

SOBRE LA LOCALIZACIÓN DE CENTROS DE UNA FIRMA ENTRANTE CON PATRÓN BINARIO DE ELECCIÓN DEL CONSUMIDOR

Blas Pelegrín Pelegrín^{*1}, Pascual Fernández Hernández^{*2} y María Dolores García Pérez^{**3}

*Dpto. de Estadística e Investigación Operativa, Universidad de Murcia, Spain

**Dpto. de Ciencias Sociales, Jurídicas y de la Empresa, Universidad Católica San Antonio, Spain

ABSTRACT:

We study the location problem for an entering firm which competes with some pre-existing firms. It is assumed that customers buy from the facility with maximum utility. The formulation and resolution of this type of problem depend on the utility function and how ties in maximum utility between centers are solved. A new Mixed Integer Linear Programming model is presented which let the problem be solved for a variety of utility functions when there is a finite set of location candidates and it is assumed that a proportion of demand is assigned to the entering firm if ties occur. A study on the transportation network of the Region of Murcia is carried out for a variety of scenarios with the aim of studying which are the different types of ties, how often ties occur and its effect on the market share captured by the entering firm. A possible mistake which is associated to the proportion of demand assigned to the entering firm if ties occur is also investigated. Finally some conclusions are presented.

KEYWORDS: *Competitive Location, Tie breaking, Market share.*

MSC: 90C11; **JEL:** L11, R10

RESUMEN:

En este trabajo se estudia el problema de determinar las localizaciones óptimas de los centros de una firma entrante que compite con otras firmas ya establecidas de manera que los consumidores compran de un solo centro, aquel que les proporciona la máxima utilidad. La dificultad de formular y resolver este tipo de problemas depende de la función de utilidad y de cómo se resuelvan los empates en máxima utilidad. Se presenta un nuevo modelo de Programación Lineal Entera Mixta que permite resolver el problema para una variedad de funciones de utilidad cuando hay un número finito de candidatos y se asigna una proporción de la demanda a la firma entrante en caso de empate. Con este modelo se realiza un estudio en la red de transporte la Región de Murcia para una variedad de escenarios, con objeto de investigar los diferentes tipos de empate y la frecuencia con que se producen, así como el efecto de los empates en la cuota de mercado capturada por la firma entrante. También se investiga el posible error asociado con la asignación de la demanda en caso de empate. Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas.

1. INTRODUCCIÓN

Una decisión estratégica para una firma entrante, que compite con otras firmas previamente establecidas, es dónde localizar sus centros de servicio. Para establecer un modelo que sirva de ayuda para encontrar las mejores localizaciones hay que tener en cuenta el comportamiento del consumidor en la elección de centro. Según sea el patrón de elección del consumidor, se han elaborado diferentes modelos de localización que permiten hacer una valoración de la cuota de mercado o del beneficio que podría obtenerse para las posibles localizaciones y se han desarrollado procedimientos para determinar las localizaciones óptimas. Una detallada exposición sobre diversos modelos de localización competitiva puede consultarse en Friesz y otros (1988), Serra y ReVelle (1995), Plastria (2001), Drezner y Eiselt (2002) y ReVelle y otros (2008).

Cuando el objetivo de la firma entrante es maximizar la cuota de mercado, la mayoría de los modelos se basan en la idea original de Hotelling (1929) de que el consumidor compra del centro que le proporciona el menor coste total, o bien, en el criterio de Huff (1964) según el cual el consumidor elige teniendo en cuenta su atracción por el centro. En el primer tipo de modelo, el consumidor elige un solo centro, véase por ejemplo Serra y ReVelle (1999), García y Pelegrín (2003) y Plastria y Vanhaverbeke (2009). Sobre el segundo tipo, normalmente se consideran dos formas de elección: en una, el consumidor reparte su

¹ pelegrin@um.es, ² pfdez@um.es, ³ mdolores@ucam.edu

demanda entre los centros en proporción a su atracción, véase Serra y Colomé (2001) y Suárez-Vega y otros (2007); en otra, el consumidor compra del centro más atractivo, véase Eiselt y Laporte (1989) y Suárez-Vega y otros (2004).

Gran parte de los modelos anteriores pueden considerarse como casos particulares de un modelo general en el que el patrón de elección del consumidor es de tipo binario, es decir, el consumidor compra de un solo centro según algún criterio de elección, y reparte su demanda entre los centros solo en caso de empate al aplicar dicho criterio. Así, en los modelos tipo Hotelling el criterio sería elegir el centro con el menor coste total, y en los modelos tipo Huff el criterio sería elegir el centro con la mayor atracción.

Un problema que se presenta en estos modelos es determinar cómo se reparte la demanda en caso de empate cuando se aplica el criterio de elección. En general, se ha considerado que la demanda entre los centros empatados se reparte asignando una proporción fija de demanda a los centros de la firma entrante. Los casos extremos son una proporción cero (los consumidores son conservadores) y una proporción 1 (los consumidores prefieren lo nuevo). Esto último permite obtener localizaciones óptimas en los nodos de una red de transporte, véase Peeters y Plastria (1998). Lo más normal es tomar una proporción 0.5, lo que significa distribuir la demanda por igual entre la firma entrante y sus competidores en caso de empate, véase Serra y ReVelle (1995). Sin embargo, hasta que no se conocen las localizaciones obtenidas al resolver el correspondiente modelo, no se sabe para qué consumidores hay empate entre la firma entrante y alguno de sus competidores y tampoco se sabe el número de centros empatados. Ello puede conducir a un error al fijar a priori la proporción de demanda capturada por la firma entrante en caso de empate, ya que entonces la proporción real de demanda capturada estaría mejor estimada por la razón entre el número de centros de la firma entrante que empatan y el número total de centros empatados.

El objeto de este trabajo es elaborar un modelo general de localización para una firma entrante cuando el consumidor compra en un solo centro según un cierto criterio de elección, así como investigar las causas de empate y sus consecuencias en la elección de centro. Se consideran diferentes tipos de empate y se estudia el error cometido en la valoración de la cuota de mercado determinada por el modelo. En la sección 2, se presenta un marco general que permite estudiar el problema de localización en una gran variedad de situaciones. Para ello suponemos que el consumidor elige el centro según una función de utilidad que depende de la distancia al centro y de otros factores inherentes al centro. En la sección 3, presentamos una nueva formulación del problema como modelo de Programación Lineal Entera Mixta (*PLEM*). Ello permite usar optimizadores comerciales para resolver el modelo cuando la firma entrante tiene que determinar las localizaciones de un número fijo de centros entre un número dado de posibles localizaciones. En la sección 4, se analiza el problema de los empates y los posibles errores en la determinación de la cuota de mercado. En la sección 5, se realiza un estudio en la red de transporte de la Región de Murcia. Para diferentes escenarios se analizan los diferentes tipos de empate y la frecuencia con que se producen, así como su efecto en la cuota de mercado capturada por la firma entrante. Se estudian los posibles errores en la cuota de mercado de las localizaciones proporcionadas por el modelo de *PLEM*. En la sección 6, se presentan las conclusiones obtenidas.

2. EL MODELO DE LOCALIZACIÓN

Para establecer un marco general que nos permita tratar con una gran variedad de situaciones, podemos considerar las firmas ya establecidas como una sola firma con la que compite la firma entrante. Los consumidores se pueden agrupar según su situación geográfica y preferencias por los centros (véase Francis y otros (2002)). Suponemos que la demanda de cada grupo es conocida. Con todo ello establecemos la siguiente notación

Notación

A	Firma ya establecida
B	Firma entrante
s	Número de centros pre-existentes
r	Número de nuevos centros a localizar
P	Conjunto de localizaciones de los centros pre-existentes
X	Conjunto de localizaciones de los nuevos centros
J	Conjunto de índices de los centros, pre-existentes y nuevos
M	Conjunto de grupos de consumidores
q_k	Cantidad de demanda del grupo k , $k \in M$
d_{kj}	Distancia del grupo k al centro j , $k \in M$, $j \in J$
u_{kj}	Utilidad del centro j para el grupo k , $k \in M$, $j \in J$
L	Conjunto de lugares candidatos a localizar los nuevos centros

Patrón de elección binario

Consideramos que el patrón de elección del consumidor es de tipo binario, es decir compra del centro que le proporciona una mayor utilidad. Así, los consumidores en el grupo k comprarán en el centro h si $u_{kh} = \max \{u_{kj} : j \in J\}$. La mayor utilidad de los consumidores del grupo k por los centros pre-existentes viene dada por:

$$U_k(P) = \max. \{ u_{kj} : j \in P \}$$

y la mayor utilidad por los nuevos centros será:

$$U_k(X) = \max. \{ u_{kj} : j \in X \}$$

por consiguiente, los consumidores del grupo k comprarán en A si $U_k(P) > U_k(X)$, comprarán en B si $U_k(P) < U_k(X)$. Pero, ¿qué ocurre si $U_k(P) = U_k(X)$?

