda sección mediante un puente de longitud mínima. De esta forma se reduce el problema al caso de uno-a-uno. Sin embargo, este procedimiento falla cuando el puente es inconsistente con la geometría del contorno de la otra sección (ver Figura 2). En estos casos, los autores proponían una guía manual por parte del usuario, pero esto conlleva a una gran interacción con el mismo en casos complicados.

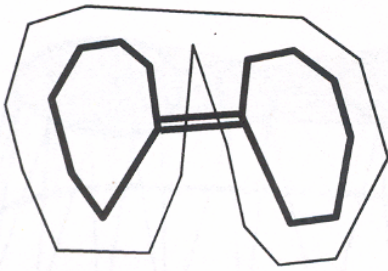


Figura 2. Puente incorrecto en un caso simple de ramificación.
Tomado de Christiansen-Sederberg (1978)

En la siguiente década los trabajos consultados (Batnitzky **et al.** (1981), Sloan-Hrechanyk (1981), Ganapathy-Dennehy (1982), Wang-Aggarwal (1986)) utilizan diferentes métodos para la reconstrucción de la superficie, limitándose al caso simple en el que cada contorno se une a sólo uno de la sección contigua (uno-a-uno).

Sloan y Hrechanyk [SH81] proponen la creación de secciones artificiales intermedias en los casos que los originales difieran mucho en su forma. Sin embargo, no proponían un método en concreto para obtenerlas.

Boissonnat presentó una aproximación totalmente diferente [Boi88], en la que se construye una triangulación de Delaunay para cada sección, se proyecta una triangulación sobre la otra y se obtiene una colección de tetraedros al maximizar la suma de sus volúmenes. Este es un paso importante hacia la manipulación de casos donde cada sección incluye varios contornos. Boissonnat menciona tres ejemplos típicos donde su método falla y no produce buenos resultados. En el tercer ejemplo se muestra el problema de la ramificación donde los contornos no se superponen. El autor sugiere un esquema de corrección, por el cual se cambiaría la geometría de una de las secciones o se construiría una o dos secciones intermedias a las originales.

A mediados de los '90 aparece un excelente trabajo [BS96] donde se describen los principales trabajos sobre el tema hasta la fecha y se manipulan sin limitaciones la mayoría de los problemas antes tratados. Barequet y Sharir detectan las porciones similares de los contornos de secciones contiguas y las interpolan siguiendo el algoritmo simple de reconstrucción por triángulos adyacentes, luego realizan la triangulación por separado de las hendiduras (*clefts*) haciendo uso de técnicas de programación dinámica y el resultado se une con la triangulación del paso anterior. La principal limitación del algoritmo planteado está en su mismo inicio ya que el parámetro que indica la cercanía de dos contornos no es función de los datos de entrada, sino que es una estimación *a priori* [BS96] de la dimensión física de la diferencia entre porciones similares de contornos en dos secciones contiguas. O sea, el basamento del algoritmo que está en la detección de porciones similares está sujeto a un parámetro subjetivo que el usuario debe proponer en dependencia del objeto que se va a reconstruir. Esto provoca que el algoritmo falle en algunos casos que son explicados por los autores.

Otra deficiencia importante en [BS96] se detecta en la triangulación de algunas hendiduras donde se pierde la geometría del objeto al formarse triángulos contenidos indebidamente en una de las secciones (ver Figura 3). Esto contradice la propia definición del problema que dice que un remuestreo de la superficie reconstruida en el lugar que ocupaban las secciones originales debe producir los datos originales.

Además, cuando en las hendiduras se detectan contornos anidados entonces estos se unen a través de puentes semejantes a los propuestos en Christiansen-Sederberg (1978) lo que en determinados casos conlleva a fallas ya analizadas anteriormente. Otro inconveniente es que la complejidad del algoritmo propuesto es $O(n^3)$ lo que en superficies con contornos de muchos vértices en regiones muy irregulares llevaría mucho tiempo de procesamiento.

