ESTRATEGIA HÍBRIDA AGA-SIMPLEX PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE MODELOS DINÁMICOS A PARTIR DE LA RESPUESTA AL ESCALÓN

R. F. Tanda Martínez^{*}, A. Aguado Behar

Departamento de Control Automático, Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF), La Habana, Cuba.

ABSTRACT

It is presented a hybrid strategy based on an Adaptive Genetic Algorithm and the Simplex method for the open-loop dynamic models parameter estimation. It is analyzed the behavior of the operators implicated in the genetic optimizer, as well as the performance of the Simplex in a second estimation stage. The proposal is compared with the conventional techniques which have better performance in the task. The comparison is based on the sum of square error committed in simulation from a test batch composed by typical dynamical process models. It is also stated the solution for systems with special dynamics.

KEYWORDS: Genetic Algorithms, Optimization algorithms, Parameter estimation, System identification, Simplex method.

MSC: 93B30.

RESUMEN

Se presenta una estrategia híbrida basada en un Algoritmo Genético Adaptable y el método Simplex para la estimación de parámetros de modelos dinámicos en lazo abierto. Se analiza el comportamiento de los operadores implicados en el optimizador genético, así como el desempeño del Simplex en una segunda etapa de estimación. La propuesta es confrontada con las técnicas convencionales que mejor se desempeñan en la tarea. La comparación es sobre la base de la sumatoria del error cuadrático cometido en simulación a partir de un conjunto de prueba compuesto por modelos típicos de procesos. Se plantea además la solución para sistemas con dinámicas especiales.

1. INTRODUCCIÓN

Gran parte de la conducta dinámica de los procesos industriales, objetos del control automático, es relativamente simple. Los procesos se diseñan de tal forma que sean fáciles de regular. Si se utiliza el control Proporcional-Integral-Derivativo (PID), que es la estructura manejada en casi el 97 por ciento de los procesos industriales [6], es natural que se empleen modelos sencillos, lineales y expresados mediante funciones de transferencia en transformada de Laplace. La mayoría de estos modelos contienen sólo unos pocos parámetros que generalmente deben ser estimados, en forma experimental, a partir de la respuesta a la señal escalón aplicada en la entrada del proceso.

Los sistemas con respuestas a la señal escalón que son esencialmente monótonas son muy comunes. Estos se pueden representar como un modelo de primer orden con retardo de tiempo (modelo FOTD) dado por

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1+sT} e^{-sL},\tag{1}$$

^{*} Corresponding Author, <u>tanda@icimaf.cu</u>

donde K_p es la ganancia estática, T es la constante de tiempo que representa el retraso inercial del proceso, y L es el retardo de tiempo. Muchos sistemas también pueden ser aproximados a un modelo de segundo orden con retardo de tiempo (modelo SOTD). En estos casos el modelo viene dado por

$$G_{p}(s) = \frac{K_{p}}{(1+sT_{1})(1+sT_{2})}e^{-sL},$$
(2)

que es una generalización de (1) y en la que se admite un punto de inflexión en la respuesta dinámica al escalón. Sin perdida de generalidad se puede suponer que $T_2 \leq T_1$. Sobre estos dos modelos dinámicos lineales, expresados como funciones de transferencia entre la salida y la entrada del sistema, gravita gran parte de la presente investigación. Otras estructuras, también comunes en control de procesos, serán abordadas como casos particulares en este artículo.

Para la obtención de un modelo matemático que describa un determinado proceso, es necesario contar con información referente a su comportamiento dinámico. La estimación de los parámetros de estos modelos (ganancia estática, constantes de tiempo y retardo de tiempo), puede hacerse a partir de la respuesta a un cambio en escalón en la entrada denominada curva de reacción del proceso. Cuantiosos estudios han sido dedicados a esa temática; ver, por ejemplo, [3], [20] y [33]. Los métodos basados en esta técnica en su mayoría son gráficos e implementados en lazo abierto. Es decir, los datos se generan perturbando la entrada del proceso y registrando el comportamiento a la salida del sistema.

Un estudio precedente tuvo como resultado una estadística que refleja las técnicas asociadas a esta metodología que proveen mejores resultados; ver [33]. Estas variantes, en su mayoría, tienen su origen en el diseño de controladores PID. Su utilización en la estimación de parámetros del proceso se debe a la estrecha relación existente entre los criterios de diseño de estos reguladores con el modelo de la planta a controlar. Las variantes que utilizan dos o más puntos sobre la curva de reacción del proceso, para los modelos (1) y (2), proporcionan una buena exactitud de predicción en sentido general. Estas técnicas servirán como evaluadores de la estrategia híbrida propuesta.

Por otra parte se puede afirmar que una gran cantidad de problemas con interés en ciencia y tecnología pueden modelarse como problemas de optimización. Para resolverlos, una alternativa consiste en diseñar algoritmos aproximados que encuentren soluciones de alta calidad en tiempos razonables. De entre todos los métodos aproximados se destacan las metaheurísticas por su eficiencia, efectividad y flexibilidad. Estos métodos se han aplicado con éxito a una gran variedad de problemas de optimización. Los Algoritmos Genéticos (AG), propuestos por J. Holland en 1975 [16], forman parte de ello.

Resultan diversas las aplicaciones de los AG en el campo del control de procesos. Ejemplo de ello puede revisarse en [24]. Aplicaciones de los AG en la identificación de sistemas aparecen en [22], [18], [23] y [21], entre otras. Los AG también encuentran un espacio en problemas relacionados a la estimación de parámetros de máquinas eléctricas; ver, por ejemplo, [4], [17], [12] y [1]. Otras aplicaciones reportadas en la literatura son las relacionadas a la identificación de sistemas en lazo cerrado; ver, por ejemplo, [37], [29] y [2].

Estrategias híbridas, como la del presente trabajo, también han sido objeto reciente de investigación. Por ejemplo, en [36] se utiliza un AG en combinación con el método Recocido Simulado para estimar parámetros y ajustar controladores PID. Mientras que en [13] se emplea una estructura compuesta por un AG y el método Simplex capaz de estimar los parámetros de un modelo no lineal perteneciente a un motor de corriente directa. La presente propuesta también se basa en el uso estos dos últimos algoritmos.