La pregunta anterior ha tenido diferentes respuestas en la literatura que han conducido a la elaboración de modelos resolubles por optimizadores comerciales. Como ya se ha indicado, en la mayoría de los modelos estudiados en la literatura, en caso de empate en la utilidad se considera que una proporción fija de demanda $(1 - \theta_k)$ compra de A y una proporción fija θ_k compra de B , $0 \leq \theta_k \leq 1$.

El modelo general de localización

Para establecer un modelo general, supondremos que la utilidad depende, entre otros factores, de la distancia del consumidor al centro, de manera que a mayor distancia menor es la utilidad. Entonces, para cada grupo k de consumidores es posible encontrar un nivel umbral de la distancia D_k , de manera que:

$$\begin{aligned} U_k(P) < U_k(X) &\sim d_k(X) < D_k \\ U_k(P) = U_k(X) &\sim d_k(X) = D_k \end{aligned}$$

donde $d_k(X) = \min. \{ d_{kj} : j \in X \}$.

Para cada grupo k de consumidores, la cuota de mercado que obtendría la firma entrante en un conjunto de localizaciones X viene dada por:

$$m_{\theta_k}(X) = \begin{cases} q_k & \text{si } d_k(X) < D_k \\ \theta_k q_k & \text{si } d_k(X) = D_k \\ 0 & \text{si } d_k(X) > D_k \end{cases}$$

donde θ_k es la proporción fija de demanda asignada a la firma entrante en caso de empate en máxima utilidad entre las firmas.

Si $\theta = (\theta_k : k \in M)$ es el vector de asignaciones en caso de empate, el problema de localización para la firma entrante con el objetivo de maximizar la cuota de mercado se puede plantear como el siguiente problema de optimización:

$$(P_\theta) : \text{ Maximizar } \{ CM_\theta(X) = \sum_{k=1}^n m_{\theta_k}(X) : X \subset L, |X| = r \}$$

donde n es el número de grupos de consumidores y $CM_\theta(X)$ indica la cuota de mercado que captura la firma entrante para las r localizaciones del conjunto X , elegidas entre los lugares candidatos.

Las localizaciones óptimas dependen de cual sea el vector θ de asignaciones de la demanda en caso de empate. Designaremos por X_θ al conjunto de localizaciones óptimas y por CM_θ a la cuota máxima de mercado que puede obtener la firma entrante según el modelo (P_θ) , es decir $CM_\theta = CM_\theta(X_\theta)$.

3. RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS (P_θ)

El problema de localización ha sido resuelto para funciones de utilidad particulares mediante distintas formulaciones como problema de Programación Lineal Entera (véase Eiselt y Laporte (1989), Serra y ReVelle(1995), Plastria y Vanhaverbeke (2009)). Para una función de utilidad general, se han obtenido resultados de discretización cuando los candidatos son puntos cualesquiera en una red en Pelegrín y Cano (2011). Aquí presentamos una nueva formulación que utiliza un menor número de variables que las utilizadas previamente. Para ello definimos los siguientes conjuntos y variables:

$$\begin{aligned} L_k^< &= \{ l \in L : d_{kl} < D_k \} \\ L_k^= &= \{ l \in L : d_{kl} = D_k \} \\ M^c &= \{ k \in M : L_k^< \cup L_k^= \neq \emptyset \} \\ x_l &= \begin{cases} 1 & \text{si un nuevo centro se localiza en } l \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \\ y_k &= \begin{cases} 1 & \text{si el grupo } k \text{ es totalmente capturado por la firma entrante} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \\ z_k &= \begin{cases} 1 & \text{si el grupo } k \text{ es parcialmente capturado por la firma entrante} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \end{aligned}$$

En $L_k^<$ están las localizaciones candidatas en las cuales la firma entrante puede capturar toda la demanda del grupo k . En $L_k^=$ están las localizaciones candidatas en las cuales su utilidad para el grupo k coincide con la máxima utilidad de los centros pre-existentes, y por lo tanto la firma entrante podría capturar parte de la demanda del grupo k en dichas localizaciones. M^c son los grupos de consumidores en los cuales la firma entrante podría capturar cuota de mercado. Las variables $x_l, l \in L$, son variables de decisión y las variables y_k y $z_k, k \in M^c$, son variables de captura total y captura parcial, respectivamente. El problema P_θ queda formulado como problema de Programación Lineal Entera Mixta de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
(PLEM_\theta) : \quad & \text{Max} \quad \sum_{k \in M^c} q_k y_k + \sum_{k \in M^c} \theta_k q_k z_k \\
\text{s.a.} \quad & y_k \leq \sum_{l \in L_k^<} x_l \quad \forall k \in M^c \quad (3) \\
& z_k \leq \sum_{l \in L_k^=} x_l \quad \forall k \in M^c \quad (4) \\
& y_k + z_k \leq 1 \quad \forall k \in M^c \quad (5) \\
& \sum_{l \in L} x_l = r \quad (6) \\
& x_l \in \{0,1\} \quad \forall l \in L \quad (7) \\
& y_k \geq 0, z_k \geq 0 \quad \forall k \in M^c \quad (8)
\end{aligned}$$

Las restricciones (3) permiten que la firma entrante capture totalmente la demanda del grupo k solo si se localiza algún centro en $l \in L_k^<$. Las restricciones (4) permiten que la firma entrante capture parcialmente la demanda del grupo k solo si localiza algún centro en $l \in L_k^=$. Las restricciones (5) obligan a que las variables y_k y z_k no sobrepasen el valor 1. La restricción (6) indica que el número de centros a localizar es r . Las restricciones (7) indican que las variables x_l son binarias. En las restricciones (8) hemos tomado las variables y_k y z_k no negativas en lugar de binarias para poder resolver los problemas en menor tiempo. Esto se puede hacer ya que en la solución óptima toman valores 0 o 1. Esto se debe a que si hay centros localizados en $l \in L_k^<$ y en $l \in L_k^=$, la mayor cuota de mercado se obtiene para $y_k = 1$ y $z_k = 0$. Con esta formulación se reduce el número de variables y se disminuye el número de variables binarias, lo que permite resolver problemas de mayor tamaño.

4. DISTRIBUCIÓN UNIFORME DE LA DEMANDA EN CASO DE EMPATE

Como se ha indicado, los empates se han resuelto asignando una proporción fija de la demanda a la firma entrante que no depende del número de localizaciones con máxima utilidad. Lo más usual es asignar el 50% de la demanda a cada una de las firmas. Sin embargo, esto puede no ser realista si el número de centros de la firma entrante con la máxima utilidad no coincide con el número de centros con la máxima utilidad de sus competidores. En tal caso, parece más razonable que la firma con el mayor número de centros empatados se lleve una mayor proporción de demanda.

Vamos a considerar que la demanda se distribuye uniformemente entre las localizaciones con la máxima utilidad. De esta forma la asignación de la demanda en caso de empate no se fija de antemano sino que viene determinada por las localizaciones. Para cada grupo k de consumidores, la cuota de mercado que obtendría la firma entrante para un conjunto de localizaciones X viene dada por:

$$m_k(X) = \begin{cases} q_k & \text{si } d_k(X) < D_k \\ p_k(X) q_k & \text{si } d_k(X) = D_k \\ 0 & \text{si } d_k(X) > D_k \end{cases}$$

donde $p_k(X)$ viene determinado por el número de localizaciones en X con la máxima utilidad dividido por el número total de localizaciones con la máxima utilidad.

En la Figura 1 podemos ver que $p_k(X)$ toma diferentes valores según diferentes formas de empate. En la Figura 1.a hay dos centros empatados, uno de cada firma, en un caso están localizados en lugares diferentes y en otro en el mismo lugar. En la Figura 1.b hay tres centros empatados, uno de la firma A y dos de la B, en un caso están localizados en lugares diferentes y en otro el centro de A está en el mismo lugar que un centro de B. En la Figura 1.c hay tres centros empatados, dos de la firma A y uno de la B, en un caso están localizados en lugares diferentes y en otro el centro de B está en el mismo lugar que un centro de A. Como vemos en este ejemplo la distribución de la demanda en caso de empate es variable en lugar de ser una proporción fija.