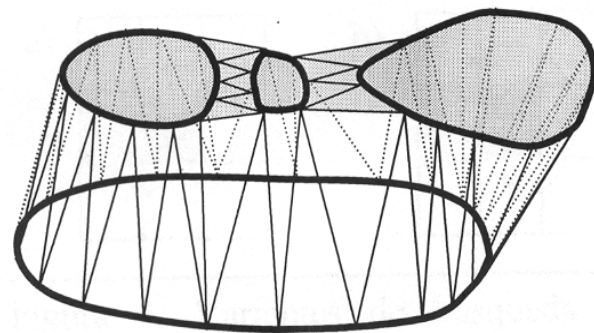


Figura 3. Formación de triángulos contenidos sobre una sección.
Modificado de Barequet-Sharir (1996).

En un trabajo reciente Barequet-Shapiro-Tal (2000), perfeccionan el método anterior utilizando información de las secciones adyacentes pero no se elimina el problema de los triángulos contenidos en la sección. En el trabajo más reciente consultado, Surazhsky *et al.* (2001) proponen un novedoso método que resuelve algunos de los problemas anteriormente planteados logrando muy buenos resultados, pero al basarse en una previa triangulación de la proyección de los contornos entre cada par de secciones contiguas, no aprovecha la naturaleza de los datos de entrada y mantiene los problemas descritos en la triangulación de las hendiduras de Barequet-Sharir (1996) y Barequet-Shapiro-Tal (2000)

3. DEFINICIONES

3.1. Esqueleto y esqueletización

El esqueleto puede definirse como un conjunto de líneas o curvas conectadas, que separan equidistantemente los bordes o límites de una figura, véase Ritter-Wilson (2001). En el caso de una imagen binaria discreta, el esqueleto sería la representación más estrecha de la misma.

La esqueletización es el proceso por el cual se obtiene el esqueleto de una imagen dada. La mayoría de los algoritmos de esqueletización (p. ej. Blum (1967), Zhang-Suen (1984) y Lam-Lee-Suen (1992) erosionan iterativamente los bordes de la imagen binaria hasta que quede una línea estrecha o simples píxeles.

3.2. Detección de contornos

La detección de contornos es un proceso mediante el cual se obtienen los contornos presentes en la imagen de la sección analizada. En el presente trabajo se utiliza el algoritmo de los cubos marchantes Lorensen-Cline (1987) (*marching cubes*) en su variante bidimensional para generar los segmentos de los contornos cerrados de la imagen de cada sección.

Tanto en este como en cualquier otro algoritmo de seguimiento de los vértices que conforman el contorno (y que en la imagen se encuentran en forma de píxeles), existen dos variantes para detectar los vértices: buscando (1) desde el exterior o (2) desde el interior del contorno, el siguiente pixel que lo compone. Esto se hace teniendo en cuenta la dirección tomada en la iteración anterior (vértice detectado anteriormente unido al actual). Para la primera variante (desde el exterior), la búsqueda del siguiente vértice se efectúa desde la izquierda de la dirección, en la iteración anterior y en sentido de las manecillas del reloj (ver Figura 4 a)). Para la segunda variante (desde el interior), la búsqueda se efectúa desde la derecha y en sentido contrario a las manecillas del reloj (ver Figura 4 b)).

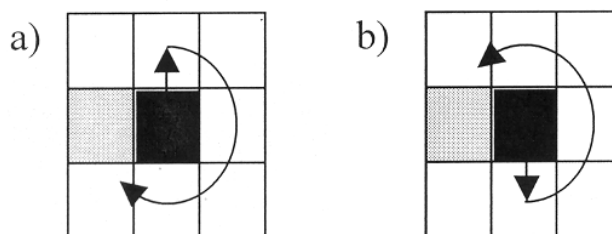


Figura 4. Variantes de búsqueda del siguiente vértice del contorno. Los cuadros representan los píxeles de la imagen. En gris y negro los píxeles del anterior y último vértice detectado, respectivamente.

Estas variantes del algoritmo producen resultados diferentes que serán utilizados en el presente trabajo en la detección de los contornos en la imagen del esqueleto. El *contorno exterior*, que envuelve al resto, se detecta siguiendo la primera variante planteada. Los *contornos interiores* se detectan siguiendo la segunda variante. (Ver un ejemplo en la Figura 5). Nótese que los contornos interiores pueden tener vértices en común.