Figura 1. El proceso de estimación de parámetros.

La Figura 1 muestra la idea básica del proceso de estimación de parámetros descrito en este trabajo. El sistema real y el modelo estimado son excitados por una señal en escalón u(t). Las salidas de estos bloques, $y(t) \in \hat{y}(t)$, son comparadas, siendo ello la entrada del evaluador, el cual calcula las estimaciones del modelo, y lo actualiza, a partir del error e(t) producido por ambas respuestas.

Mediante este complemento el Algoritmo Genético Adaptable (AGA) es aplicado para conducir la identificación y hallazgo de la solución parcial a partir de espacios de búsqueda considerados. Por su parte, el Simplex se encarga de obtener la solución global basándose en la estimación previa del AGA. Esto asegura una solución óptima. La velocidad de convergencia del Simplex puede además elevar la eficiencia de la identificación de los parámetros, disminuyendo el esfuerzo del AGA cuando trabaja con grandes poblaciones.

El resto del artículo se organiza de la siguiente forma: la Sección 2 describe la formulación del problema. La Sección 3 introduce la metodología híbrida compuesta por el AGA y el Simplex. En la Sección 4 se brinda el diseño del experimento para la evaluación de la propuesta. Las Secciones 5 y 6 contienen los resultados de las simulaciones y las conclusiones, respectivamente.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La Figura 1 ilustró el procedimiento para llevar a cabo la estimación de parámetros en lazo abierto. Considerando que el bloque de proceso se caracteriza mediante la función de transferencia $G_p(s)$, esta puede ser escrita de manera general como

$$G_{p}(s) = \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{c_{m}s^{m} + \dots + c_{1}s + c_{0}}{d_{n}s^{n} + \dots + d_{1}s + d_{0}}e^{-sL},$$
(3)

donde C(s) y D(s) representan polinomios en s para $m \le n$.

El término del retardo puro e^{-sL} puede ser sustituido por una aproximación de Padé [10] de la forma

$$e^{-Ls} \approx \frac{P(s)}{Q(s)} \approx \frac{p_1 s^l \pm ... p_2 s^2 + p_1 s - 1}{q_1 s^l + ... q_2 s^2 + q_1 s + 1}$$

De ahí que

$$G_p(s) \square \frac{C(s)}{D(s)} \frac{P(s)}{Q(s)},\tag{4}$$

donde los coeficientes c_i , d_i , p_i , y q_i son funciones de los parámetros de la planta P_{Gp}

$$\begin{split} c_i &= f_i \ P_{Gp} \ , \quad i = 0, 1, ..., m \\ d_i &= g_i \ P_{Gp} \ , \quad i = 0, 1, ..., n \\ L &= r = p_i, q_i = Padé \ s, r \ , \quad i = 0, 1, ..., l \end{split}$$

siendo en este caso $f_i(.)$, $g_i(.)$, y *Padé*(*s*,*r*) funciones no lineales conocidas. Aplicando una señal escalón u(t) en la entrada, la respuesta y(t) del sistema (4) puede calcularse mediante

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \Big[G_p(s) \cdot \mathcal{L} \ u(t) \Big],$$

donde \mathcal{L} denota a la transformada de Laplace y \mathcal{L}^{-1} su inversa.

Sea $\hat{y}(kT_s)$ una muestra experimental de la salida, medida con un período de muestreo T_s adecuado, es posible entonces plantear el siguiente problema de optimización para determinar los parámetros del sistema $G_p(s)$ en lazo abierto

$$\min_{c_i,d_i,p_i,q_i} J = \sum_{k=1}^{N} e^2(kT_s) = \sum_{k=1}^{N} \left[y(kT_s) - y(kT_s) \right]^2,$$
(5)

donde N representa el número de muestras.

3. ESTRATEGIA HÍBRIDA

3.1. Algoritmo Genético Adaptable

Los AG constituyen métodos de búsqueda basados en los mecanismos de selección natural; ver, por ejemplo, [16], [14] y [28]. El principio sobre el cual se desarrollan es tomar, dentro de una población de individuos dada, aquellos que, según parámetros y condiciones preestablecidas, tengan una mayor "aptitud" para sobrevivir dentro de esa población, y así crear una nueva "generación mejorada" de individuos. Las características del AGA propuesto se describen a continuación:

- Los individuos se codifican con números reales [26]. De tal forma a cada gen le corresponde un valor real.
- Una operación de "ranking" [7] asigna a cada individuo x un número natural de acuerdo con el valor asociado del criterio J(x). De tal forma a valores menores de la función objetivo corresponden números mayores. Entonces, para cada individuo x se define un nuevo valor J'(x) correspondiente a su número de orden y que representa el grado de ajuste de dicha solución.
- Se utiliza la técnica de Muestreo Universal Estocástico para la operación de selección [8]. La probabilidad de supervivencia $P(x_i)$ de un individuo x_i se calcula mediante

$$P(x_{i}) = \frac{J'(x_{i})}{\sum_{j=1}^{Nind} J'(x_{j})},$$
(6)

en la que $N_{\rm ind}$ representa al número de individuos de la población.

• Para el cruce de los cromosomas se utiliza el operador de recombinación intermedio [30], que relaciona a los individuos hijos (x_1^2, x_2^2) con los individuos padres (x_1, x_2) mediante la transformación

$$\begin{aligned} x_1' &= \alpha_1 x_1 + (1 - \alpha_1) x_2 \\ x_2' &= \alpha_2 x_2 + (1 - \alpha_2) x_1, \end{aligned} \tag{7}$$

donde α_1 y α_2 son números aleatorios distribuidos uniformemente en el intervalo [0, 1] que se generan para cada cromosoma.

• La mutación de un cromosoma seleccionado de manera aleatoria se calcula mediante

$$x_{i} = x_{i} (1 + 0.2 \ randn),$$
 (8)

siendo randn un número aleatorio distribuido normalmente con media cero y varianza unitaria.