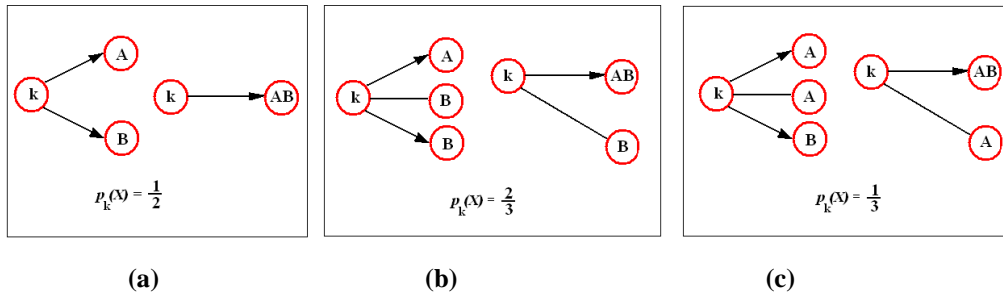


Figura 1: Diferentes valores de $p_k(X)$

Si la demanda se distribuye de manera uniforme entre los centros con máxima utilidad en caso de empate, la cuota de mercado que obtendría la firma entrante para un conjunto de localizaciones X , viene dada por:

$$CM(X) = \sum_{k=1}^n m_k(X)$$

Una vez obtenido el conjunto X_θ mediante la resolución del modelo, el error en la cuota de mercado que capturaría la firma entrante al fijar la proporción de demanda capturada en caso de empate es:

$$e_\theta = CM_\theta(X_\theta) - CM(X_\theta)$$

Si no se producen empates el error es cero. De lo contrario, el valor de la cuota de mercado proporcionado por el modelo $CM_\theta(X_\theta)$ podría sobrestimar o subestimar el valor $CM(X_\theta)$ que se obtendría si la demanda se distribuye de manera uniforme entre los centros empatados.

5. ESTUDIO EN LA REGIÓN DE MURCIA

El estudio se ha realizado en la Región de Murcia, donde hemos considerado que uno de cada 500 habitantes compra un determinado producto. Los consumidores se encuentran agrupados en las 45 cabeceras municipales de la región y su demanda puede verse en la Tabla 1.

Tabla 1: Municipios de la Región de Murcia

Nodo	Municipio	Demanda	Nodo	Municipio	Demanda
1	Abanilla	14	24	Librilla	9
2	Abarán	26	25	Lorca	182
3	Águilas	69	26	Lorquí	14
4	Albudeite	3	27	Mazarrón	69
5	Alcantarilla	81	28	Molina de Segura	125
6	Alcázares (Los)	31	29	Moratalla	17
7	Aledo	3	30	Mula	34
8	Alguazas	18	31	Murcia	862
9	Alhama de Murcia	39	32	Ojós	2
10	Archena	37	33	Pliego	9
11	Beniel	22	34	Puerto-Lumbreras	28
12	Blanca	13	35	Ricote	4
13	Bullas	25	36	San Javier	62
14	Calasparra	22	37	San Pedro del Pinatar	47
15	Campos del Río	5	38	Santomera	30
16	Caravaca de la Cruz	53	39	Torre-Pacheco	61
17	Cartagena	421	40	Torres de Cotillas (Las)	41
18	Cehegín	33	41	Totana	58
19	Ceutí	20	42	Ulea	2
20	Cieza	71	43	Unión (La)	35
21	Fortuna	19	44	Villanueva del Río Segura	5
22	Fuente-Álamo	30	45	Yecla	70
23	Jumilla	51	Total		2.872

Hemos considerado 5 escenarios distintos, cada escenario corresponde al número de centros s de la firma ya establecida, donde $s = 1, 2, 3, 4$ y 5 . En cada escenario los centros están situados en los municipios de mayor demanda. Los candidatos a localizar los centros de la firma entrante son los 84 nodos de la red de transporte de la región. De ellos, los nodos 1 a 45 corresponden a las cabeceras municipales, y el resto son nodos cruce (ver Figura 2).

Tal como se ha indicado en la sección 2, podemos considerar que el patrón de elección del consumidor viene establecido por su distancia al centro. En general el consumidor no tiene una percepción de la distancia exacta, por lo que hemos supuesto que si las distancias a dos centros difieren menos de 10 km., entonces le son indiferentes para comprar. Por este motivo, hemos tomado las distancias entre nodos de la red de transporte en unidades de 10 km. Por simplicidad hemos tomado D_k igual a la distancia entre el municipio k y el centro más cercano de la firma ya establecida. Entonces, por comparación directa de distancias, podemos determinar los municipios que pueden ser capturados, total o parcialmente, por la firma entrante.

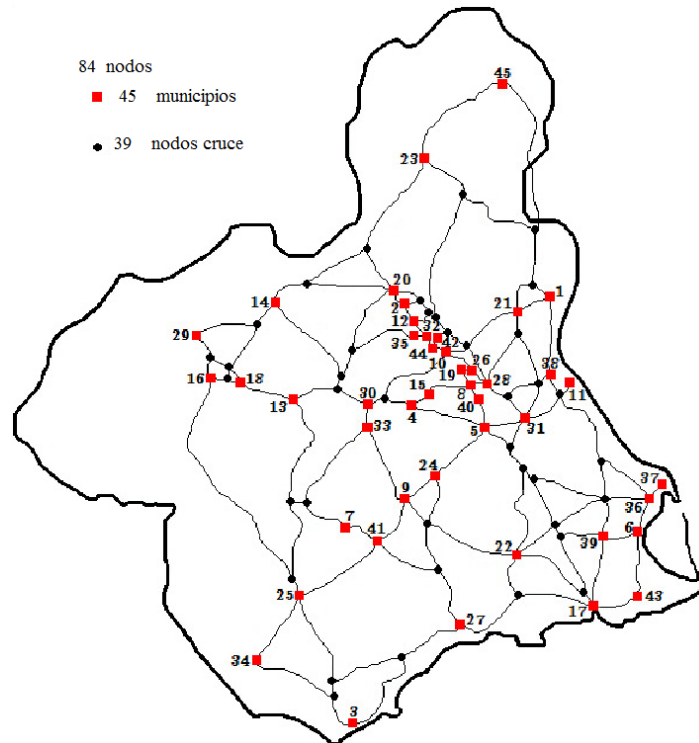


Figura 2: Red de transporte de la Región de Murcia

En cada escenario se han considerado una variedad de situaciones que corresponden a los diferentes valores del número de centros a localizar por la firma entrante y a la proporción de la demanda que la nueva firma capturaría en caso de empate. Para el número r de nuevos centros hemos tomado $r = 1, 2, 3, 4$ y 5 . Para la proporción de la demanda θ_k hemos tomado $\theta_k = 0, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1$. De esta forma podemos estudiar lo que sucede cuando la competencia es con pocos centros de la firma entrante frente a muchos centros de sus competidores, o también en igualdad de número de centros, o al contrario muchos centros de la firma entrante frente a pocos centros de sus competidores. Así pues, se han resuelto un total de $5 \times 55 = 275$ problemas de optimización con la formulación ($PLEM_\theta$) dada en la sección 3, para lo cual se ha utilizado el optimizador FICO Xpress (2009). Los resultados obtenidos pueden verse en las Tablas 2 a 6 del anexo.

Análisis de la existencia de empates

Se han considerado tres tipos de empates según sean debidos a co-localización de dos centros, empate de dos centros sin co-localización, y empates de más de dos centros. Los resultados se muestran en las columnas 4 a 6 de cada tabla del anexo. La columna 4, e2c, indica el número de municipios que reparten su demanda entre 2 centros localizados en el mismo lugar. La columna 5, e2, indica el número de municipios que reparten su demanda entre 2 centros localizados en lugares diferentes. La columna 6, e+2, indica el número de municipios que reparten su demanda entre más de 2 centros. Podemos ver que los empates se presentan en todos los escenarios, pero con mayor frecuencia a medida que θ_k va tomando valores mayores. Para valores pequeños de θ_k no se dan muchos empates, siendo el tipo más común, y a veces único, el tipo e2. Sin embargo, el número de empates crece considerablemente a partir de $\theta_k = 0,4$, siendo el tipo e2c el más frecuente y el tipo e+2 el menos frecuente.