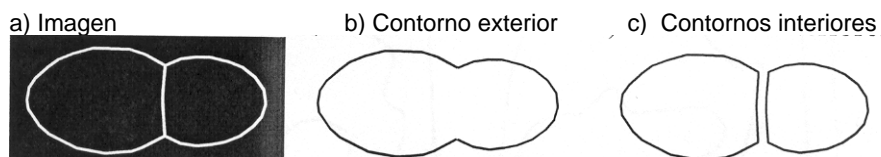


Figura 5. Contornos detectados en una imagen esqueleto.

4. ALGORITMO PROPUESTO

Teniendo en cuenta que los métodos empleados por los distintos autores consultados no resuelven todos los casos del problema de la ramificación y hasta en los mejores y recientes trabajos se llegan a resultados que contradicen la propia definición del problema (ver Problema), se propone aquí un nuevo algoritmo para resolverlo.

Analizando la causa de la ramificación en los cuerpos reales y retomando la idea de algunos autores (Sloan-Hrechanyk (1981), Levin (1986), Lin-Chen (1989) y Oliva-Perrin-Coquillart (1996)) de crear una sección intermedia que de alguna forma tenga similitud con el o los contornos de cada una de las secciones contiguas analizadas, surge la idea de utilizar la técnica de esqueletización para crear dicha sección intermedia.

Se supone que el *Modelo de secciones* está formado por una lista de secciones S ordenadas de arriba hacia abajo, donde cada elemento S_i contiene una lista de contornos LC^{S_i} cerrados y no solapados que ya han sido detectados a partir de las imágenes de las secciones que se tienen como dato. Por lo tanto, cada contorno es una lista circular de vértices con sus coordenadas en el espacio.

Para reconstruir la superficie que une los vértices de los contornos que se encuentran en las secciones del *Modelo de secciones* se propone la subrutina **Triangular modelo** que aparece a continuación. Al finalizar el pseudocódigo se hace una descripción de ésta y de las principales subrutinas y estructuras que utiliza.

SUBROUTINA **Triangular modelo** REQUIERE *Modelo de secciones*

PARA CADA S_i del *Modelo de secciones*

Obtener lista de correspondencias ($Corr$) entre los contornos de S_i (LC^{S_i}) y los contornos de S_{i+1} ($LC^{S_{i+1}}$)

PARA CADA $Corr_j$ de $Corr$

SI **Cantidad de elementos** de SLC^A de $Corr_j$ ES 1 Y **Cantidad de elementos** de SLC^B de $Corr_j$ ES 1

Efectuar triangulación entre los contornos SLC^A y SLC^B de $Corr_j$

SINO

Obtener imagen esqueleto (I_{Esq}) a partir de SLC^A y SLC^B de $Corr_j$

Obtener lista de contornos del esqueleto LC^{Esq} a partir de I_{Esq}

Insertar nueva sección intermedia S_{Esq} al *Modelo de secciones* entre S_i y S_{i+1}

Procesar correspondencias entre SLC^A de $Corr_j$ y LC^{Esq}

Procesar correspondencias entre SLC^B de $Corr_j$ y LC^{Esq}

FIN SI

FIN PARA CADA

FIN PARA CADA

FIN SUBROUTINA

SUBROUTINA **Procesar correspondencias** REQUIERE Lista de contornos de la sección dato LC^D , Lista de contornos de la sección esqueleto LC^{Esq} y Sección esqueleto S_{Esq}

Obtener lista de correspondencias especiales ($Corr^{Esq}$) entre LC^D y LC^{Esq}

PARA CADA $Corr_i^{Esq}$ de $Corr^{Esq}$

SI **Cantidad de elementos** de SLC^{Esq} de $Corr_i^{Esq}$ ES 1

HACER C_{Temp} igual a SLC^D de $Corr_i^{Esq}$

SINO

Combinar contornos esqueleto de SLC^{Esq} de $Corr_i^{Esq}$ en un nuevo contorno, llamado C_{Temp}