- Se utiliza el concepto de "elitismo" durante la ejecución del AGA. Con ello se garantiza que la mejor solución obtenida, en cualquier generación, se mantenga inalterable en la generación siguiente hasta que aparezca una mejor.
- Luego de culminarse una iteración, el espacio de búsqueda queda restringido a partir de

$$P_{G_{P_{\text{max}}}} = 1 + \alpha P_{G_{P_{best}}}$$

$$P_{G_{P_{\text{min}}}} = 1 - \alpha P_{G_{P_{best}}},$$
(9)

siendo α un número perteneciente al intervalo [0.2, 0.5]. Ello hace que el algoritmo sea adaptable en ese sentido. El AGA se repite un número arbitrario de veces N_{repet} con la idea de trabajar en vecindades reducidas de dicho espacio y lograr una mejor convergencia.

3.2. AGA como solución al problema de optimización

En lo que sigue, se aplicará una metodología basada en un AGA para resolver el problema de optimización planteado en (5). Para ello se define una población de parámetros de tamaño N_{ind} generada inicialmente de forma aleatoria compuesta por

$$I_{Gp}^{\ j} = \left[C^j, D^j, R^j \right], \tag{10}$$

y sometida a las restricciones

$$I_{Gp_{\max}} \ge I_G \ge I_{Gp_{\min}},$$

$$I_{Gp}^{\ j} = I_{Gp_{\min}}^{\ j} + I_{Gp_{\min}}^{\ j} - I_{Gp_{\min}}^{\ j} rand,$$
(11)

donde $j = 1, 2, ..., N_{ind}$, y rand es un número aleatorio distribuido en el intervalo [0, 1].

Para cada individuo $I_{\rm Gp}^{j}$, de la población $I_{\rm Gp}$ existe

i. una función de transferencia

$$G_{p}^{\ j}(s) = \frac{C^{j}(s)}{D^{j}(s)} \frac{P^{j}(s)}{Q^{j}(s)},$$
(12)

en la cual los coeficientes c_i^j , d_i^j , y r_i^j se determinan a partir de

$$\begin{aligned} c_i^{\ j} &= f_i \left(P_{Gp}^{\ j} \right), \quad i = 0, 1, ..., m \\ d_i^{\ j} &= g_i \left(P_{Gp}^{\ j} \right), \quad i = 0, 1, ..., n \\ r_i^{\ j} &= Pade(s, r^j), \quad i = 0, 1, ..., l, \end{aligned}$$

para $j = 1, 2, ..., N_{ind}$.

ii. una respuesta temporal

$$\hat{y}^{j}(t) = \mathcal{L}^{1}[G_{p}^{j}(s)\mathcal{L}(u(t))]$$
(13)

iii. una función de error

$$J^{j} = \sum_{k=1}^{N} \left[y(kT_{s}) - \hat{y}^{j} \ (kT_{s}) \right]^{2}$$
(14)

De ahí que, el problema de optimización pueda ser replanteado como

$$\min_{j} J^{j} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[y \ kT_{s} - y^{j} \ kT_{s} \right]^{2}.$$

Analizando, si se cumple que $J^{j}_{min} = J^{i}$ entonces, la solución al problema de optimización planteado estará dada por $I_{Gp_{best}} = I_{Gp}^{i}$, donde $I_{Gp_{hest}} = C_{best}, D_{best}, R_{best}$ es la solución al problema de identificación.

Para la ejecución del AGA se consideran dos criterios de parada: (*i*) número máximo de iteraciones Itr_{max} . Este factor, dada la particularidad del optimizador, depende de la cantidad de repeticiones N_{repet} y la cantidad de generaciones N_{gen} , y (*ii*) mínimo valor de error de la función objetivo, fijado en 10⁻⁶.

Una descripción general del AGA, considerando las características descritas, es presentada en el Algoritmo 1.

```
Algoritmo 1. AGA
RangeMax → rango máximo del espacio inicial de búsqueda
RangeMin → rango mínimo del espacio inicial de búsqueda
J_{\min} \rightarrow mínimo valor de error de la función objetivo
for k = 1 to N_{\text{repet}} do
   for i = 1 to N_{ind} do
      for j = 1 to n do
         Generar población aleatoria según (10) y (11) \rightarrow x^{j}
     end for
   end for
   for k = 1 to N_{\text{gen}} do
      for i = 1 to N_{ind} do
         for j = 1 to n do
            if RangeMax (n) \ge x^{j}(n) \ge RangeMin (n) then
                x_{\text{pob}}^{J} = x^{j}
            else
                x_{\text{pob}}^{j}(n) = (\text{RangeMax}(n) + \text{RangeMin}(n))/2
            end if
         end for
         calcular Gp^{j}(s) con (12)
         calcular y^{j}(t) \operatorname{con}(13) \operatorname{y} calcular J^{j} \operatorname{con}(14)
         verificar criterio de parada (ii) con J_{min}
      end for
```

seleccionar los mejores parámetros con (6) calcular cruzamiento con (7) y calcular mutación con (8) end for ajustar RangeMax (*n*) y RangeMin (*n*) con (9) end for solución óptima encontrada $\rightarrow [C_{\text{best}}, D_{\text{best}}, R_{\text{best}}]$

3.3. Definición de los espacios iniciales de búsqueda del AGA

Aunque el AGA sea capaz de trabajar a partir de grandes espacios de búsqueda, estos se pueden predefinir con la idea de mejorar la rapidez y eficacia en la convergencia del algoritmo. Para ello, se parte del hecho que se estiman modelos de la forma

$$G_{FOTD}(s) = \frac{c_0}{1+d_1 s} e^{-sr}, \quad G_{SOTD}(s) = \frac{c_0}{1+d_1 s+d_2 s^2} e^{-sr}.$$
(15)

De ahí que, los espacios de búsqueda se definan como

$$\begin{split} I_{Gp_{\max}} &= [C^{j}_{\max} \quad D^{j}_{\max} \quad R^{j}_{\max}] \\ I_{Gp_{\min}} &= [C^{j}_{\min} \quad D^{j}_{\min} \quad R^{j}_{\min}], \end{split}$$

donde $C^{j} = c_{0}^{j}$, $D^{j} = d_{1}^{j}$ y $R^{j} = r^{j}$ para el modelo FOTD, y $C^{j} = c_{0}^{j}$, $D^{j} = [d_{2}^{j} d_{1}^{j}]$ y $R^{j} = r^{j}$ para el modelo SOTD.

