# DOS ENFOQUES PARA EL ANÁLISIS DE CLASES LATENTES ORDINALES

Adalberto González Debén y Jesús E. Sánchez García[1], Grupo de Estadística, Instituto de Cibernética, Matemática y Física, CITMA, Cuba
Marcia López Betancourt, Hospital Pediátrico Docente "Centro Habana", MINSAP, Cuba

**RESUMEN**
Un aspecto importante en el análisis de clases latentes es la posibilidad de incluir el orden como una característica de la variable latente, ya que es frecuente que se presenten problemas reales en los que se trate de encontrar grupos que reflejen un proceso ordenado. En el trabajo se presentan dos enfoques que pretenden resolver esta situación y se aplican de manera combinada al estudio de la evolución del lenguaje del niño cubano y se concluye con una propuesta de método de trabajo que vincula a ambos de manera complementaria.

**ABSTRACT**
An important aspect of the latent class analysis is the possibility of including order as a characteristic of the latent variable, because it is frequent to encounter real problems where the aim is to find groups reflecting an ordered process. In this paper two approaches are presented, which intend to solve this situation and are applied in a combined way to the study of the language evolution of Cuban children. It is concluded with a proposal of a work method linking both in a complementary manner.

**Key words**: Latent Class Analysis, Ordinal Categorical Variables

**MSC**: 62H17

## 1. INTRODUCCIÓN

El Análisis de Clases Latentes (ACL) es un método multivariado que se utiliza para encontrar grupos de individuos a partir de variables categóricas. La idea básica es que los parámetros de un cierto modelo estadístico difieren en subgrupos no observados.

El ACL fue introducido en 1950 por Paul Lazarsfeld como un método para encontrar tipologías a partir de items dicotómicos. En el modelo de clases latentes (MCL) clásico (Lazarsfeld y Henry(1968), Goodman (1974)), se supone que las variables observadas son condicionalmente independientes dada una variable latente nominal.

Existen trabajos de aplicación en el campo de las ciencias médicas, la sociología, la psicología, la educación y la mercadotecnia (Uebersax, 2001). Especialmente puede destacarse el descubrimiento de subtipos o subcategorías diagnósticas, así como la evaluación de tests diagnósticos cuando no se cuenta con un "patrón de oro".

En los trabajos de Clogg y Manning (1996) y González y Monteavaro (2001) se presentan aplicaciones interesantes del ACL con la utilización de los parámetros del MCL clásico para determinar la confiabilidad de tests compuestos por indicadores categóricos.

Existen muchas extensiones del MCL clásico, por ejemplo: (1) no independencia condicional, (2) variable latente ordinal, (3) más de una variable latente, y (4) introducción de covariables

En este trabajo se trata la extensión del MCL clásico a variables latentes ordinales. La necesidad de considerar variables latentes ordinales surge de manera natural en problemas donde está presente algún proceso de evolución como son el desarrollo de habilidades y capacidades.

Aquí se tratarán dos enfoques para la inclusión de este tipo de variables latentes. En primer lugar se presentan los modelos derivados de la Escala de Guttman (EG) (1947) y posteriormente el MCL con relaciones lineales entre las variables manifiestas y latentes, en ambos se hace uso de restricciones para asegurar la ordinalidad de las clases.

[1]**E-mail**: grupoest@jcmf.inf.cu

Luego de presentarlos con sus propiedades, se discuten las limitaciones de cada uno y los campos de aplicación. Asimismo, se resuelve un problema real acerca de la construcción de una escala para la medición del desarrollo del lenguaje del niño cubano.

## 2. MODELO DE CLASES LATENTES CLÁSICO

Para simplificar, en lo que sigue se presentará el MCL clásico para cuatro variables manifiestas, ya que la extensión a más es inmediata.