FIN SI

Insertar nuevo contorno del esqueleto C_{Temp} en S_{Esq}

Efectuar triangulación entre SLC^D de $Corr_i^{Esq}$ y C_{Temp}

FIN PARA CADA

FIN SUBROUTINA

SUBROUTINA **Obtener lista de correspondencias** REQUIERE Las listas de contornos LC^A y LC^B
RETORNA Lista de correspondencias $Corr$

La correspondencia $Corr$ entre los contornos LC^A y LC^B es una lista donde cada elemento $Corr_j$ contiene una sublista de LC^A (SLC^A) y otra sublista de LC^B (SLC^B). Cada contorno de LC^A o LC^B aparecerá sólo una

vez en una sola de las sublistas SLC^A o SLC^B , respectivamente. De manera que $Corr_i$ contiene los contornos de LC^A y LC^B que deberían estar conectados por una superficie.

SUBROUTINA **Efectuar triangulación** REQUIERE Las listas de contornos C^A y C^B .

Al efectuar la triangulación se conectará cada vértice de un contorno con dos o más vértices del otro contorno, formando una lista circular de triángulos adyacentes (llamada cinta).

SUBROUTINA **Obtener imagen esqueleto** REQUIERE Las listas de contornos C^A y C^B RETORNA Imagen esqueleto I_{Esq}

Para cada lista de contornos C^A y C^B donde ocurre una ramificación (ver Figura 6a):

1. Obtener las imágenes binarias que representan la región del material de interés para los contornos involucrados en la ramificación tanto en la sección inferior (I_1) como en la superior (I_2), respectivamente. Cada una de estas imágenes se obtienen dibujando sólo los pixeles que pertenecen a la región del material de interés (incluyendo los que son frontera). No se dibujan los pixeles que pertenecen a la región que no es material (ver Figura 6b).
2. Obtener imagen binaria a esqueletizar (I_3), aplicando la operación lógica XOR entre las imágenes I_1 e I_2 . De esta forma quedarían dibujados sólo los pixeles que pertenecen a la región del material de interés de una y sólo una de las secciones analizadas. Al final de este paso es necesario incluir los puntos que son frontera de cada uno de los contornos involucrados para tener en cuenta, en el esqueleto, los puntos en que los contornos de las secciones adyacentes se interceptan (ver Figura 6c).
3. Por último, obtener imagen binaria del esqueleto (I_4) aplicando adelgazamiento consecutivo (*thinning*) a I_3 hasta que no se produzca ningún cambio (se obtiene el esqueleto) y al final aplicar un filtro para eliminar los puntos esquinas ya que lo que interesa son los contornos cerrados (ver Figura 6d).

