

ESTIMACIÓN DE LAS EXISTENCIAS DE SEGURIDAD PARA ARTÍCULOS CON TIEMPO DE ENTREGA ALEATORIO Y DEMANDA CON DISTRIBUCIÓN NORMAL Y UNIFORME

Juan Manuel Izar Landeta*, Carmen Berenice Ynzunza Cortés**

*Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Manuel Nava # 8, Zona Universitaria Poniente, C. P. 78290, San Luis Potosí, S. L. P., México

**Universidad Tecnológica de Querétaro, Av. Pie de la Cuesta # 2501, Col. Unidad Nacional, C. P. 76148, Querétaro, Qro., México

ABSTRACT

This work presents the application of 3 inventory models to get the safety stock and reorder point in the case of two products, the first one with normal demand and lead time, and the second one with uniform demand and lead time, both items with discrete, random, independent and known demand and lead time, including discounts for buying bigger quantities.

The models applied have been the Hybrid method (MH), the target service level (NSM), and the analytical method (MA).

There has been a problem in calculating the safety stock in the case of item with normal demand and lead time, due to the assumption that demand for the delivery time is normal, which may not be true. For the article with uniform demand and delivery time, the 3 models gave similar results, being less desirable hybrid method since it is very laborious to get the stock that minimizes the cost of inventory.

In these circumstances the best model has been NSM, with few calculations have produced good results.

The order quantity has been the same with all 3 models, due to the savings obtained with the lowest price offered by the supplier.

KEYWORDS: Safety stock, Lead time, Shortages number, Volume discounts, Lead time demand.

MSC:90B05

RESUMEN

Se presenta la aplicación de 3 modelos de inventarios para obtener las existencias de seguridad y el punto de reorden en el caso de dos artículos, uno con demanda y tiempo de entrega normal y el otro con distribución uniforme. Las demandas y tiempos de entrega de ambos productos son discretos, aleatorios, independientes y conocidos, considerando descuentos en el precio de compra por adquirir mayores volúmenes.

Los modelos utilizados han sido el método híbrido (MH), el de nivel de servicio meta (NSM) y el método analítico para la distribución de probabilidad de cada artículo (MA).

Ha habido algún problema al calcular el stock de seguridad para el artículo con demanda y tiempo de entrega normal, debido al supuesto que la demanda del tiempo de entrega es normal, lo cual puede no ser cierto. En el caso del artículo con demanda y tiempo de entrega uniformes, los 3 modelos han dado resultados similares, siendo menos aconsejable el método híbrido, ya que resulta muy laborioso para calcular el stock de seguridad.

El mejor modelo ha sido NSM, que con pocos cálculos ha dado buenos resultados.

La cantidad de pedido ha sido la misma con los 3 modelos, debido al ahorro que se obtiene con el menor precio que ofrece el proveedor.

1. INTRODUCCIÓN

En México, al igual que en la mayoría de las naciones, las Pymes producen gran parte del producto interno bruto y el manejo eficiente de sus recursos resulta una necesidad imperiosa, es por esta razón que este estudio se hace a partir de información estadística basada en los registros históricos de la demanda y el tiempo de entrega para determinar el stock de seguridad que debe manejarse en el inventario, de modo que cumpla su función de protección contra eventuales faltantes, así como la de alcanzar el costo mínimo por su manejo.

La temática de inventarios ha dado lugar a numerosos trabajos de investigación por parte de académicos y administrativos, ya que representan una parte importante del activo de las organizaciones, por lo cual deben cumplir sus funciones a un costo mínimo.

El objetivo fundamental del inventario es el de proveer artículos de manera suficiente, de modo que si la demanda aumenta, no se den faltantes, que representan pérdida de venta y una mala imagen ante el cliente. Pero el inventario no debe ser una cantidad excesiva de artículos, ya que su costo de mantenimiento sería elevado.

La administración del inventario requiere tomar dos decisiones fundamentales: (1) ¿cuánto debe pedirse al momento de hacer un nuevo pedido? y (2) ¿cuándo es el momento de hacer el nuevo pedido?

La mayoría de los modelos de inventario buscan definir algunos de los siguientes objetivos (Silver, 2008):

- Minimizar el costo incurrido en el manejo del inventario.
- Maximizar los beneficios económicos, incluyendo los ahorros por la compra de mayores volúmenes.
- Maximizar la tasa interna de retorno de la inversión en inventarios.
- Determinar una solución operativa y factible para la administración del inventario.

El más usual es el primero de ellos, la minimización del costo del inventario.