Un análisis de la curva de reacción del proceso permite establecer ciertas cotas sobre algunos parámetros que se encuentran bien definidos para esas dinámicas. La Figura 2 ilustra la idea de este análisis. Como entrada se considera una señal escalón u(t) de amplitud Δu , y como respuesta del sistema una señal y(t) con amplitud Δy . Resulta característico de la metodología empleada la evaluación de la ganancia estática K_p a partir de los valores de los estados estacionarios inicial y final de la curva de la respuesta al escalón.



Figura 2. Análisis experimental de la curva de reacción del proceso para determinar los espacios iniciales de búsqueda del AGA.

En la Figura 2 se considera a P_L como el punto donde se intercepta la tangente a la curva de respuesta, en su punto de inflexión Q, con el eje de tiempo t. El tiempo t_{63} es donde la respuesta al escalón ha alcanzado el 63 por ciento de su valor final. De esta manera, los espacios iniciales de búsqueda para los modelos (15) pueden definirse a partir de

$$C^{j}_{\text{max}} = \Delta y / \Delta u \ 1 + \mu$$
, $C^{j}_{\text{min}} = \Delta y / \Delta u \ 1 - \mu$

$$D_{FOTD \max}^{j} = t_{63} - P_{L} + \nu$$

$$D_{FOTD \min}^{j} = t_{63} - P_{L} + \nu$$

$$D_{SOTD \max}^{j} = \begin{bmatrix} t_{63} - P_{L}(1+\nu)^{2} & \frac{t_{63} - P_{L}(1+\nu)}{2} \end{bmatrix}$$

$$D_{SOTD \min}^{j} = \begin{bmatrix} t_{63} - P_{L}(1-\nu)^{2} & \frac{t_{63} - P_{L}(1-\nu)}{2} \end{bmatrix}$$

$$R_{\max}^{j} = P_{L} + \nu , \quad R_{\min}^{j} = P_{L} + \nu , \quad \forall R^{j} \ge 0.$$
(16)

El porcentaje seleccionado sobre la curva de reacción se basa en la estimación del tiempo de residencia medio T_{ar} para sistemas con respuestas a un escalón esencialmente monótonas; ver [6]. Los valores de μ y v se pueden establecer en el intervalo [0.2, 0.7]. Las restricciones impuestas en (16) fueron determinadas de manera experimental a partir del conjunto de prueba (17) y otras derivaciones considerando el aumento en magnitud de los retrasos.

3.4. Método Simplex

El método Simplex no lineal, original de Nelder y Mead [31], es un método heurístico de búsqueda de mínimos de cualquier función *N*-dimensional. Sobre este argumento, sea la función $J(b) \in \mathbf{R}$ con $b \in \mathbf{R}^n$, se pretende resolver el problema *min J(b)* sin restricciones.

La idea del método es el cierre lineal de n + 1 puntos en \mathbb{R}^n a partir de la estimación inicial del AGA, y siendo n el número de parámetros a optimizar. El Simplex sustituye su vértice con valor más grande por un nuevo vértice de menor valor que garantice el mejor ajuste del objetivo prefijado. Sobre el algoritmo se realizan cuatro operaciones: reflexión, expansión, contracción, y reducción. El método Simplex se encuentra expuesto en numerosas contribuciones científicas, una descripción muy ilustrativa puede revisarse en [25].

4. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

4.1. El conjunto de prueba

Las técnicas experimentales de identificación basadas en la curva de reacción no resultan apropiadas para todo tipo de procesos. De ahí que sea sugerente utilizar aquellos procesos que vienen caracterizados esencialmente por respuestas a escalón monótonas. Los siguientes 38 procesos componen el conjunto de prueba utilizado:

$$\begin{aligned} G_{p1}(s) &= \frac{1}{(1+sT)}, \quad T = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 3, 5, 10 \\ G_{p2}(s) &= \frac{1}{(1+sT)^2}, \quad T = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 3, 5, 10 \\ G_{p3} &= \frac{1}{1+sT} \frac{1}{1+s}, \quad T = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 3, 5, 10 \\ G_{p4} &= \frac{1}{1+sT} e^{-sL}, \quad \begin{array}{c} T = 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.5, 0.7, 0.9 \\ T+L = 1 \\ \end{array} \end{aligned}$$
(17)

Se incluyen modelos FOTD y modelos SOTD. Estos procesos son representativos para muchos de los sistemas tecnológicos encontrados en la industria. Dinámicas similares se abordan en problemas relacionados al diseño y sintonía de controladores PID a partir de métodos de optimización; ver, por ejemplo, [5], [6], [9] y [32].

4.2. Criterio de desempeño

El criterio de desempeño, mediante el cual serán evaluados los diferentes métodos, se definió como la Sumatoria del Error Cuadrático (*SSE*) que responde a

$$SSE = \sum_{k=1}^{N} \left[y(k) - y(k) \right]^{2}, \quad k = 1, 2, ..., N,$$

donde y(k) representa un vector con los valores de la respuesta del proceso e $\hat{y}(k)$ el del modelo obtenido.

4.4. Planificación de las simulaciones

Para determinar el desempeño individual del AGA se planificaron simulaciones con el fin de considerar el comportamiento de términos propios del algoritmo tales como: la cantidad de individuos de la población N_{ind} , la probabilidad de cruce P_c y la probabilidad de mutación P_m . Estos parámetros fueron evaluados con respecto a la conducta de la función objetivo, y teniéndose en cuenta el tipo de modelo a estimar. La Tabla 1(a y b) muestra la planificación de las simulaciones. Para todos los casos se efectuaron 25 réplicas de cada experimento.

Tabla 1a. Planificación de simulaciones del AGA con variación de Nind.