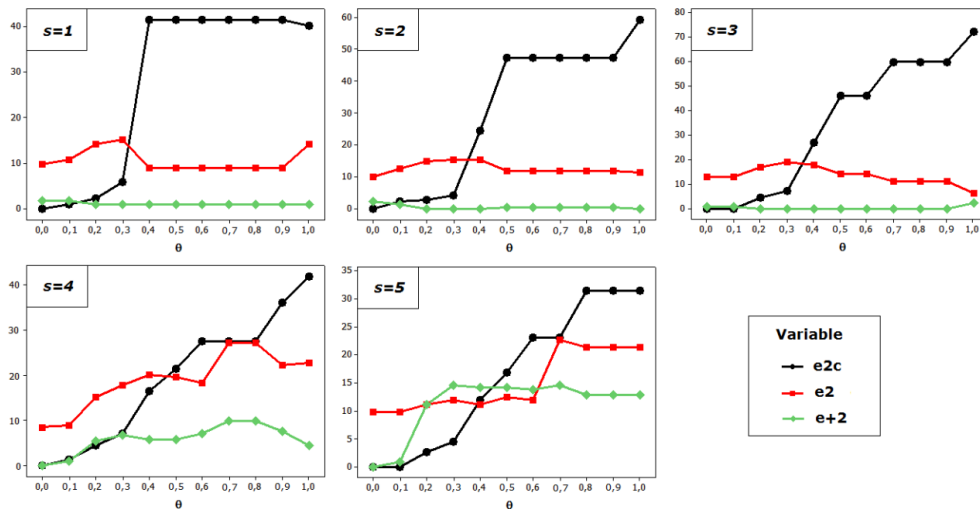


Figura 3: Porcentaje medio de municipios con empate

En la Figura 3 se representa el porcentaje medio del número de municipios para los que se ha producido cada tipo de empate al resolver los problemas correspondientes a cada valor θ_k . En todos los escenarios los porcentajes medios de empate debidos a co-localización siempre crecen al aumentar el valor θ_k , variando del 0% a valores superiores al 30%. Incluso se llega a alcanzar hasta más del 50% en los escenarios 2 y 3 para valores de θ_k superiores a 0,4. Los porcentajes medios de empates entre dos centros sin co-localización varían entre el 10% y el 20% en los escenarios 1 a 3, y superan el 20% en los escenarios 3 y 4 para algunos valores de θ_k . La mayor frecuencia de empates de este tipo se produce en el escenario 4 con cerca del 30% para $\theta_k=0,7$ y $\theta_k=0,8$. Los porcentajes medios de empate entre más de dos centros apenas ocurren en los escenarios 1 a 3. En el escenario 4 llegan al 10% para $\theta_k=0,7$ y $\theta_k=0,8$. En el escenario 5 este tipo de empate está entre el 10% y el 15% para valores de θ_k superiores a 0,1.

Los resultados indican que los empates en la elección de centro se producen principalmente debido a que en muchos casos las localizaciones óptimas de algunos centros de la firma entrante coinciden con localizaciones de centros ya establecidos. Esto sucede sobre todo cuando a la firma entrante se le asigna una proporción de demanda superior al 50% en caso de empate, es decir cuando el tipo de consumidor tiene tendencia a elegir lo nuevo en caso de ser indiferente a comprar entre varios centros.

Los otros tipos de empates no dependen de la proporción de demanda asignada a la firma entrante en caso de empate, y suelen ser más frecuentes a medida que aumenta el número de centros ya establecidos. Estos empates se producen cuando un consumidor se encuentra a una distancia de un nuevo centro igual al nivel umbral de distancia, el cual está asociado a algún centro ya establecido, y este centro está localizado en un lugar diferente a donde se encuentra el nuevo centro. La frecuencia de estos empates depende de la precisión con la que se consideren las distancias, lo cual depende a su vez de la percepción o valoración de la distancia que tenga el consumidor. En el estudio se ha considerado la unidad de distancia 10km. Hemos realizado un estudio paralelo tomando unidades de 5 km. y el número de empates ha sido considerablemente inferior.

Análisis de la distribución de la cuota de mercado

En primer lugar se ha calculado la cantidad total de demanda que hay en los municipios en los que la firma entrante captura total o parcialmente su demanda. Los resultados se muestran en las columnas 7 a 10 de cada tabla del anexo. En la columna 7, dnc, se indica la cantidad total de demanda de los municipios en los que todos los consumidores compran en algún centro de la firma entrante (demanda no compartida). En las columnas 8 a 10 se indica la cantidad total de demanda de los municipios en los que hay empate (demanda compartida), según cada uno de los tres tipos de empate. Para valores pequeños de θ_k , podemos ver que la demanda no compartida es mayor que la demanda compartida. Sin embargo, ocurre lo contrario conforme crece la proporción de demanda asignada a la firma entrante en caso de empate. La cuota de mercado capturada por la firma entrante según el modelo es la suma de la demanda no compartida más la correspondiente proporción de la demanda compartida.

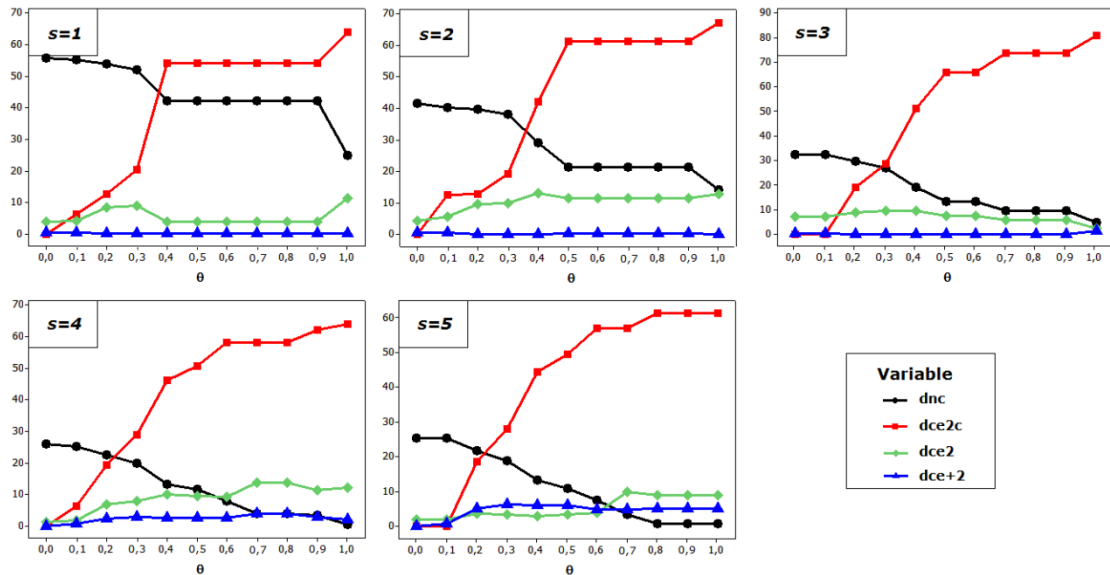


Figura 4: Porcentaje medio de demanda capturada

En la Figura 4, representamos el porcentaje medio de demanda que captura la firma entrante en cada uno de los cuatro casos indicados al resolver los problemas correspondientes a cada valor θ_k . Estos porcentajes son respecto a la demanda total en la región. En todos los escenarios podemos ver que el porcentaje medio de demanda no compartida siempre decrece al aumentar θ_k . Dicho porcentaje también decrece al pasar de un escenario a otro con un mayor número de centros ya establecidos. El porcentaje medio de demanda capturada por co-localización crece en todos los escenarios al aumentar θ_k , variando desde el 0% hasta valores superiores al 60%. Este porcentaje medio supera al anterior en todos los escenarios a partir de un cierto valor de θ_k : en los escenarios 1 y 2 para valores de θ_k superiores a 0,3 y para los escenarios 3 a 5 para valores de θ_k superiores a 0,2. El porcentaje medio de demanda capturada en municipios con empate entre dos centros sin co-localización suele estar entre el 0% y el 10% en todos los casos, superando el 10% con cierta frecuencia en los escenarios 2 y 4. El porcentaje medio de demanda capturada en municipios con empate entre dos más de dos centros es muy bajo. En los escenarios 1 a 3 es próximo a 0% ; en el escenario 4 se aproxima al 5% para $\theta_k=0,7$ y $\theta_k=0,8$; y en el escenario 5 se aproxima al 5% para para valores de θ_k superiores a 0,2.