Costos del inventario

Dentro de los costos incurridos en el manejo del inventario, están los siguientes:

1. Adquisición de los artículos. La mayoría de los académicos coincide en incluir en este rubro costos del transporte, impuestos y las condiciones de crédito del proveedor (Horngren et al., 2007). Aun cuando en sentido estricto, éste no es un costo del inventario, se incluye al considerar que el proveedor ofrece descuentos por hacer pedidos de mayor volumen, que implican un mayor costo de mantenimiento en el inventario, el cual puede ser compensado con los ahorros por comprar los artículos a un precio más bajo.
2. Colocación de nuevos pedidos. Deben considerarse todas las actividades que se realizan al hacer un nuevo pedido, las cuales comienzan con la preparación de la orden de compra y finalizan con recibir y colocar el pedido en el almacén. Entre estas actividades están la preparación y emisión de la orden de compra, timbres postales, llamadas telefónicas, rastreo del pedido, recepción de artículos, inspección, revisión de la factura, realizar el pago y la contabilidad del proceso. Hay autores que sugieren dividir este costo en dos partes: una fija por hacer el pedido, que es independiente de la cantidad pedida; y otra variable, que depende del volumen pedido (Silver, 2008). Si el artículo que se compra es caro y con muchas especificaciones, el costo de hacer nuevos pedidos se eleva (Gallagher y Watson, 1982). En este trabajo este costo se considera constante.
3. Conservación de los artículos en inventario. En este rubro se toman en cuenta todos los aspectos relacionados con el almacenamiento del inventario, tales como espacios, obsolescencia, deterioro, pérdidas, mermas, refrigeración, iluminación, calefacción, protección contra el sol y la humedad, seguros y el costo de oportunidad por tener una inversión ociosa. Su monto suele variar del 15 al 45% del valor del inventario (Gallagher y Watson, 1982). En este estudio el costo de conservación se toma como una fracción del costo de los artículos.
4. Aparición de faltantes. Es un costo de oportunidad por lo que se deja de ganar al no disponer de los artículos y es el más difícil de cuantificar. Algunos académicos sugieren agregar la posible pérdida de ventas futuras, al no contar con la buena voluntad del cliente (Horngren et al., 2007). Otros recomiendan que se considere un costo fijo cada vez que se presente un faltante, más una cantidad adicional por cada artículo no surtido. En este trabajo el costo de cada faltante se asume como lo que se deja de ganar por no tener el artículo en existencia cuando lo solicita el cliente, sin agregar nada por el efecto negativo de la publicidad boca a boca de los consumidores. Gallagher y Watson (1982) señalan que algunos casos de faltantes no son problema, pero esto depende del artículo que pide el cliente, ya que si se trata de un automóvil, el cliente puede esperar, pero si el artículo fuese un producto barato y fácil de conseguir en otra parte, se perderá su venta al no tenerlo en existencia cuando lo solicita el consumidor.

Otros autores incluyen otros costos, como el de calidad, que no se considera en esta investigación.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Se han efectuado un gran número de estudios de aplicaciones de modelos de inventarios a casos prácticos, para determinar la cantidad de pedido y el punto de reorden, buscando que el costo del inventario sea mínimo.

Para este trabajo se ha realizado una revisión de la literatura, en particular de aquella que tiene que ver con la determinación del stock de seguridad en el caso de manejar tiempos de entrega aleatorios, para el caso de artículos que no se manufacturan en la empresa, sino que se compran a un proveedor para su venta posterior al consumidor y que es el caso típico de muchas Pymes mexicanas, que enfrentan en esta época serios problemas de supervivencia..

Chikan (2007) afirma que hay un cambio de paradigma en el manejo del inventario, el cual las organizaciones de esta época deben comprender, ya que de no ser así representaría una desventaja competitiva. El manejo del inventario se basaba en 3 supuestos: (1) era independiente de otras cuestiones administrativas; (2) el principal objetivo del inventario era amortiguar las diferencias entre la oferta y una demanda incierta; y (3) la medida de desempeño era el costo del inventario. El nuevo paradigma que propone Chikan (2007) es que los inventarios deben ser parte integral de la cadena de valor, convirtiéndose en una herramienta estratégica para lograr beneficios económicos y la satisfacción del cliente y las medidas de desempeño deben basarse en encontrar mejores soluciones para el consumidor.

Barry (2007) sugiere como métricas para la administración apropiada del inventario las tasas inicial y final de órdenes atendidas, la tasas de artículos devueltos y cancelaciones, la rotación del inventario y el margen de retorno de la inversión.

Van Kampen y colaboradores (2010) comentan que las 2 medidas tradicionales para hacer frente a la incertidumbre de la oferta y la demanda de un artículo son el stock de seguridad y la seguridad del tiempo de entrega. Sin embargo, estos fenómenos se han estudiado en condiciones aisladas, pasando por alto la incertidumbre de la oferta y la demanda. Los autores han estudiado los efectos del stock de seguridad y la seguridad del tiempo de entrega en un sistema multi-producto, concluyendo que ante la incertidumbre del lado de la oferta, es preferible manejar un tiempo de entrega mayor y si la incertidumbre se da en la demanda, sugieren manejar un stock de seguridad apropiado. En caso de desconfianza en la información de la oferta y demanda, la mejor medida es el manejo de un tiempo de entrega seguro.