Sean A, B, C y D cuatro variables manifiestas categóricas y sea X una variable latente con T clases. El MCL clásico tiene la forma:

$$\pi_{ijkl}^{ABCD} = \sum_{t=1}^{T} \pi_{tijkl}^{XABCD}$$

donde

$$\pi_{tijkl}^{XABCD} = \pi_t^X \pi_{it}^{A/X} \pi_{jt}^{B/X} \pi_{kt}^{C/X} \pi_{lt}^{D/X}$$

Se ha adoptado la notación antes expuesta porque es la que se usa con más frecuencia en la literatura de la especialidad, en la notación habitual de probabilidad no es más que:

$$\pi_{ijkl}^{ABCD} = P(A = i, B = j, C = k, D = l)$$

$$\pi_{it}^{A/X} = P(A = i / X = t)$$

Es posible introducir en el MCL restricciones en los parámetros, en dependencia del problema que se pretende modelar. Estas restricciones pueden ser de tres tipos: (1) parámetros con valores fijos, (2) relaciones de igualdad entre algunos parámetros y (3) relaciones de orden entre algunos parámetros.

En 1979, Haberman demostró la relación entre el MCL clásico y el modelo loglineal para tablas de frecuencias incompletas:

$$\log(\pi_{tijkl}^{XABCD}) = \lambda + \lambda_t^X + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_l^D + \lambda_{ti}^{XA} + \lambda_{tj}^{XB} + \lambda_{tk}^{XC} + \lambda_{tl}^{XD},$$

con lo cual se lograba, por una parte, las ventajas numéricas asociadas a la estimación en este modelo y, por la otra, la posibilidad de incluir restricciones en los parámetros que no eran posibles en la formulación clásica.

La relación entre las dos formulaciones del MCL clásico está dada por:

$$\pi_{it}^{A/X} = \frac{\exp(\lambda_i^A + \lambda_{ti}^{XA})}{\sum_{i'} \exp(\lambda_{i'}^A + \lambda_{ti'}^{XA})}$$

## 3. MODELOS DE ESCALAMIENTO

La formulación clásica no hace distinciones entre variables latentes nominales y ordinales; sin embargo, ya en la introducción se planteó la necesidad, en algunas ocasiones, de que la variable latente tuviera esa propiedad.

La Escala de Guttman (EG) fue construida para el caso en que se tuvieran items ordenados según su dificultad. A manera de ejemplo, se da a continuación el caso de 4 items (A, B, C y D, donde A es el más fácil y D el más difícil). Los 5 patrones de respuestas posibles son los siguientes (donde 0 caracteriza la respuesta incorrecta y 1, la correcta):

(0000) (1000) (1100) (1110) (1111)

Los modelos de escalamiento se basan en considerar esta clasificación como clases de una variable latente. A continuación se presentan los seis modelos más utilizados (ver Dayton, 1998). En cada caso se dan las restricciones que los definen. Nuevamente se tienen cuatro items ordenados según su dificultad:

1. *Modelo de Proctor* (1970)

La idea básica de Proctor fue considerar cada patrón de la EG como una clase latente e introducir un error, cuyo valor $\alpha$, $0 < \alpha < 1$, es la probabilidad de una respuesta inconsistente con la clase. En la Tabla 1 se presentan las restricciones de igualdad entre los parámetros de este modelo:

**Tabla 1**. Modelo de Proctor.

| | **Variable latente *X*** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | *t* = 1 (0000) | *t* = 2 (1000) | *t* = 3 (1100) | *t* = 4 (1110) | *t* = 5 (1111) |
| $\pi_{1t}^{A/X}$ | $\alpha$ | $1 - \alpha$ | $1 - \alpha$ | $1 - \alpha$ | $1 - \alpha$ |
| $\pi_{1t}^{B/X}$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $1 - \alpha$ | $1 - \alpha$ | $1 - \alpha$ |
| $\pi_{1t}^{C/X}$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $1 - \alpha$ | $1 - \alpha$ |
| $\pi_{1t}^{D/X}$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $1 - \alpha$ |

2. *Modelo de Dayton y Macready* (1976)

En este modelo se supera la crítica hecha al de Proctor por considerar que el error que se comete es siempre el mismo. Aquí se dan dos errores, con valores $\alpha$ y $\beta$, denominados, respectivamente, de intrusión y omisión. Por esto se entiende el error que se comete al responder 1 cuando se espera 0 y viceversa. En la Tabla 2 se presentan las restricciones de igualdad entre los parámetros de este modelo:

**Tabla 2**. Modelo de Dayton y Macready.

| | **Variable latente *X*** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | *t* = 1 (0000) | *t* = 2 (1000) | *t* = 3 (1100) | *t* = 4 (1110) | *t* = 5 (1111) |
| $\pi_{1t}^{A/X}$ | $\alpha$ | $1 - \beta$ | $1 - \beta$ | $1 - \beta$ | $1 - \beta$ |
| $\pi_{1t}^{B/X}$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $1 - \beta$ | $1 - \beta$ | $1 - \beta$ |
| $\pi_{1t}^{C/X}$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $1 - \beta$ | $1 - \beta$ |
| $\pi_{1t}^{D/X}$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $\alpha$ | $1 - \beta$ |

3. *Modelo con errores específicos en los items*

Como su nombre lo indica, se continúa generalizando la noción de error y se considera uno propio de cada item. En la Tabla 3 se presentan las restricciones de igualdad entre los parámetros de este modelo:

**Tabla 3**. Modelo con errores específicos en los ítems.

| | **Variable latente *X*** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | *t* = 1 (0000) | *t* = 2 (1000) | *t* = 3 (1100) | *t* = 4 (1110) | *t* = 5 (1111) |
| $\pi_{1t}^{A/X}$ | $\alpha$ | $1 - \alpha$ | $1 - \alpha$ | $1 - \alpha$ | $1 - \alpha$ |
| $\pi_{1t}^{B/X}$ | $\beta$ | $\beta$ | $1 - \beta$ | $1 - \beta$ | $1 - \beta$ |
| $\pi_{1t}^{C/X}$ | $\gamma$ | $\gamma$ | $\gamma$ | $1 - \gamma$ | $1 - \gamma$ |
| $\pi_{1t}^{D/X}$ | $\delta$ | $\delta$ | $\delta$ | $\delta$ | $1 - \delta$ |

4. *Modelo con errores específicos en las clases latentes*

En este se sigue la misma idea, pero cada clase latente tiene su propio error. En la Tabla 4 se presentan las restricciones de igualdad entre los parámetros de este modelo:

**Tabla 4**. Modelo con errores específicos en las clases latentes.

| | Variable latente *X* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | *t* = 1 (0000) | *t* = 2 (1000) | *t* = 3 (1100) | *t* = 4 (1110) | *t* = 5 (1111) |
| $\pi^{A/X}_{1t}$ | $\alpha$ | $1 - \beta$ | $1 - \gamma$ | $1 - \delta$ | $1 - \varepsilon$ |
| $\pi^{B/X}_{1t}$ | $\alpha$ | $\beta$ | $1 - \gamma$ | $1 - \delta$ | $1 - \varepsilon$ |
| $\pi^{C/X}_{1t}$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | $1 - \delta$ | $1 - \varepsilon$ |
| $\pi^{D/X}_{1t}$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | $\delta$ | $1 - \varepsilon$ |

5. *Modelo de distancia latente* (Lazarsfeld y Henry, 1968)

En este modelo se asignan dos errores de intrusión ordenados a cada item. En este sentido, tanto el modelo de Proctor como los de intrusión/omisión son casos particulares de éste. En la Tabla 5 se presentan las restricciones de orden entre los parámetros de este modelo:

**Tabla 5**. Modelo de distancia latente.

| | Variable latente *X* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | *t* = 1 (0000) | *t* = 2 (1000) | *t* = 3 (1100) | *t* = 4 (1110) | *t* = 5 (1111) |
| $\pi^{A/X}_{1t}$ | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_2$ | $\alpha_2$ | $\alpha_2$ |
| $\pi^{B/X}_{1t}$ | $\beta_1$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_2$ | $\beta_2$ |
| $\pi^{C/X}_{1t}$ | $\gamma_1$ | $\gamma_1$ | $\gamma_1$ | $\gamma_2$ | $\gamma_2$ |
| $\pi^{D/X}_{1t}$ | $\delta_1$ | $\delta_1$ | $\delta_1$ | $\delta_1$ | $\delta_2$ |

$\alpha_1 \leq \alpha_2$, $\beta_1 \leq \beta_2$, $\gamma_1 \leq \gamma_2$ y $\delta_1 \leq \delta_2$.