Los resultados indican que la mayor parte de la demanda que captura la firma entrante procede municipios que solo compran de esta firma si el consumidor es conservador (θ_k es inferior a 0,2 o 0,3). En estos casos a la firma no le interesa localizar sus centros cerca de los ya existentes. Sin embargo, a medida que el consumidor tienda a elegir lo nuevo en caso de empate, a la firma entrante le interesará localizar sus centros próximos a centros ya existentes, si estos se encuentran en lugares donde hay una gran demanda. Así pues, la demanda capturada por la firma entrante debida a co-localización va aumentando conforme aumenta la tendencia por lo nuevo en caso de empate. La demanda capturada por la firma entrante procedente de municipios en los que se produce otro tipo de empate es muy baja y solo supera el 10%, salvo en muy pocos casos.

Análisis del error en la cuota de mercado.

Además de la cuota de mercado $CM_\theta(X)$ que obtiene la firma entrante según el modelo, para cada conjunto de localizaciones óptimas X hemos calculado la cuota de mercado $CM(X)$ que capturaría la firma entrante si la demanda de los municipios en los que se producen empates se reparte de forma uniforme entre los centros empatados. Los resultados se muestran en las columnas 11 y 12 de cada tabla del anexo. Se puede comprobar que en la mayoría de los casos la cuota de mercado $CM_\theta(X)$ es distinta de $CM(X)$. Solamente en los escenarios 1 a 3 se ha obtenido $CM_\theta(X) = CM(X)$ si $\theta_k = 0.5$, pero esto no sucede para todos los valores de r salvo en el escenario 3.

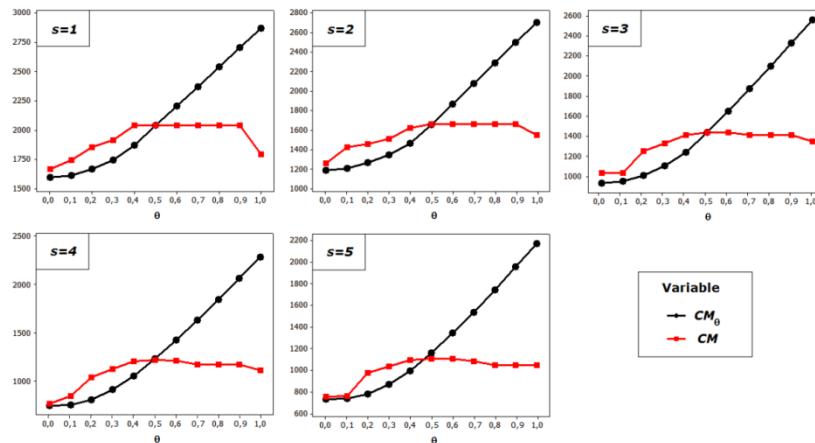


Figura 5: Cuotas de mercado

El estudio refleja que si el consumidor repartiera su demanda de manera uniforme entre los centros de máxima utilidad en caso de empate, se produciría un error en la estimación de la cuota de mercado que proporciona el modelo para la firma entrante. El modelo suele proporcionar una cuota de mercado inferior a la que se obtendría con el reparto uniforme de la demanda en caso de empate si la proporción θ_k es inferior a 0,5 ; lo contrario suele suceder si θ_k es superior a 0,5. En valor absoluto los errores más grandes se cometen para valores de θ_k mayores que 0,6, llegando a obtenerse errores muy grandes para $\theta_k=1$. En particular, si las dos firmas compiten con el mismo número de centros, $r=s$, y si $\theta_k=0,5$, podría esperarse que el error fuera cero. Sin embargo, esto ocurre en los escenarios 1 a 3, pero no en los escenarios 4 y 5, en los que hay un error positivo. Por lo tanto, para una proporción de 0,5 no se puede asegurar que no se producirá error.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una nueva formulación como modelo de Programación Lineal Entera Mixta del problema de determinar las localizaciones de los centros de una firma entrante con objeto de maximizar su cuota de mercado. El modelo puede resultar de interés en la toma de decisiones sobre localización cuando los consumidores eligen un solo centro para satisfacer su demanda. Para ello el criterio de elección del consumidor ha de plantearse en términos de una función de utilidad que disminuye al aumentar la distancia entre el centro y el consumidor, mientras permanecen fijos los otros factores en los que se base la elección, tal y como sucede en los modelos tipo Hotelling y tipo Huff.

La cuota de mercado que obtiene la firma entrante depende de cómo se resuelvan los empates en la elección de centro. La causa más común de que se produzcan empates es la co-localización de dos centros de diferentes firmas. Esto suele ocurrir con gran frecuencia cuando en el modelo asigna una proporción de demanda a la firma entrante superior al 40%. Hay otras causas de empate que no dependen de la proporción de demanda, sino de la forma en que se mida la distancia del consumidor al centro, lo cual se hace teniendo en cuenta la percepción o valoración de la distancia por parte del consumidor en su criterio de elección.

La mayor parte de su cuota de mercado que captura la firma entrante procede de municipios que solo compran de esta firma si la proporción de demanda asignada en caso de empate es inferior al 40%. Si dicha proporción es alta, la mayor parte de su cuota de mercado procede de municipios que comparten la demanda con otro centro ya establecido. La mayor parte de esta demanda procede de municipios para los que se producen empates entre dos centros debidos a la co-localización de ambos puede superar a veces el 60% de la demanda total. La demanda total capturada procedente de municipios con otros tipos de empate no supera el 10%, salvo en muy pocos casos.

Si el consumidor repartiera su demanda de manera uniforme entre los centros empatados, entonces se produciría un error en la cuota de mercado proporcionada por el modelo. Dicho error es debido a la existencia de empates y suele ser pequeño si la proporción de demanda asignada a la firma entrante está entre el 40% y el 50%. En particular, para una proporción del 50% el error solo se produce si hay empates entre más de dos centros. Este tipo de empates es el menos frecuente y suele ser bastante inferior al 5% de la demanda total.

RECEIVED OCTOBER, 2012
REVISED MARCH, 2013

Agradecimientos: Este trabajo ha sido realizado como parte del proyecto ECO2011-24927, financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación de España y del Fondo Europeo para el Desarrollo Regional (FEDER).

REFERENCIAS

- [1] DREZNER T. and EISELT H.A. (2002): Consumers in competitive location models. In: **Facility Location: Application and Theory** (Drezner Z. and Hamacher H. Eds.), 151-178. Springer Verlag, Berlin.
- [2] EISELT H.A. and LAPORTE G. (1989): The maximum capture problem in a weighted network. **Journal of Regional Science** 29, 433-439.
- [3] FICO (2009): Xpress Mosel. Fair Isaac Corporation
- [4] FRANCIS R.L., LOWE T.J. and TAMIR A. (2002): Demand point aggregation for location models. In: **Facility Location: Application and Theory** (Drezner Z. and Hamacher H. Eds.), 207-232. Springer Verlag, Berlin.
- [5] FRIESZ T.L., MILLER T. and TOBIN R.L. (1988): Competitive network facility location models: A survey. **Papers of the Regional Science Association** 65, 47-57.
- [6] GARCÍA M.D. and PELEGRÍN B. (2003): All Stackelberg Location in the Hotelling's Duopoly Model on a Tree with Parametric Prices. **Annals of Operations Research** 122, 177-192.
- [7] HOTELLING H. (1929): Stability in competition. **Economic Journal** 39, 41-57.
- [8] HUFF D.L. (1964): Defining and estimating a trade area. **Journal of Marketing** 28, 34-48.
- [9] PEETERS P.H. and PLASTRIA F. (1998): Discretization results for the Huff and Pareto-Huff competitive location models on networks. **TOP** 2, 247-260.
- [10] PELEGRÍN B. y CANO S. (2011): Localización de nuevos centros en una red con patrón binario definido por una distancia umbral. **Investigación Operacional** 32, 38-52.
- [11] PLASTRIA F. (2001): Static Competitive Facility Location: An Overview of Optimization Approaches. **European Journal of Operational Research** 129, 461-470.
- [12] PLASTRIA F. and VANHAVERBEKE L. (2009): Maximal covering location problem with price decision for revenue maximization in a competitive environment. **OR Spectrum** 31, 555-571.
- [13] REVELLE C.S., EISELT H.A. and DASKIN M.S. (2008): A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science. **European Journal of Operations Research** 184, 817-848.
- [14] SERRA D. and COLOMÉ R. (2001): Consumer choice and optimal locations model: Formulations and heuristics. **Papers in Regional Science** 80, 439-464.
- [15] SERRA D. and REVELLE C. (1995): Competitive Location in Discrete Space. In Drezner Z. (Ed.), **Facility Location: A Survey of Applications and Methods**. Springer, 367-386.
- [16] SERRA D. and REVELLE C. (1999): Competitive Location and Pricing on Networks. **Geographical Analysis** 31, 109-129.
- [17] SUÁREZ-VEGA R., SANTOS-PEÑATE D.R. and DORTA-GONZÁLEZ P. (2004): Competitive multifacility location on networks: The (r/Xp) -medianoid problem. **Journal of Regional Science** 44, 569-588.
- [18] SUÁREZ-VEGA R., SANTOS-PEÑATE D.R. and DORTA-GONZÁLEZ P. (2007): The follower location problem with attraction thresholds. **Papers in Regional Science** 86, 123-137.