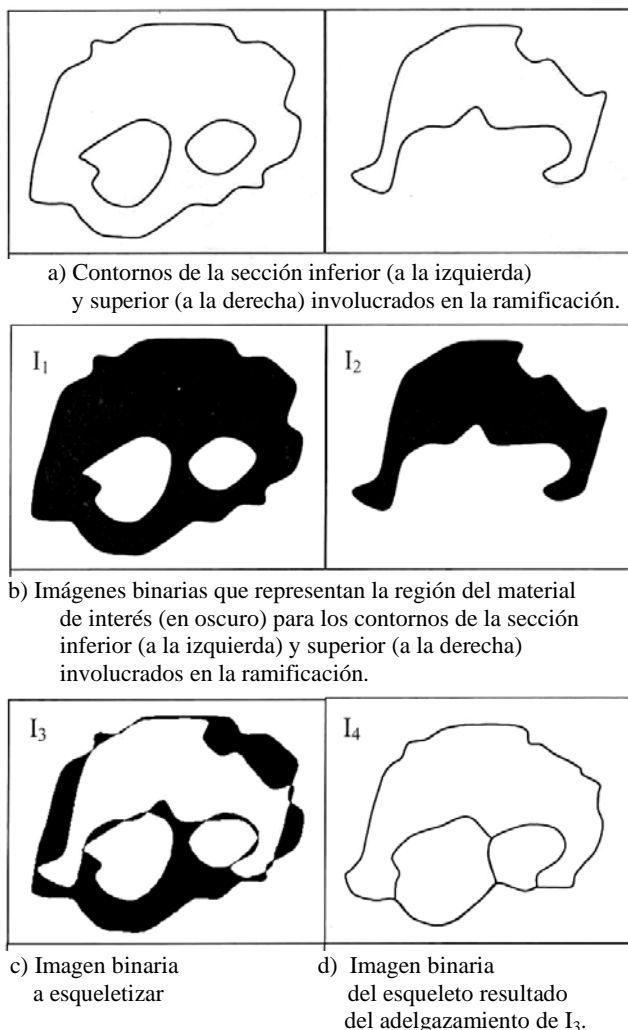


Figura 6. Pasos para obtener la imagen del esqueleto a partir de los contornos involucrados en la ramificación. Modificado de Barequet-Sharir (1996).

SUBROUTINA **Obtener lista de contornos del esqueleto** REQUIERE Imagen esqueleto I_{Esq} RETORNA Lista de contornos del esqueleto LC_{Esq}

Primero se detecta el contorno exterior y se adiciona a LC^{Esq} . Nótese, que el primer elemento de la lista siempre será el contorno exterior. En este paso se marcan los puntos que aparecen duplicados en este contorno para no ser analizados en el siguiente paso.

Luego se detectan los contornos interiores. En cada detección se marcan los puntos analizados para no tenerlos en cuenta en la búsqueda del punto de partida de los contornos restantes.

SUBROUTINA **Insertar nueva sección intermedia** REQUIERE Las secciones superior S_{Sup} e inferior S_{Inf} y el Modelo de secciones

Al insertar una nueva sección intermedia se tienen en cuenta las coordenadas de las secciones S_{Sup} y S_{Inf} . Esta nueva sección tiene una estructura y un comportamiento distintos al de las secciones comunes. En lugar de una, contiene dos listas de contornos que se conectan con los contornos de la sección superior S_{Sup} e inferior S_{Inf} , según sea el caso.

SUBROUTINA **Obtener lista de correspondencias especiales** REQUIERE Las listas de contornos de la sección dato LC^D y esqueleto LC^{Esq} RETORNA Lista de correspondencias *Corr*

El proceso es parecido al de la subrutina **Obtener lista de correspondencias**. La diferencia radica en que cada contorno LC^{Esq} se corresponderá con uno o ningún contorno de LC^D . Por lo que sólo será necesario analizar la correspondencia en un solo sentido. Esto no elimina la posibilidad de que algún contorno de LC^D se corresponda con varios contornos de LC^{Esq} .

SUBROUTINA **Combinar contornos esqueleto** REQUIERE Lista de contornos SLC^{Esq} RETORNA *Contorno*

El resultado de la combinación es un contorno que contiene los vértices no comunes (con coordenadas diferentes) de los dos o más contornos interiores de SLC^{Esq} a combinar. En el caso de no existir vértices comunes (ver Figura 7c), entonces se incluyen los vértices del contorno exterior que unen dichos contornos interiores.

5. RESULTADOS

El algoritmo propuesto fue probado en ejemplos de imágenes sintéticas y reales logrando una gran aproximación a la realidad. La mayoría de las imágenes procesadas son muy semejantes a las encontradas en los principales trabajos consultados y cuyas soluciones violan algunos aspectos del problema planteado.

En la Figura 7 se muestra la reconstrucción de la superficie utilizando los mismos contornos de la Figura 2 (a la izquierda) y Figura 3 (a la derecha). Se observa que no se producen triángulos contenidos en alguna de las secciones originales, ni se generan estructuras inconsistentes con la geometría de algún contorno original.