Proceso	N _{repet}	N _{gen}	P _c	P _m	$N_{ m ind}$
G_{p1}	10	3	0.5	0.5	25, 50, 100, 200, 300, 400, 500
$G_{ m p2}$	10	3	0.5	0.5	25, 50, 100, 200, 300, 400, 500
$G_{ m p3}$	10	3	0.5	0.5	25, 50, 100, 200, 300, 400, 500
$G_{ m p4}$	10	3	0.5	0.5	25, 50, 100, 200, 300, 400, 500
$G_{ m p5}$	10	3	0.5	0.5	25, 50, 100, 200, 300, 400, 500

Proceso	$N_{ m repet}$	$N_{ m gen}$	$N_{ m ind}$	$P_{\rm m} \left(P_{\rm c} = 0.5 \right)$	$P_{\rm c} (P_{\rm m} = 0.5)$
G_{p1}	10	3	300	0.2, 0.4, 0.6, 0.8	0.3, 0.5, 0.7, 0.9
$G_{ m p2}$	10	3	300	0.2, 0.4, 0.6, 0.8	0.3, 0.5, 0.7, 0.9
$G_{ m p3}$	10	3	300	0.2, 0.4, 0.6, 0.8	0.3, 0.5, 0.7, 0.9
$G_{ m p4}$	10	3	300	0.2, 0.4, 0.6, 0.8	0.3, 0.5, 0.7, 0.9
$G_{ m p5}$	10	3	300	0.2, 0.4, 0.6, 0.8	0.3, 0.5, 0.7, 0.9

Tabla 1b. Planificación de simulaciones del AGA con variación de $P_{\rm c}$ y $P_{\rm m}$.

5. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

5.1. Desempeño del AGA

La Figura 3 describe el comportamiento del AGA a partir de variaciones en N_{ind} . Los valores del óptimo alcanzado pertenecen al valor promedio de las simulaciones para cada número particular de individuos considerando el tipo de modelo. Los resultados muestran que la función de costo progresa con el aumento de la población, pero, después de los 300 individuos aproximadamente no_existe evidencia de un mejoramiento notable. Para el caso de los modelos FOTD hubo una decadencia insignificante de J_{best}

entre las poblaciones de 300 a 400 individuos. El comportamiento de los modelos SOTD fue prácticamente lineal a lo largo de todo el experimento.



Figura 3. Comportamiento de J_{best} vs. N_{ind} para los sistemas del conjunto de prueba (17). La línea negra corresponde a los modelos FOTD y la línea gris a los modelos SOTD.

La Figura 4 brinda el desempeño del AGA ante la variación de la P_c . Para los modelos FOTD, la mejor estimación estuvo definida por una $P_c = 0.7$, mientras que, para los modelos SOTD, la estimación más fiable se proporcionó con una $P_c = 0.9$. En el análisis sobre los resultados en la variación de la probabilidad de mutación P_m , ambos modelos convergieron mejor utilizando un valor de $P_m = 0.4$; ver Figura 5.



Figura 4. Comportamiento de J_{best} vs. P_c para los sistemas del conjunto de prueba (17). La línea negra corresponde a los modelos FOTD, y la línea gris a los modelos SOTD.



Figura 5. Comportamiento de J_{best} vs. P_{m} para los sistemas del conjunto de prueba (17). La línea negra corresponde a los modelos FOTD, y la línea gris a los modelos SOTD.

5.2. Desempeño de la estrategia híbrida

En la sección anterior se analizó el desempeño del AGA sobre modelos FOTD y SOTD a partir de experimentos basados en la curva de reacción del proceso. A este nivel resulta interesante conocer qué tanto puede incidir el uso de un segundo estimador en la tarea de identificación. Más aún, resulta interesante demostrar cómo el Simplex puede mejorar las estimaciones a un costo computacional menor que el requerido por el AGA, sirviendo este último como punto de partida.

G	SSE [15]	SSE [35]	SSE [11] _{FOTD}	SSE	SSE	# Evaluaciones
U _p			SSE [19] _{SOTD}	(AGA)	(AGA-Simplex)	(AGA-Simplex)
G_{p1}	5.2E-06	5.8E-06	6.9E-05	1.0E-06	2.3E-12	1016.3 ± 67.7
$G_{ m p2}$	2.3E-05	3.7E-04	8.3E-05	2.2E-07	7.2E-11	1111.7 ± 74.5
G_{p3}	2.3E-05	5.7E-04	7.1E-05	3.5E-07	9.1E-13	1107.1 ± 75.5
$G_{\rm p4}$	5.1E-06	5.6E-06	6.0E-04	3.0E-07	1.2E-11	1103.9 ± 74.2
G_{p5}	3.6E-05	5.7E-04	3.2E-05	2.0E-06	3.9E-13	1273.1 ± 86.8

Tabla 3. Desempeño integral sobre el conjunto de prueba (17) de los métodos de Ho *et al.* [15], Vítečková *et al.* [35], Chen y Yang [11], Jahanmiri y Fallahi [19], AGA y AGA-Simplex.

En la Tabla 3 se resumen los resultados promedios de estimación para los procesos del conjunto de prueba definido en (17). Para cada ejemplo, además de la variante AGA y la estrategia híbrida AGA-Simplex, se ilustran los índices de desempeño obtenidos por los métodos convencionales de Ho *et al.* [15], Vítečková *et al.* [35], Chen y Yang [11], y Jahanmiri y Fallahi [19], en dependencia del modelo a estimar.

Las estimaciones obtenidas por el AGA se lograron con los siguientes parámetros: $N_{ind} = 300$, $N_{repet} = 10$, $N_{gen} = 3$, $P_c = 0.7$ (0.9), $P_m = 0.4$, y $\alpha = 0.5$. Por su parte, el optimizador genético, en la variante cooperativa, estuvo compuesto por: $N_{ind} = 40$, $N_{repet} = 8$, $N_{gen} = 3$, $P_c = 0.7$ (0.9), $P_m = 0.4$, y $\alpha = 0.5$. Ambas estructuras fueron seleccionadas a partir del comportamiento particular del AGA.

Los resultados de simulación ilustran la mejoría en las magnitudes del criterio establecido con la implementación del AGA–Simplex. Las estimaciones superan a las alcanzadas por las técnicas convencionales reportadas en la literatura. Note además la considerable reducción del parámetro N_{ind} en la variante híbrida (260 individuos menos que en el AGA). El costo computacional del híbrido, obtenido con un procesador Celeron D a 2.66 GHz, no superó los 60 segundos en ninguno de los experimentos.