ANEXO

Tabla 2: Resultados en el escenario 1.

Problema		Localizaciones	N° municipios con empate			Demanda total				Cuotas de mercado	
θ	r	X	e2c	e2	e+2	dnc	dce2c	dce2	dce+2	$CM_{\theta}(X)$	$CM(X)$
0	1	27	0	2	0	865	0	69	0	865	899,50
	2	8, 27	0	8	0	1501	0	247	0	1501	1624,50
	3	8, 9, 39	0	6	0	1780	0	178	0	1780	1869
	4	5, 8, 39, 58	0	4	2	1885	0	58	37	1885	1941,50
	5	5, 8, 39, 58, 77	0	2	2	1951	0	22	37	1951	1989,50
0,1	1	27	0	2	0	865	0	69	0	871,90	899,50
	2	8, 27	0	8	0	1501	0	247	0	1525,70	1624,50
	3	8, 24, 84	0	6	0	1780	0	178	0	1797,80	1869
	4	5, 8, 58, 84	0	4	2	1885	0	58	37	1894,50	1941,50
	5	5, 8, 31, 58, 84	2	4	2	1885	892	58	37	1983,70	2387,50
0,2	1	22	0	5	0	825	0	310	0	887	980
	2	8, 22	0	11	0	1461	0	488	0	1558,60	1705
	3	8, 24, 84	0	6	0	1780	0	178	0	1815,60	1869
	4	8, 24, 31, 84	3	6	0	1780	914	178	0	1998,40	2326
	5	5, 8, 31, 58, 84	2	4	2	1885	892	58	37	2082,40	2387,50
0,3	1	22	0	5	0	825	0	310	0	918	980
	2	8, 22	0	11	0	1461	0	488	0	1607,40	1705
	3	8, 27, 31	8	8	0	1501	1124	247	0	1912,30	2186,50
	4	8, 24, 31, 84	3	6	0	1780	914	178	0	2107,60	2326
	5	5, 8, 31, 58, 84	2	4	2	1885	892	58	37	2181,10	2387,50
0,4	1	31	45	0	0	0	2872	0	0	1148,80	1436
	2	27, 31	35	2	0	865	1938	69	0	1667,80	1868,50
	3	8, 27, 31	8	8	0	1501	1124	247	0	2049,40	2186,50
	4	8, 24, 31, 84	3	6	0	1780	914	178	0	2216,80	2326
	5	5, 8, 31, 58, 84	2	4	2	1885	892	58	37	2279,80	2387,50
0,5	1	31	45	0	0	0	2872	0	0	1436	1436
	2	27, 31	35	2	0	865	1938	69	0	1868,50	1868,50
	3	8, 27, 31	8	8	0	1501	1124	247	0	2186,50	2186,50
	4	8, 24, 31, 84	3	6	0	1780	914	178	0	2326	2326
	5	5, 8, 31, 58, 84	2	4	2	1885	892	58	37	2378,50	2387,50
0,6	1	31	45	0	0	0	2872	0	0	1723,20	1436
	2	27, 31	35	2	0	865	1938	69	0	2069,20	1868,50
	3	8, 27, 31	8	8	0	1501	1124	247	0	2323,60	2186,50
	4	8, 24, 31, 84	3	6	0	1780	914	178	0	2435,20	2326
	5	5, 8, 31, 58, 84	2	4	2	1885	892	58	37	2477,20	2387,50
0,7	1	31	45	0	0	0	2872	0	0	2010,40	1436
	2	27, 31	35	2	0	865	1938	69	0	2269,90	1868,50
	3	8, 27, 31	8	8	0	1501	1124	247	0	2460,70	2186,50
	4	8, 24, 31, 84	3	6	0	1780	914	178	0	2544,40	2326
	5	5, 8, 31, 58, 84	2	4	2	1885	892	58	37	2575,90	2387,50
0,8	1	31	45	0	0	0	2872	0	0	2297,60	1436
	2	27, 31	35	2	0	865	1938	69	0	2470,60	1868,50
	3	8, 27, 31	8	8	0	1501	1124	247	0	2597,80	2186,50
	4	8, 24, 31, 84	3	6	0	1780	914	178	0	2653,60	2326
	5	5, 8, 31, 58, 84	2	4	2	1885	892	58	37	2674,60	2387,50
0,9	1	31	45	0	0	0	2872	0	0	2584,80	1436
	2	27, 31	35	2	0	865	1938	69	0	2671,30	1868,50
	3	8, 27, 31	8	8	0	1501	1124	247	0	2734,90	2186,50
	4	8, 24, 31, 84	3	6	0	1780	914	178	0	2762,80	2326
	5	5, 8, 31, 58, 84	2	4	2	1885	892	58	37	2773,30	2387,50
1	1	31	45	0	0	0	2872	0	0	2872	1436
	2	8, 31	16	8	0	636	1920	316	0	2872	1754
	3	8, 24, 31	9	7	0	1093	1571	208	0	2872	1982,50
	4	3, 10, 31, 48	17	4	0	875	1835	162	0	2872	1873,50
	5	5, 8, 29, 31, 45	3	13	2	955	954	926	37	2872	1919,67

Tabla 3: Resultados en el escenario 2.

Problema	Localizaciones	N° municipios con empate			Demanda total				Cuotas de mercado		
		θ	r	X	e2c	e2	e+2	dnc	dce2c	dce2	dce+2
0	1	8	0	6	0	636	0	178	0	636	725
	2	8, 9	0	6	0	1093	0	178	0	1093	1182
	3	8, 9, 72	0	6	0	1324	0	178	0	1324	1413
	4	5, 8, 9, 72	0	3	3	1405	0	49	70	1405	1476,17
	5	5, 8, 9, 10, 72	0	1	2	1485	0	22	17	1485	1507,33
0,1	1	8	0	6	0	636	0	178	0	653,80	725
	2	8, 53	0	7	0	1093	0	208	0	1113,80	1197
	3	8, 9, 72	0	6	0	1324	0	178	0	1341,80	1413
	4	8, 31, 53, 72	3	6	0	1324	914	178	0	1433,20	1870
	5	5, 8, 31, 53, 72	2	3	3	1405	892	49	70	1506,10	1922,17
0,2	1	8	0	6	0	636	0	178	0	671,60	725
	2	8, 53	0	7	0	1093	0	208	0	1134,60	1197
	3	8, 9, 72	0	6	0	1324	0	178	0	1359,60	1413
	4	8, 9, 31, 72	3	6	0	1324	914	178	0	1542,40	1870
	5	8, 9, 31, 65, 72	3	8	0	1324	914	634	0	1633,60	2098
0,3	1	8	0	6	0	636	0	178	0	689,40	725
	2	8, 53	0	7	0	1093	0	208	0	1155,40	1197
	3	8, 31, 53	3	7	0	1093	914	208	0	1429,60	1654
	4	8, 9, 31, 72	3	6	0	1324	914	178	0	1651,60	1870
	5	8, 9, 31, 65, 72	3	8	0	1324	914	634	0	1788,40	2098
0,4	1	31	36	0	0	0	2047	0	0	818,80	1023,50
	2	8, 31	9	6	0	636	1233	178	0	1200,40	1341,50
	3	8, 31, 53	3	7	0	1093	914	208	0	1541,80	1654
	4	8, 9, 31, 65	3	13	0	1093	914	865	0	1804,60	1982,50
	5	8, 9, 31, 65, 72	3	8	0	1324	914	634	0	1943,20	2098
0,5	1	31	36	0	0	0	2047	0	0	1023,50	1023,50
	2	17, 31	45	0	0	0	2872	0	0	1436	1436
	3	8, 17, 31	18	6	0	636	2058	178	0	1754	1754
	4	8, 31, 53, 65	3	12	1	1093	914	835	30	1982,50	1987,50
	5	8, 9, 31, 65, 72	3	8	0	1324	914	634	0	2098	2098
0,6	1	31	36	0	0	0	2047	0	0	1228,20	1023,50
	2	17, 31	45	0	0	0	2872	0	0	1723,20	1436
	3	8, 17, 31	18	6	0	636	2058	178	0	1977,60	1754
	4	8, 31, 53, 65	3	12	1	1093	914	835	30	2160,40	1987,50
	5	8, 31, 53, 65, 72	3	8	0	1324	914	634	0	2252,80	2098
0,7	1	31	36	0	0	0	2047	0	0	1432,90	1023,50
	2	17, 31	45	0	0	0	2872	0	0	2010,40	1436
	3	8, 17, 31	18	6	0	636	2058	178	0	2201,20	1754
	4	8, 31, 53, 65	3	12	1	1093	914	835	30	2338,30	1987,50
	5	8, 31, 53, 65, 72	3	8	0	1324	914	634	0	2407,60	2098
0,8	1	31	36	0	0	0	2047	0	0	1637,60	1023,50
	2	17, 31	45	0	0	0	2872	0	0	2297,60	1436
	3	8, 17, 31	18	6	0	636	2058	178	0	2424,80	1754
	4	8, 31, 53, 65	3	12	1	1093	914	835	30	2516,20	1987,50
	5	8, 31, 53, 65, 72	3	8	0	1324	914	634	0	2562,40	2098
0,9	1	31	36	0	0	0	2047	0	0	1842,30	1023,50
	2	17, 31	45	0	0	0	2872	0	0	2584,80	1436
	3	8, 17, 31	18	6	0	636	2058	178	0	2648,40	1754
	4	8, 31, 53, 65	3	12	1	1093	914	835	30	2694,10	1987,50
	5	8, 31, 53, 65, 72	3	8	0	1324	914	634	0	2717,20	2098
1	1	31	36	0	0	0	2047	0	0	2047	1023,50
	2	17, 31	45	0	0	0	2872	0	0	2872	1436
	3	13, 17, 31	32	4	0	403	2318	151	0	2872	1637,50
	4	31, 54, 65, 66	12	12	0	612	1360	900	0	2872	1742
	5	27, 31, 43, 54, 65	8	9	0	1011	1095	766	0	2872	1941,50