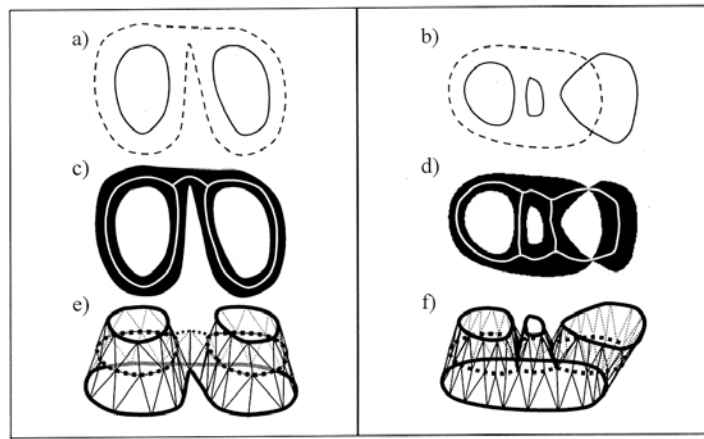


Figura 7. Reconstrucción de la superficie utilizando los mismos contornos de la Figura 2 (a la izquierda) y Figura 3 (a la derecha). Modificado de Christiansen-Sederberg (1978) y Barequet-Sharir (1996), respectivamente.

En la Figura 8 se muestra un ejemplo complicado de ramificación donde no sólo están involucradas secciones con diferentes cantidades de contornos y distintas formas, sino que incluso, están presentes huecos en la sección inferior. Se observa cómo el uso del esqueleto resuelve el problema de la ramificación simplificando el posterior proceso de triangulación, conectando los contornos por pares.

Los resultados del algoritmo propuesto se muestran también en la reconstrucción del modelo de una mandíbula a partir de imágenes TAC reales (ver Figura 9), donde se observa la correcta reconstrucción de ramificaciones en la base de los dientes. Los huecos que se observan son causados por la falta de reconstrucción en los contornos terminales.

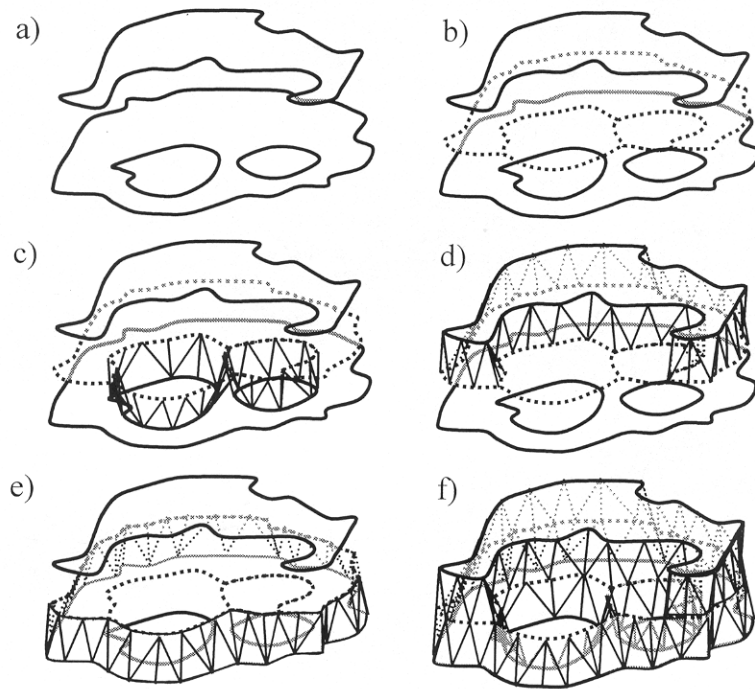


Figura 8. Proceso de reconstrucción de una superficie compleja.
En línea de puntos se muestra la sección esqueleto.