6. *Modelo de Goodman* (1975)

Goodman introdujo la noción de respuestas “intrínsecamente no escalables”; esto es: que no se cumple la hipótesis de escala lineal. Llevado al caso de personas que responden los items, se trata de aquellos cuya respuesta no es ninguno de los patrones considerados por Guttman.

Esta “clase no escalable” es una más de la variable latente, carece de restricciones y las respuestas son aleatorias, dada la hipótesis de independencia local. En la Tabla 6 se presentan las restricciones de los parámetros de este modelo:

**Tabla 6**. Modelo de Goodman.

| | Variable latente *X* | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *t* = 1 (0000) | *t* = 2 (1000) | *t* = 3 (1100) | *t* = 4 (1110) | *t* = 5 (1111) | *t* = 6 (1111) |
| $\pi^{A/X}_{1t}$ | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | $\alpha$ |
| $\pi^{B/X}_{1t}$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | $\beta$ |
| $\pi^{C/X}_{1t}$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | $\gamma$ |
| $\pi^{D/X}_{1t}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $\delta$ |

A partir de la noción de clase no escalable de Goodman, surgió un nuevo conjunto de modelos de escalamiento, denominados modelos extendidos (Dayton y Macready, 1980), que resultan de añadir una clase no escalable a cada uno de los modelos anteriores.

Está claro que la propuesta de Goodman no se restringe a una sola clase no escalable. De hecho, siempre que el modelo siga siendo identificable, se pueden agregar nuevas clases.

Todos los modelos presentados en este acápite se derivan de la escala de Guttman que exige un conocimiento acerca del ordenamiento de los items, en el caso que se quieran usar en un sentido confirmatorio; pero, aún en el caso exploratorio, la búsqueda siempre se debe hacer dentro del marco de la escala lineal o combinación de varias de éstas.

En el acápite siguiente se presenta un modelo que no tiene como hipótesis el ordenamiento de los items y que, sobre la base de un conjunto diferente de restricciones, permite encontrar clases latentes ordenadas.

## 4. MCL CON RELACIONES LINEALES ENTRE LAS VARIABLES MANIFIESTAS Y LATENTES

En lo que sigue, se utilizará la formulación de Haberman (1979). Considerando las restricciones de identificabilidad siguientes para los parámetros del modelo loglineal:

$$\lambda_{0}^{A} = 0$$

$$\lambda_{1i}^{XA} = 0$$

$$\lambda_{t0}^{XA} = 0$$

se obtiene la siguiente expresión para el logito que representa la tendencia a que el item A se responda más en la categoría i que en la categoría 0, en la clase latente t.

$$\ln \frac{\pi_{it}^{A/X}}{\pi_{0t}^{A/X}} = \lambda_{i}^{A} + \lambda_{ti}^{XA},$$

Una forma de modelar la ordinalidad de la variable latente es linealizar este logito y hacerlo depender monótonamente de la variable latente (Clogg, 1988; Heinen, 1996). Magidson y Vermunt (2001) utilizan la siguiente restricción con este mismo fin:

$$\lambda_{ti}^{XA} = \lambda_{i}^{XA}\delta_{t}^{X}$$

donde $\delta_{t}^{X}$ toma valores equidistantes entre 0 y 1. En el trabajo antes mencionado se introduce el concepto de MCL factorial que tiene como rasgo principal la posibilidad de inclusión de más de una variable latente. En el ejemplo se utiliza la denominación factorial aquí presentada.

La comparación entre ambos enfoques se realizará a través del análisis de los resultados del problema que se resuelve en este trabajo.