5.3. Casos particulares

Caso 1. Sistemas con inyección de ruido en la salida

Es común que los procesos a modelar se encuentren sometidos a ambientes ruidosos. Este factor hace que muchas de las técnicas tradicionales de identificación fallen en su proceder. Para comprobar la robustez de la propuesta AGA-Simplex ante esta dificultad se propone un modelo FOTD con función de trasferencia

$$G_1(s) = \frac{0.027}{1 + 0.94s} e^{-0.51s}.$$

Este sistema fue perturbado con una señal escalón de amplitud unitaria y sometido a inyecciones de ruido gaussiano en la salida con diferentes amplitudes. Los resultados alcanzados bajo estas circunstancias se ilustran en la Tabla 4.

Amplitud de ruido	c_0	d_1	r	SSE
0.001	0.02701	0.94410	0.50890	3.2E-07
0.003	0.02703	0.95265	0.50647	2.9E-06
0.005	0.02705	0.96404	0.50173	8.1E-06
0.007	0.02708	0.97508	0.49743	1.5E-05
0.009	0.02710	0.98409	0.49500	2.6E-05

Tabla 4. Desempeño del AGA-Simplex ante el sistema $G_1(s)$ con inyección de ruido en la salida de diversas amplitudes.

Según los resultados, el incremento de la amplitud de ruido afecta las estimaciones de los parámetros del modelo. No obstante, la identificación fue considerablemente precisa para todas las experimentaciones efectuadas.

Caso 2. Sistemas oscilatorios

Los procesos de segundo orden pertenecientes al conjunto de prueba analizado no describen dinámicas oscilatorias. Para ilustrar el desempeño de la propuesta ante este caso particular se seleccionó un sistema con función de transferencia

$$G_2(s) = \frac{0.33}{1 + 4.3s + 17.8s^2}.$$

Este modelo tiene tres parámetros: ganancia estática K_p , constante de tiempo T, y amortiguamiento relativo ζ . De acuerdo con el modelo SOTD presentado en (15) estos parámetros se relacionan mediante $d_2 = T^2$ y $d_1 = 2\zeta T$. Los espacios iniciales de búsqueda para este caso se pueden predefinir aproximadamente de la respuesta al escalón tal como se muestra en la Figura 6. El análisis de la ganancia estática K_p y el retardo de tiempo L resulta similar al del apartado 3.3, de ahí la no inclusión en este apartado.



Figura 6. Determinación gráfica de los espacios iniciales de búsqueda del AGA para sistemas con una respuesta en escalón oscilatoria.

Para esta dinámica, la constante de tiempo T se relaciona con el periodo de tiempo T_p mediante

$$T = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{2\pi}T_p,$$

donde el amortiguamiento relativo del sistema se puede determinar con $\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi/\log d)^2}}$. Siendo d la

razón entre dos máximos consecutivos de la respuesta al escalón, también conocida como razón de decaimiento.

La precisión de este modelo está condicionada por la limitada excitación obtenida con la señal escalón. Los errores de medida y la dificultad en obtener estado estacionario son otros factores que pueden limitar la precisión de la estimación.

A partir de ello, y siguiendo la filosofía de este trabajo, es posible definir los espacios iniciales de búsqueda para el coeficiente D_{SOTD}^{j} de la población del AGA mediante

$$D^{j}_{SOTD \max} = \begin{bmatrix} 2T^{2} & T^{2} / 2 \end{bmatrix}$$

$$D^{j}_{SOTD \min} = 4\zeta T \quad \zeta T / 2 .$$
(18)

Tabla 5. Desempeño de AGA y AGA-Simplex ante el sistema con dinámica oscilatoria descrito por $G_2(s)$.

Método	c_0	d_2	d_1	r	SSE
$G_2(s)$	0.33	17.8	4.3	0	-
AGA	0.32866	17.18600	4.09810	0.17079	5.6E-06
AGA-Simplex	0.33000	17.79999	4.30000	0.00000	1.3E-14

Nótese que en (18) se considera un modelo SOTD tal y como se definió en (15). Los rangos para los coeficientes restantes del modelo (C^{j} y R^{j}) pueden ser determinados como se procede en (16). Los resultados de la identificación alcanzados por el AGA y la estrategia híbrida AGA–Simplex para el sistema $G_2(s)$ se evidencian en la Tabla 5.

Caso 3. Sistemas inestables en lazo abierto

Un tercer caso particular es el de dos procesos cuyas respuestas en lazo abierto no alcanzan el estado estacionario. El primero de ellos responde a un proceso con integrador. El segundo representa un modelo de segundo orden con dos polos reales inestables. Ambos sistemas vienen dados por las funciones de transferencia

$$G_{3.1}(s) = \frac{1}{s(1+10s)}, \quad G_{3.2}(s) = \frac{5}{1-15s+50s^2}.$$

Es conocido que, para este tipo de sistemas, los métodos clásicos de identificación que se basan en la curva de reacción no resultan aplicables, ya que la ganancia y constantes de tiempo son infinitos en estos procesos. Ante este problema, la estrategia AGA-Simplex parece ser una variante soluble.

La definición de los espacios iniciales de búsqueda, propuesta primeramente en el apartado 3.3, no resulta practicable en estos casos. Debido a ello deben considerarse espacios iniciales de búsqueda extensos, lo que se interpreta como una gran incertidumbre de la dinámica a estimar. Una solución para esta particularidad puede ser tratada mediante una identificación en lazo cerrado, tal y como se propone en [2]. Los resultados obtenidos, acotando la dinámica de la respuesta en un periodo de tiempo determinado para cada caso, se muestran en el siguiente recuadro.

Tabla 6. Desempeño de AGA y AGA-Simplex ante los sistemas inestables en lazo abierto dados por $G_{3,1}(s)$ y $G_{3,2}(s)$.