Tabla 4: Resultados en el escenario 3.

Problema		Localizaciones	N° municipios con empate			Demanda total				Cuotas de mercado	
θ	r	X	e2c	e2	e+2	dnc	dce2c	dce2	dce+2	$CM_{\theta}(X)$	$CM(X)$
0	1	8	0	8	0	566	0	248	0	566	690
	2	8, 72	0	9	0	797	0	317	0	797	955,50
	3	8, 9, 72	0	8	0	975	0	248	0	975	1099
	4	8, 9, 50, 72	0	2	1	1115	0	95	13	1115	1171,17
	5	8, 9, 34, 50, 72	0	2	1	1212	0	95	13	1212	1268,17
0,1	1	8	0	8	0	566	0	248	0	590,80	690
	2	8, 72	0	9	0	797	0	317	0	828,70	955,50
	3	8, 9, 72	0	8	0	975	0	248	0	999,80	1099
	4	8, 9, 50, 72	0	2	1	1115	0	95	13	1125,80	1171,17
	5	8, 9, 34, 50, 72	0	2	1	1212	0	95	13	1222,80	1268,17
0,2	1	8	0	8	0	566	0	248	0	615,60	690
	2	8, 72	0	9	0	797	0	317	0	860,40	955,50
	3	8, 31, 72	4	10	0	797	923	356	0	1052,80	1436,50
	4	8, 9, 31, 72	3	8	0	975	914	248	0	1207,40	1556
	5	4, 8, 9, 31, 72	3	3	0	1115	914	108	0	1319,40	1626
0,3	1	8	0	8	0	566	0	248	0	640,40	690
	2	8, 31	4	9	0	566	923	287	0	929	1171
	3	8, 31, 72	4	10	0	797	923	356	0	1180,70	1436,50
	4	8, 9, 31, 72	3	8	0	975	914	248	0	1323,60	1556
	5	8, 9, 17, 31, 72	5	8	0	975	1370	248	0	1460,40	1784
0,4	1	31	28	2	0	0	1642	64	0	682,40	853
	2	8, 31	4	9	0	566	923	287	0	1050	1171
	3	8, 17, 31	12	9	0	566	1679	287	0	1352,40	1549
	4	8, 17, 31, 72	6	10	0	797	1379	356	0	1491	1664,50
	5	8, 17, 25, 31, 72	11	10	0	797	1719	356	0	1627	1834,50
0,5	1	31	28	2	0	0	1642	64	0	853	853
	2	17, 31	36	2	0	0	2398	64	0	1231	1231
	3	8, 17, 31	12	9	0	566	1679	287	0	1549	1549
	4	8, 17, 25, 31	17	9	0	566	2019	287	0	1719	1719
	5	8, 17, 25, 31, 72	11	10	0	797	1719	356	0	1834,50	1834,50
0,6	1	31	28	2	0	0	1642	64	0	1023,60	853
	2	17, 31	36	2	0	0	2398	64	0	1477,20	1231
	3	8, 17, 31	12	9	0	566	1679	287	0	1745,60	1549
	4	8, 17, 25, 31	17	9	0	566	2019	287	0	1949,60	1719
	5	8, 17, 25, 31, 72	11	10	0	797	1719	356	0	2042	1834,50
0,7	1	31	28	2	0	0	1642	64	0	1194,20	853
	2	17, 31	36	2	0	0	2398	64	0	1723,40	1231
	3	17, 25, 31	43	2	0	0	2808	64	0	2010,40	1436
	4	8, 17, 25, 31	17	9	0	566	2019	287	0	2180,20	1719
	5	8, 17, 25, 31, 72	11	10	0	797	1719	356	0	2249,50	1834,50
0,8	1	31	28	2	0	0	1642	64	0	1364,80	853
	2	17, 31	36	2	0	0	2398	64	0	1969,60	1231
	3	17, 25, 31	43	2	0	0	2808	64	0	2297,60	1436
	4	8, 17, 25, 31	17	9	0	566	2019	287	0	2410,80	1719
	5	8, 17, 25, 31, 72	11	10	0	797	1719	356	0	2457	1834,50
0,9	1	31	28	2	0	0	1642	64	0	1535,40	853
	2	17, 31	36	2	0	0	2398	64	0	2215,80	1231
	3	17, 25, 31	43	2	0	0	2808	64	0	2584,80	1436
	4	8, 17, 25, 31	17	9	0	566	2019	287	0	2641,40	1719
	5	8, 17, 25, 31, 72	11	10	0	797	1719	356	0	2664,50	1834,50
1	1	31	28	2	0	0	1642	64	0	1706	853
	2	17, 31	36	2	0	0	2398	64	0	2462	1231
	3	17, 25, 31	43	2	0	0	2808	64	0	2872	1436
	4	17, 25, 31, 68	30	5	1	356	2439	52	25	2872	1609,83
	5	2, 17, 25, 31, 47	26	3	4	308	2349	73	142	2872	1613,67

Tabla 5: Resultados en el escenario 4.