## 5. DESARROLLO DEL LENGUAJE DEL NIÑO CUBANO

Se encuestaron 213 niños con edades entre 3 y 4 años, en el periodo de septiembre de 1993 a enero de 1994, en 8 provincias del país (López **et al**., 2000). Se presenta un estudio parcial acerca de la expresión de los componentes del grupo léxico sustantivos (A), verbos (B), adjetivos (C) y adverbios (D), que es la propuesta de orden de dificultad que se utilizará en los modelos derivados de la EG. En la Tabla 7 se presentan los datos:

**Tabla 7**. Expresión de los componentes del grupo léxico.

| SUSTANTIVOS | VERBOS | ADJETIVOS | ADVERBIOS | |
|---|---|---|---|---|
| | | | Incorrecto | Correcto |
| Incorrecto | Incorrecto | Incorrecto | 52 | 3 |
| Incorrecto | Incorrecto | Correcto | 5 | 4 |
| Incorrecto | Correcto | Incorrecto | 8 | 5 |
| Incorrecto | Correcto | Correcto | 3 | 2 |
| Correcto | Incorrecto | Incorrecto | 14 | 10 |
| Correcto | Incorrecto | Correcto | 10 | 6 |
| Correcto | Correcto | Incorrecto | 18 | 19 |
| Correcto | Correcto | Correcto | 17 | 46 |

Sobre la base de los objetivos del problema: Desarrollo de una escala de evolución del lenguaje, y siguiendo la recomendación dada por Uebersax (1997) de que debe aplicarse una variedad de técnicas de modelación con vistas a incrementar la probabilidad de descubrir algo útil, se aplicaron los siguientes modelos:

- MCL clásico de 1, 2 y 3 clases ($H_{1C}$, $H_{2c}$, $H_{3C}$)
- Modelo de Proctor ($H_P$)
- Modelo de Proctor/Goodman ($H_{PG}$)
- Modelo con un factor ordinal con 3 niveles ($H_{F3}$)

Para la estimación de los parámetros del MCL clásico y de los modelos de escalamiento se utilizó el programa LEM (Vermunt, 1997). Para ajustar el modelo de un factor ordinal se empleó Latent Gold (Vermunt y Magidson, 2000).

En la Tabla 8 aparecen los resultados relativos a la bondad de ajuste de cada uno de los modelos propuestos:

**Tabla 8**. Bondad de ajuste de los modelos propuestos.

| | $L^2$ | *g.l.* | *p* | % REDUCCIÓN ($L^2$) |
|---|---|---|---|---|
| $H_{1C}$ | 163.95 | 11 | 0.0000 | |
| $H_{2C}$ | 21.43 | 6 | 0.0015 | 86.93 |
| $H_{3C}$ | 3.49 | 1 | 0.0620 | 97.87 |
| $H_P$ | 24.76 | 10 | 0.0058 | 84.32 |
| $H_{PG}$ | 2.61 | 5 | 0.7603 | 98.41 |
| $H_{F3}$ | 4.63 | 5 | 0.4600 | 97.18 |

$L^2$: estadígrafo de razón de verosimilitud

De la tabla se aprecia que ni la hipótesis de independencia total ($H_{1C}$) ni la de dos clases ($H_{2C}$) se ajustan al problema que se analiza. La de 3 clases no ordenadas ($H_{3C}$) indica un ajuste, pero su utilidad se reduce a la posible ayuda en cuanto al número de clases en un nuevo modelo que sí incluya el orden.

El hecho de que $H_P$ no se ajuste es una señal de que no existe un orden en el sentido de la escala lineal planteada por Guttman, por lo que se pasa a la modificación propuesta por Goodman: el modelo $H_{PG}$. En la Tabla 9 se muestran las estimaciones de los parámetros de este modelo.