Método	\mathcal{C}_0	d_2	d_1	r	SSE
$G_{3.1}$	1	10	1	0	-
AGA	1.02801	9.938970	0.97613	0.00025	9.2E-06
AGA-Simplex	1.00003	10.00236	1.00031	0.00000	2.4E-012
$G_{3.2}$	5	50	-15	0	-
AGA	5.15620	51.51468	-15.30110	0.00092	8.5E-05
AGA-Simplex	5.00012	50.00116	-15.00084	0.00000	2.7E-012

Caso 4. Sistemas con respuesta inversa

Los sistemas con respuesta inversa también resultan atractivos para este análisis. El proceso seleccionado para este caso se describe mediante

$$G_4(s) = \frac{1 - 2s}{1 + 1.4s + s^2}.$$

Tabla 7. Desempeño de AGA y AGA-Simplex ante un sistema con respuesta inversa descrito por $G_4(s)$.

Método	c_1	d_2	d_1	r	SSE
$G_4(s)$	-2	1	1.4	0	
AGA	-1.96010	0.93468	1.36540	0.05368	2.1E-04
AGA-Simplex	-2.00000	0.99997	1.40000	0.00000	1.4E-10

Este sistema tiene un cero en s = 0.5, el cual representa una influencia significativa sobre la respuesta del proceso. Para este valor la señal de salida inicialmente se mueve en la dirección equivocada, lo que hace que el sistema sea de fase no mínima. Este tipo de dinámica es también encontrada en ambientes industriales, de ahí su inclusión en este estudio. Los resultados alcanzados por la estrategia híbrida propuesta para el sistema $G_4(s)$ se registran en la Tabla 7.

Caso 5. Sistemas de orden superior

Otro caso de estudio que resulta atractivo es aquel donde el proceso a identificar es de orden superior. Metodologías como las de Strejc [34], y la modificación de Broida [27] resultan las más eficientes para estos casos según [33]. El proceso seleccionado para esta experimentación responde a una dinámica de quinto orden descrita por

$$G_5(s) = \frac{1}{1+s \ (1+0.8s)(1+0.6s)(1+0.4s)(1+0.2s)}.$$

La Tabla 8 muestra los resultados obtenidos, tanto para los métodos convencionales citados, como para el propuesto en el presente artículo. Las estimaciones en los tres primeros casos resultan similares (Strejc, Broida, y AGA). En la comparación el AGA es levemente mejor que el método de Strejc, pero la diferencia entre los criterios de desempeño es insignificante. Nótese que los métodos clásicos aproximan el modelo en base a órdenes superiores a dos. Ello, teniendo en cuenta que el proceso bajo estudio es de quinto orden. A pesar de esto el AGA resuelve buenas estimaciones. Con la estrategia AGA-Simplex, el criterio *SSE* mejora en cierta medida a los restantes.

Métodos	c_0	n		Т	L	SSE
Strejc	1.00000	3		0.93748	0.26881	9.8E-05
Broida	1.00000	4		1.46160	0.09422	1.6E-04
	<i>c</i> ₀	n	d_2	d_1	L	SSE
AGA	0.99155	2	1.91695	2.29201	0.59992	5.5E-05
AGA-Simplex	0.99065	2	1.68209	2.23506	0.69855	2.1E-05

Tabla 8. Resultados de estimación para el proceso $G_5(s)$.

6. CONCLUSIONES

La identificación de sistemas es esencial en diversas esferas de la ciencia y la industria. Se presentó una estrategia híbrida para la estimación de parámetros de modelos dinámicos lineales en lazo abierto. El planteamiento se formuló como un problema de optimización a partir de la minimización del error cuadrático cometido entre proceso y modelo.

La propuesta se estructura mediante un AGA que funciona como optimizador parcial a partir de la curva de reacción del proceso. El optimizador final, en la segunda etapa de estimación, concierne al método Simplex en versión no lineal. Las experimentaciones evidencian la aplicabilidad de la técnica. Se

consiguieron resultados muy superiores a los obtenidos por métodos convencionales destinados a la propia tarea. Un estudio exhaustivo del AGA permitió conocer el comportamiento de sus parámetros ante el conjunto de prueba presentado en (17). Ello significó el punto de partida para la estrategia de complemento con el Simplex. Para el caso de sistemas sobreamortiguados de orden reducido, como los definidos en (1) y (2), es posible efectuar un análisis de la curva de reacción previo a la estimación. Ello, con vistas a acotar los rangos iniciales de búsqueda del AGA y así disminuir su esfuerzo. Esta alternativa quedó reflejada en (16). Una propuesta similar, para sistemas con respuestas francamente oscilatorias, se concluye en (18).

Aunque estas variantes son practicables en el desempeño de la estrategia propuesta, el AGA es capaz de encontrar soluciones conservadoras y, en algunos casos, aceptables ante espacios de búsqueda de gran tamaño. La táctica a seguir bajo estas condiciones, para la obtención de resultados fiables, puede estar en el incremento de N_{ind} , o bien en el incremento de N_{repet} y/o N_{gen} . La selección de la P_c y la P_m no es crítica. Los valores obtenidos de $P_c = 0.7$ (0.9) y $P_m = 0.4$, para modelos FOTD (SOTD), pueden ser empleados sobre otras dinámicas similares.

El uso de réplicas en las experimentaciones ayuda a una efectiva convergencia de la solución, considerándose en este aspecto el carácter aleatorio del procedimiento genético. Esta última cuestión no resulta de tanto interés cuando la estimación se adquiere a partir del híbrido, puesto que el Simplex es un método determinístico que siempre proporciona una única solución. En sentido general las estimaciones obtenidas en simulación son incentivas, al igual que el costo computacional del método en sus dos fases. Ello da a pensar que la variante propuesta puede ser perfectamente empleada en la estimación de parámetros en línea. Otra extensión de esta estrategia podría enmarcarse en la identificación de sistemas en lazo cerrado, o bien en el diseño y sintonía de controladores PID.

RECEIVED JANUARY, 2012 REVISED APRIL 2012

REFERENCIAS

[1]ABDELHADI, B., BENOUDJIT, A., NAIT-SAID, N. (2005): Application of genetic algorithm with novel adaptive scheme for the identification of induction machine parameters, **IEEE Trans. Energy Conversion**, 20, 284-291.

[2] AGUADO A. y CIPRIANO, A. (2009): Identificación en lazo cerrado y ajuste de reguladores mediante Algoritmos Genéticos, **Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial**, 6, 20-30.