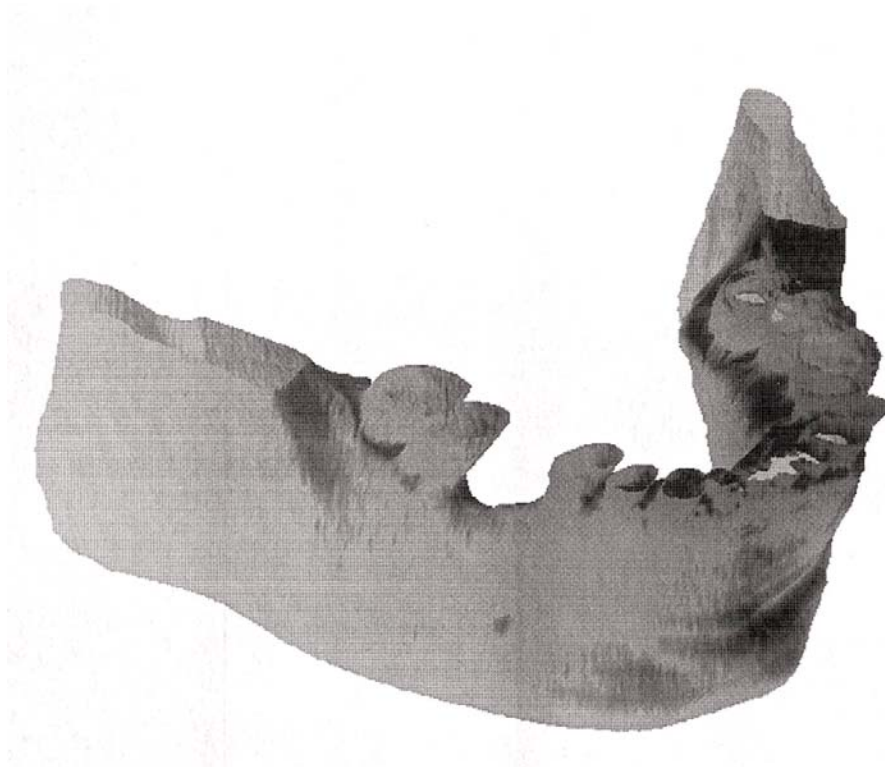


Figura 9. Modelo de una mandíbula, reconstruido a partir de imágenes TAC reales.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En el presente trabajo se expone un nuevo método para dar solución exitosa al problema de las ramificaciones en secciones paralelas adyacentes, el cual se basa en la intercalación de una sección ficticia que se construye utilizando la técnica de esqueletización. Se muestran resultados satisfactorios en imágenes sintéticas y reales, mostrando la comparación de los resultados con los de otros autores.

Para perfeccionar la solución propuesta en este trabajo, los autores proponen como futuros trabajos: determinar los límites de la validez del algoritmo propuesto; utilizar el método propuesto para reconstruir las secciones terminales; intentar reducir la cantidad de triángulos que se forman al adicionar secciones intermedias a las originales, dejando sólo los relacionados con la ramificación y estudiar la posibilidad de interpolar la altura de los vértices de la sección intermedia (en los casos que sea necesario) para lograr un mayor realismo del modelo resultante en aquellos lugares donde ocurre la ramificación o la diferencia de forma de los contornos es muy notable.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al eminente y ya fallecido antropólogo cubano, Dr. Manuel Rivero de la Calle, por motivar el comienzo de nuestra investigación, sobre la detección de puntos craneométricos y reconstrucción facial escultórica. A nuestro amigo Fernando Mancho Palacios por su ayuda y soporte técnico. A los profesores Dr. Emilio Escartín Sauleda y la Ing. Raisa Socorro Llanes del ISPJAE, por sus valiosos comentarios en la generalización y revisión del algoritmo propuesto. A la Dra. Isabel Navazo del Instituto de Robótica e Informática Industrial (IRI) de la UPC, por brindarnos las imágenes TAC de la mandíbula.