**Tabla 9**. Estimaciones de los parámetros del Modelo de Proctor/Goodman ($H_{PG}$).

| | **Variable latente *X*** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *t* = 1 (0000) | *t* = 2 (1000) | *t* = 3 (1100) | *t* = 4 (1110) | *t* = 5 (1111) | *t* = 6 |
| $\pi_1^X$ | **0.2235** | 0.0000 | 0.0179 | 0.0361 | **0.1954** | **0.5272** |
| | | | | | | |
| $\pi_{0t}^{A/X}$ | **0.9898** | 0.0102 | 0.0104 | 0.0106 | 0.0117 | 0.3071 |
| $\pi_{1t}^{A/X}$ | 0.0102 | 0.9898 | 0.9896 | 0.9894 | **0.9883** | 0.6929 |
| $\pi_{0t}^{B/X}$ | **0.9866** | 0.9866 | 0.0135 | 0.0137 | 0.0145 | 0.5042 |
| $\pi_{1t}^{B/X}$ | 0.0134 | 0.0134 | 0.9865 | 0.9863 | **0.9855** | 0.4958 |
| $\pi_{0t}^{C/X}$ | **0.9861** | 0.9861 | 0.9861 | 0.0137 | 0.0092 | 0.6107 |
| $\pi_{1t}^{C/X}$ | 0.0139 | 0.0139 | 0.0139 | 0.9863 | **0.9908** | 0.3893 |
| $\pi_{0t}^{D/X}$ | **0.9923** | 0.9923 | 0.9924 | 0.9925 | 0.0085 | 0.6041 |
| $\pi_{1t}^{D/X}$ | 0.0077 | 0.0077 | 0.0076 | 0.0075 | **0.9915** | 0.3959 |

Se observa que de las 6 clases del modelo, hay tres a las que se les asignan probabilidades muy cercanas a 0, por lo que de hecho vuelve a tenerse la indicación de la existencia de 3 clases: las dos clases extremas de la EG ( (0000) y (1111)) y la clase no escalable de Goodman.

El $H_{F3}$ también se ajusta, con lo que se ratifica la existencia de 3 clases y se comprueba que éstas son ordenadas. En la Tabla 10 se dan las estimaciones de los parámetros de este modelo:

Tabla 10. Estimaciones de los parámetros del modelo $H_{F3}$.

| | **Factor *V*** | | |
|---|---|---|---|
| | *r* = 1 | *r* = 2 | *r* = 3 |
| $\pi_r^V$ | 0.26 | 0.51 | 0.23 |
| | | | |
| $\pi_{r0}^{V/A}$ | 0.95 | 0.27 | 0.01 |
| $\pi_{r1}^{V/A}$ | 0.05 | 0.73 | 0.99 |
| $\pi_{r0}^{V/B}$ | 0.95 | 0.46 | 0.04 |
| $\pi_{r1}^{V/B}$ | 0.05 | 0.54 | 0.96 |
| $\pi_{r0}^{V/C}$ | 0.97 | 0.59 | 0.06 |
| $\pi_{r1}^{V/C}$ | 0.03 | 0.41 | 0.94 |
| $\pi_{r0}^{V/D}$ | 0.96 | 0.63 | 0.11 |
| $\pi_{r1}^{V/D}$ | 0.04 | 0.37 | 0.89 |

Interpretación de los resultados: Se basará fundamentalmente en los resultados del $H_{F3}$ ya que la utilidad de los modelos anteriores se discutió en el momento de su presentación.

De los resultados se desprende que puede hablarse de 3 clases ordenadas. A partir de los valores de los parámetros del modelo en cada clase se aprecia que la primera (26 % de la muestra) es la clase de los que no responden ninguno de los items; la segunda es una clase intermedia (51 % de la muestra) donde están los individuos que, por lo menos, responden correctamente un item, pero no todos; finalmente, la tercera clase (23 % de la muestra) agrupa a aquellos que responden correctamente todos los items.

De manera particular, el análisis de la segunda clase da que, si bien no puede demostrarse la existencia del orden propuesto, sí queda claro que el item más fácil es Sustantivos y el más difícil es Adverbios.

## 6. CONCLUSIONES

Los modelos de escalamiento, derivados de la escala de Guttman, son una herramienta útil para comprobar la hipótesis de cierto tipo de orden en las variables manifiestas. La variedad de modelos permite una búsqueda abarcadora, aunque también existe el peligro de que los resultados no sean generalizables debido a la especificidad de las formulaciones de los modelos. En todo caso, siempre pueden utilizarse como punto de partida, en un sentido exploratorio, una vez demostrado que no se trata de la escala Guttman. En ese sentido, el problema resuelto en el presente trabajo es un buen ejemplo de ello.