Problema		Localizaciones	N° municipios con empate			Demanda total				Cuotas de mercado	
θ	r	X	e2c	e2	e+2	dnc	dce2c	dce2	dce+2	$CM_{\theta}(X)$	$CM(X)$
0	1	20	0	4	0	381	0	13	0	381	387,50
	2	20, 72	0	5	0	612	0	82	0	612	653
	3	9, 20, 72	0	4	0	790	0	13	0	790	796,50
	4	4, 9, 54, 72	0	3	0	920	0	38	0	920	939
	5	4, 9, 34, 54, 72	0	3	0	1017	0	38	0	1017	1036
0,1	1	20	0	4	0	381	0	13	0	382,30	387,50
	2	20, 72	0	5	0	612	0	82	0	620,20	653
	3	9, 20, 72	0	4	0	790	0	13	0	791,30	796,50
	4	9, 15, 54, 72	0	3	1	920	0	38	41	927,90	952,67
	5	9, 15, 31, 54, 72	3	4	1	920	914	119	41	1027,40	1450,17
0,2	1	54	0	5	3	357	0	100	84	393,80	435
	2	54, 72	0	6	3	588	0	169	84	638,60	700,50
	3	31, 54, 72	4	10	3	588	923	333	84	856	1244
	4	9, 31, 54, 72	3	8	3	766	914	225	84	1010,60	1363,50
	5	4, 9, 31, 54, 72	3	5	0	920	914	160	0	1134,80	1457
0,3	1	54	0	5	3	357	0	100	84	412,20	435
	2	31, 54	4	9	3	357	923	264	84	738,30	978,50
	3	31, 54, 72	4	10	3	588	923	333	84	990	1244
	4	9, 31, 54, 72	3	8	3	766	914	225	84	1132,90	1363,50
	5	9, 17, 31, 54, 72	5	8	3	766	1370	225	84	1269,70	1591,50
0,4	1	31	4	7	1	0	923	245	25	477,20	584
	2	31, 54	4	9	3	357	923	264	84	865,40	978,50
	3	17, 31, 54	12	9	3	357	1679	264	84	1167,80	1356,50
	4	17, 31, 54, 72	6	10	3	588	1379	333	84	1306,40	1472
	5	17, 25, 31, 54, 72	11	10	3	588	1719	333	84	1442,40	1642
0,5	1	31	4	7	1	0	923	245	25	596,50	584
	2	31, 54	4	9	3	357	923	264	84	992,50	978,50
	3	17, 31, 54	12	9	3	357	1679	264	84	1370,50	1356,50
	4	17, 25, 31, 54	17	9	3	357	2019	264	84	1540,50	1526,50
	5	17, 25, 31, 54, 72	11	10	3	588	1719	333	84	1656	1642
0,6	1	31	4	7	1	0	923	245	25	715,80	584
	2	17, 31	12	7	1	0	1679	245	25	1169,40	962
	3	17, 31, 54	12	9	3	357	1679	264	84	1573,20	1356,50
	4	17, 25, 31, 54	17	9	3	357	2019	264	84	1777,20	1526,50
	5	8, 17, 20, 25, 31	17	9	8	422	2019	286	145	1892	1627,17
0,7	1	31	4	7	1	0	923	245	25	835,10	584
	2	17, 31	12	7	1	0	1679	245	25	1364,30	962
	3	8, 17, 31	12	19	6	66	1679	592	182	1783,10	1262,17
	4	8, 17, 25, 31	17	19	6	66	2019	592	182	2021,10	1432,17
	5	8, 17, 20, 25, 31	17	9	8	422	2019	286	145	2137	1627,17
0,8	1	31	4	7	1	0	923	245	25	954,40	584
	2	17, 31	12	7	1	0	1679	245	25	1559,20	962
	3	8, 17, 31	12	19	6	66	1679	592	182	2028,40	1262,17
	4	8, 17, 25, 31	17	19	6	66	2019	592	182	2300,40	1432,17
	5	8, 17, 20, 25, 31	17	9	8	422	2019	286	145	2382	1627,17
0,9	1	31	4	7	1	0	923	245	25	1073,70	584
	2	17, 31	12	7	1	0	1679	245	25	1754,10	962
	3	8, 17, 31	12	19	6	66	1679	592	182	2273,70	1262,17
	4	17, 25, 28, 31	36	8	1	0	2585	262	25	2584,80	1423,50
	5	8, 17, 20, 25, 31	17	9	8	422	2019	286	145	2627	1627,17
1	1	31	4	7	1	0	923	245	25	1193	584
	2	17, 31	12	7	1	0	1679	245	25	1949	962
	3	8, 17, 31	12	19	6	66	1679	592	182	2519	1262,17
	4	17, 25, 28, 31	36	8	1	0	2585	262	25	2872	1423,50
	5	17, 25, 28, 31, 80	34	10	1	0	2454	393	25	2872	1423,50

Tabla 6: Resultados en el escenario 5.

Problema	r	Localizaciones	N° municipios con empate			Demanda total				Cuotas de mercado	
			e2c	e2	e+2	dnc	dce2c	dce2	dce+2	CM _θ (X)	CM(X)
0	1	20	0	5	0	356	0	38	0	356	375
	2	20, 72	0	6	0	587	0	107	0	587	640,50
	3	9, 20, 72	0	5	0	765	0	38	0	765	784
	4	4, 9, 54, 72	0	3	0	920	0	38	0	920	939
	5	4, 9, 34, 54, 72	0	3	0	1017	0	38	0	1017	1036
0,1	1	20	0	5	0	356	0	38	0	359,80	375
	2	20, 72	0	6	0	587	0	107	0	597,70	640,50
	3	9, 20, 72	0	5	0	765	0	38	0	768,80	784
	4	9, 15, 54, 72	0	3	1	920	0	38	41	927,90	949,25
	5	9, 15, 34, 54, 72	0	3	1	1017	0	38	41	1024,90	1046,25
0,2	1	54	0	4	5	332	0	63	146	373,80	405,17
	2	54, 72	0	5	5	563	0	132	146	618,60	670,67
	3	31, 54, 72	2	7	7	563	892	163	190	812	1132,17
	4	9, 31, 54, 72	2	5	7	741	892	85	190	974,40	1271,17
	5	4, 9, 31, 54, 72	2	4	1	920	892	60	41	1118,60	1396
0,3	1	54	0	4	5	332	0	63	146	394,70	405,17
	2	31, 54	2	6	7	332	892	94	190	684,80	866,67
	3	31, 54, 72	2	7	7	563	892	163	190	936,50	1132,17
	4	9, 31, 54, 72	2	5	7	741	892	85	190	1091,10	1271,17
	5	9, 17, 31, 54, 72	4	5	7	741	1348	85	190	1227,90	1499,17
0,4	1	31	2	3	4	0	892	45	111	419,20	468,50
	2	31, 54	2	6	7	332	892	94	190	802,40	866,67
	3	17, 31, 54	10	6	7	332	1648	94	190	1104,80	1244,67
	4	9, 17, 31, 54	9	5	7	510	1579	85	190	1251,60	1383,67
	5	9, 17, 31, 54, 72	4	5	7	741	1348	85	190	1390,20	1499,17
0,5	1	31	2	3	4	0	892	45	111	524	468,50
	2	31, 54	2	6	7	332	892	94	190	920	866,67
	3	17, 31, 54	10	6	7	332	1648	94	190	1298	1244,67
	4	17, 25, 31, 54	15	6	7	332	1988	94	190	1468	1414,67
	5	17, 25, 31, 54, 72	9	7	7	563	1688	163	190	1583,50	1530,17
0,6	1	31	2	3	4	0	892	45	111	628,80	468,50
	2	17, 31	10	3	4	0	1648	45	111	1082,40	846,50
	3	17, 31, 54	10	6	7	332	1648	94	190	1491,20	1244,67
	4	17, 25, 31, 54	15	6	7	332	1988	94	190	1695,20	1414,67
	5	8, 17, 20, 25, 31	15	9	9	397	1988	269	98	1810	1567,75
0,7	1	31	2	3	4	0	892	45	111	733,60	468,50
	2	17, 31	10	3	4	0	1648	45	111	1262,80	846,50
	3	8, 17, 31	10	18	8	41	1648	525	185	1691,60	1181,92
	4	8, 17, 25, 31	15	18	8	41	1988	525	185	1929,60	1351,92
	5	8, 17, 20, 25, 31	15	9	9	397	1988	269	98	2045,50	1567,75
0,8	1	31	2	3	4	0	892	45	111	838,40	468,50
	2	17, 31	10	3	4	0	1648	45	111	1443,20	846,50
	3	8, 17, 31	10	18	8	41	1648	525	185	1927,40	1181,92
	4	8, 17, 25, 31	15	18	8	41	1988	525	185	2199,40	1351,92
	5	5, 17, 25, 28, 31	34	6	5	0	2615	129	128	2297,60	1372
0,9	1	31	2	3	4	0	892	45	111	943,20	468,50
	2	17, 31	10	3	4	0	1648	45	111	1623,60	846,50
	3	8, 17, 31	10	18	8	41	1648	525	185	2163,20	1181,92
	4	8, 17, 25, 31	15	18	8	41	1988	525	185	2469,20	1351,92
	5	5, 17, 25, 28, 31	34	6	5	0	2615	129	128	2584,80	1372
1	1	31	2	3	4	0	892	45	111	1048	468,50
	2	17, 31	10	3	4	0	1648	45	111	1804	846,50
	3	8, 17, 31	10	18	8	41	1648	525	185	2399	1181,92
	4	8, 17, 25, 31	15	18	8	41	1988	525	185	2739	1351,92
	5	5, 17, 25, 28, 31	34	6	5	0	2615	129	128	2872	1372