[3] ALFARO, V. M. (2006): Identificación de modelos de orden reducido a partir de la curva de reacción del proceso, **Ciencia y Tecnología**, 24, 197-216.

[4] ALONGE, F., D'LPPOLITO, F., FERRANTE, G., RAIMONDI, F. M. (1998): Parameter identification of induction motor model using genetic algorithms, **IEE Proc. Control Theory Appl.**, 145, 587-593.

[5]ÅSTRÖM, K. J. y HÄGGLUND, T. (1995): **PID Controllers: Theory, Design and Tuning**, Instrument Society of America, North Carolina.

[6] ÅSTRÖM, K. J. y HÄGGLUND, T. (2006): Advanced PID Control, Research Triangle Park: Instrumentation, Systems, and Automation Society.

[7] BACK, T. (1996): **Evolutionary Algorithms in Theory and Practice**, Oxford University Press, New York.

[8] BAKER, E. (1987): Reducing bias and inefficiency in the selection algorithms, **Proc. of Second International Conference on Genetic Algorithms**, 1, 14-21.

[9] BAO LE, H. y MENDES E. (2009): Optimal Control for High Order Systems with Fixed PI Controller Based on Model Reduction and Constrained Optimization, Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference, Shanghai, P.R. China.

[10] BUTCHER, J. C. (2002): The A-stability of methods with Padé and generalized Padé stability functions, **Numerical Algorithms**, 31, 47-58.

[11] CHEN, C.L. y YANG, S. F. (2000): PI tuning based on peak amplitude ratio, **Preprints of IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control**, Terrasa, España.

[12] ESCARELA-PEREZ, R., NIEWIEROWICZ, T., LITTLEWOOD, E. C. (2001): Synchronous machine parameters from frequency-response finite-element simulations and genetic algorithms, **IEEE Trans. Energy Convers**, 16, 198-203.

[13] FENG, X. y CONG, S. (2010): Parameters identification of nonlinear DC Motor model based on Genetic Algorithms and Simplex method, **Proc. of the World Congress on Engineer**, 1, London, UK.

[14] GOLDBERG, E. (1989): Genetic Algorithms in search optimization and machine learning, Addison-Wesley, N. Yok.

[15] HO, W. K., HANG, C. C., CAO, L. S. (1995): Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications, **Automatica**, 31, 497-502.

[16] HOLLAND, J. H. (1975): Adaptation in Natural and Artificial Systems, University of Michigan Press, Ann Arbor.

[17] HUANG, K. S., KENT, W., WU, Q. H., TURNER, D. R. (1999): Parameter identification of an induction machine using genetic algorithms, **Proc. IEEE Int. Symp. Computer Aided Control System Design**, 1, 510-515.

[18]HUANG, J. y WU, Y. (1996): On-line system identification based on genetic algorithms, **Information and Control**, 25, 171-176.

[19] JAHANMIRI, A. y FALLAHI, H. R. (1997): New methods for process identification and design of feedback controllers, **Chemical Engineering Research and Design**, 75 (A5), 519-522.

[20] JAKOUBEK, P. (2007): Experimental identification of stabile non oscillatory systems from step responses by selected methods, **Závěrečný projekt**, Technickě Univerzity Ostrava.

[21] JIANG, B. y WANG, B. (2000): Parameter estimation of nonlinear system based on genetic algorithms (in Chinese), **Control Theory and Application**, 17, 150-153.

[22] KRISTINSSON, K. y DUMONT, G. (1992): System identification and control using genetic algorithms, **IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics**, 22, 1033-1046.

[23] LENNON, W. K. y PASSINO, K. M. (1999): Genetic adaptive identification and control, **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, 12, 185-200.

[24] MALHOTRA, R., SINGH, N., SINGH, Y. (2011): Genetic Algorithms: Concepts, Design for Optimization of Process Controllers, **Computer and Information Science**, 4, 39-54.

[25] MATHEWS, J. H. y FINK, K. K. (2004): Numerical Methods using Matlab, Prentice-Hall Inc. Upper Saddle River, New Jersey.

[26] MICHALEWICZ, Z. (1996): Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Program, Springer Series Artificial Intelligence, Springer, Berlin Heidelberg.

[27] MIKLEŠ, J. y FIKAR, M. (2007): **Process Modelling, Identification, and Control**, Springer, Verlag Berlin Heidelberg, 230-233.

[28] MITCHELL, M. (1999): An Introduction to Genetic Algorithms, A Bradford Book The MIT Press, Massachusetts Institute of Technology, London, UK.

[29] MOHAMED, O.M. y RADHI, M. (2005): Using Genetic Algorithms in closed loop identification of the systems with variable structure controller, **Proc. of Word Academy of Sciences, Engineering and Technology**, 7, 1307-1311.

[30] MUHLENBEIN, H. y SCHLIERKAMP, V. (1993): Predictive models for the breeder Genetic Algorithm I. continuous parameter optimization, **Evolutionary Computation**, 1, 25-49.

[31] NELDER, J. A. y MEAD, R. (1965): A simplex method for function minimization, Computer Journal, 7, 308-313.

[32] SORNMUANG S. y SUJITJORN S. (2010): GA-Based PIDA Control Design Optimization with an Application to AC Motor Speed Control, **International Journal of Mathematics and Computers in Simulation**, 3, 67-80.

[33] TANDA, R. F. (2011): Evaluación del desempeño en métodos experimentales de identificación a lazo abierto, **Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones**, 32, 50-64.

[34] STREJC, V., (1957): Näherungs verfahren für aperiodische Übergangs charakteristiken, **Regelungstechnik**, 7, 124-128.

[35] VÍTEČKOVÁ, M., VITECEK, A., SMUTNY, L. (2000): Simple PI and PID controllers tuning for monotone self regulation plant, **Preprints of IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control**, Terrasa, España.

[36] WANG, L., ZHENG, D., HUANG, D. (2003): Hybrid strategy for parameter estimation and PID tuning. **The** 7th **International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes**, ADCHEM'2003, Hong Kong, 1011-1016.

[37] WHORTON, M. S. (2004): Closed-loop system identification with Genetic Algorithms, **Preprints of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit**, Providence, Rhode Island, USA.