El modelo de clases latentes de un factor ordinal es adecuado cuando se busca establecer un agrupamiento ordenado de los individuos de la muestra. Una característica importante que contribuye a su uso general es que no depende de una especificación previa de un orden en las variables manifiestas. Tiene un uso fundamentalmente exploratorio como se hizo con el análisis de la evolución del lenguaje tratado en este artículo.

La combinación de ambos enfoques es un método efectivo que vincula el uso confirmatorio y el exploratorio, al tiempo que los resultados de cada uno complementa y apoya los de otro. Es recomendable la utilización, no sólo de varios modelos, sino de enfoques diferentes que redunden en un conocimiento más profundo del problema tratado. Nuevamente el estudio que se realiza aquí constituye un ejemplo de esta forma de trabajo.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Dr. Jeroen K. Vermunt por su ayuda y consejo oportunos.

## REFERENCIAS

CLOGG, C. C. and W.D. MANNING (1996): "Assessing reliability of categorical measurements using latent class models" En: A. von Eye & C.C Clogg (Eds.) **Categorical variables in developmental research (**Ch. 8, 169-182) Academic Press. Nueva York.

DAYTON, C.M. (1998): **Latent class scaling models**. Thousand Oakes, CA Sage.

DAYTON, C.M. and G.B. MACREADY (1976): "A probabilistic model for the validation of behavioral hierarchies". **Psychometrika**, 41, 189-204.

________________________________ (1980): "A scaling model with response errors and intrinsically unscalable respondents". **Psychometrika**, 45, 343-356.

GONZÁLEZ, A. y MONTEAVARO, M. (2001): "Determinación de la confiabilidad de un índice de información política". **Multiciência** , 4, 19-29.

GOODMAN, L.A. (1974): "Exploratory latent structure analysis using both identifiable and unidentifiable models". **Biometrika**, 61, 215-231.

________________ (1975): "A new model for scaling response patterns: An application of the quasi-independence concept". **J. American Stat. Ass**., 70, 755-768.

GUTTMAN, L. (1947): "On Festinger's evaluation of scale analysis."Psychological Bulletin, 44, 451-465.

HABERMAN, S.J. (1979): **Analysis of qualitative data**, 2. **New developments**. Academic Press, Nueva York.

HEINEN; T. (1996): **Latent trait and discrete latent trait models: similarities and difference**. Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences, Sage Publications, Thousand Oaks, C.A.

LAZARSFELD, P.F. and N.W. HENRY (1968): **Latent structure analysis.** Houghton Mifflin. Boston.

LÓPEZ-BETACONCOURT, M. **et al**. (2000): "Desarrollo del lenguaje en el niño cubano menor de 18 meses". **Revista Cubana de Pediatría**, 72, 32-39

MAGIDSON, J. and J.K. VERMUNT (2001): "Latent class factor and cluster models, bi-plots, and related graphical displays". **Sociological Methodology**, 31, 223-264.

PROCTOR, C.H. (1970): "A probabilistic formulation and statistical analysis of Guttman scaling". **Psychometrika**, 35, 73-78.

UEBERSAX, J. (1997): "nalysis of Student Problem Behaviors with Latent Trait, Latent Class, and Related Probit Mixture Models" En: J. Rost y R. A. Langeheine (Eds.): **Applications of latent trait and latent class models in the social sciences**. Waxmann, Nueva York.

UEBERSAX, J. (2001): Latent class analysis frequently asked questions (FAQ). Internet WWW page, at URL: http://ourworld.compuserve.com/homepages/juebersax/ (versión con fecha octubre 5, 2001).

VERMUNT, J.K. (1997): **LEM: A general program for the analysis of categorical data**, Departamento de Metodología, Universidad de Tilburg

VERMUNT, J.K. and J. MAGIDSON (2000): **Latent Gold 2.0. User's Guide**, Statistical Innovations, Inc., Belmont, MA.