REFERENCIAS

- BAREQUET, G.; D. SHAPIRO and A. TAL (2000): "Multilevel sensitive reconstruction of polyhedral surfaces from parallel slices", **The Visual Computer**, 16, 116-133.
- BAREQUET, G. and M. SHARIR (1996): "Piecewise-linear interpolation between polygonal slices". **Computer Vision and Image Understanding**, 63, 251-272.
- BATNITZKY, S. et al. (1981): "Three-dimensional computer reconstruction from surface contours for head CT examinations", **J. Computer Assisted Tomography**, 5, 60-67.
- BLUM, H. (1967): A transformation for extracting new descriptors of shape, in Symposium on Models for Perception of Speech and Visual Form (W. Whalen-Dunn, ed.), MIT Press, Cambridge, MA.
- BOISSONNAT, J. D. (1988): "Shape reconstruction from planar cross sections", **Computer Vision, Graphics and Image Processing**, 44:1-29.
- BRESLER, Y.; A. FESSLER and A. MACOVSKI (1989): "A bayesian approach to reconstruction from incomplete projections of a multiple object 3D domain", **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, 11, 840-858.
- CHRISTIANSEN, H.N. and W. SEDERBERG (1978): "Conversion of contour line definitions into polygonal element mosaics", **Computer Graphics**, 13, 187-192.
- FUCHS, H.; Z.M. KEDEM and S.P. USELTON (1977): "Optimal surface reconstruction from planar contours", **Communications of the ACM**, 20, 693-702.
- GANAPATHY, S. and T.G. DENNEHY (1982): "A new general triangulation method for planar contours", **ACM Transactions on Computer Graphics**, 16, 69-75.
- KEPPEL, E. (1975): "Approximating complex surfaces by triangulation of contour lines", **IBM J. Res. Dev.**, 19, 2-11.
- LAM, L.; S. LEE and C. SUEN (1992): "Thinning methodologies -a comprehensive survey", **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, 14, 868-885.
- LEVIN, D. (1986): "Multidimensional reconstruction by set-valued approximation", **IMA J. Numerical Analysis**, 6:173-184.
- LIN, W. C. and S.Y. CHEN (1989): "A new surface interpolation technique for reconstructing 3D objects from serial cross-sections", **Computer Vision, Graphics and Image Processing**, 48, 124-143.

- LORENSEN, W.E. and H.E. CLINE (1987): "Marching cubes: a high resolution 3D surface construction algorithm", **Computer Graphics**, 21:163-169.
- MEYERS, D.; S. SKINNER and K. SLOAN (1992): "Surfaces from contours", **ACM Transactions on Graphics**, 11, 228-258.
- OLIVA, J.M.; M. PERRIN and S. COQUILLART (1996): "3D reconstruction of complex polyhedral shapes from contours using a simplified generalized Voronoi diagram", **Computer Graphics Forum**, 15:C397-C408.
- PINA, J. and R. ALQUÉZAR (1999a): "Extracting the principal surface features. State of the art", In Proceedings, **4th Ibero-american Pattern Recognition Symposium**, La Habana, Cuba, 505-511.
- _____ (1999b): "Landmark detection in three-dimensional image of skull. Initial approach", in Proceedings, **VIII Simposium Nacional de Reconocimiento de Formas y Análisis de Imágenes**, Bilbao, España, 1, 251-258.
- PINA, J.; R. MARTÍNEZ y J. L. PLASENCIA (1994): "Sistema Automatizado para Modelación Tridimensional de Objetos (3Dmodel)", Tesis de Ingeniería, CEIS, Facultad Industrial, ISPJAE, Cuba.
- RITTER, G.X. and J.N. WILSON (2001): **Handbook of Computer Vision Algorithms in Image Algebra**, Second Edition, CRC Press, Boca de Ratón.
- SLOAN, K.R. and L.M. HRECHANYK (1981): "Surface reconstruction from sparse data". in **Proceedings, IEEE Conference on Pattern Recognition and Image Processing**, Dallas, 45-48.
- SOROKA, B. I. (1981): "Generalized cones from serial sections", **Computer Vision, Graphics and Image Processing**, 15, 154-166.
- SURAZHISKY, T.; V. SURAZHISKY; G. BAREQUET and A. TAL (2001): "Blending polygonal shapes with different topologies", **Computers & Graphics**, 25, 29-39.
- WANG, Y.F. and J.K. AGGARWAL (1986): "Surface reconstruction and representation of 3D scenes", **Pattern Recognition**, 19, 197-207.
- ZHANG, T. and C. SUEN (1984): "A fast parallel algorithm for thinning digital patterns", **Communications of the ACM**, 27, 236-239.