Kanet y colaboradores (2010) sugieren el uso de un stock de seguridad variable como mecanismo para ahorrar en la administración del inventario, con un valor mayor en caso que la oferta y/o la demanda sean inciertas.

Ben-Daya y Hariga (2003) consideran el tiempo de entrega como una variable controlable, la que descomponen en 3 partes: el tiempo de preparación, el de procesamiento y el tiempo no productivo. Para un buen manejo de este tiempo, debe reducirse el tiempo de preparación y buscarse una adecuada interacción entre el tamaño del lote y el tiempo de entrega.

Axsäter (2011) propone una metodología para controlar el inventario ante cambios en el tiempo de entrega del proveedor.

Fiom (2012) afirma que el stock de seguridad es una protección contra la incertidumbre, que puede incluir: variaciones en la demanda de los clientes, el tiempo de entrega del proveedor y la calidad de los productos que se suministran.

Kouvelis y Li (2008) sugieren que en caso que la incertidumbre del tiempo de entrega del proveedor sea elevada, se tenga un proveedor adicional flexible para satisfacer la demanda.

Buzacott y Shanthikumar (1994) señalan que tanto el tiempo de entrega como el stock de seguridad son los dos parámetros que determinan el punto de reorden y ambos dependen de la precisión de los pronósticos con los que se hayan estimado. Afirman que de estos dos parámetros, el tiempo de entrega es el más importante.

Ramasesh y colaboradores (1991) sugieren que ante la incertidumbre en el tiempo de entrega del proveedor, ésta variable se maneje con dos valores, lo que se traduce en ahorros en el costo del inventario.

Balakrishnan y colaboradores (2004) señalan que en algunos casos mantener grandes cantidades de inventario no sólo mejora los niveles de servicio, sino que además se estimula la demanda de artículos. Muestran en su estudio que el ciclo óptimo del inventario depende del balance entre los costos de colocar pedidos y mantener el inventario, mientras que el punto de reorden se relaciona a una perspectiva de costo – beneficio. Con una política de este tipo, se obtienen mayores beneficios que con las políticas tradicionales de inventario basadas sólo en el costo.

Babai y colaboradores (2009) presentan un modelo dinámico para obtener el punto de reorden en el caso de demanda no estacionaria y tiempo de adelanto incierto para un nivel de servicio dado. Encuentran que el desempeño del inventario para lograr un nivel de servicio deseado es similar con este modelo que el obtenido con un modelo estático, pero en lo que hay una mejora considerable es en el costo del inventario, el cual se ve notablemente disminuido, lo que hace al modelo propuesto una técnica útil para la correcta administración del inventario.

Wang y Hill (2006) afirman que cuando el tiempo de adelanto sigue una distribución de probabilidad gamma, si el nivel de servicio se ubica entre 60 y 70%, con una varianza mayor en el tiempo de adelanto, el stock de

seguridad primero se incrementa, que sería lo usual, pero después disminuye o permanece constante, lo que constituye un efecto recursivo.

Nasri y colaboradores (1990) hacen una extensión del modelo tradicional de la cantidad económica de pedido con tiempos de adelanto estocásticos y manejando el costo de pedido como una variable de decisión y no como un parámetro y confirman lo que han señalado al respecto los japoneses, de invertir para disminuir el tiempo de adelanto, ya que esto compensa el costo del inventario, al lograr pedidos más pequeños. Han efectuado su estudio para el caso que el tiempo de adelanto siga una distribución normal o uniforme.

Wu (2000) presenta un modelo mixto de inventario, en el cual las variables de decisión son la cantidad de pedido, el punto de reorden y el tiempo de entrega, siendo el tiempo de entrega variable y la cantidad de artículos recibidos incierta. Desarrolla procedimientos efectivos para alcanzar la solución óptima en 2 casos: 1) cuando el tiempo de entrega sigue una distribución normal y 2) cuando sigue una distribución libre.

Song (1994) analiza el efecto de la incertidumbre del tiempo de entrega en un modelo estocástico de inventarios, en el cual la demanda se da conforme a un proceso de Poisson y el tiempo de entrega es estocástico. Encuentra que con un tiempo de entrega mayor, se requiere un stock de seguridad mayor, lo que no necesariamente lleva a un costo óptimo mayor; en cambio un tiempo de entrega con más variabilidad siempre lleva a un valor del costo óptimo mayor y este efecto depende de la estructura de costos del inventario.

Eppen y Martin (1988) han propuesto un procedimiento para calcular correctamente el stock de seguridad en el caso de tiempos de entrega y demandas estocásticas, mostrando que bajo el supuesto de normalidad ocurren errores en su cálculo, los que pueden corregirse siguiendo el algoritmo sugerido por los autores, el cual aplica en caso que los parámetros de la demanda y tiempo de entrega sean conocidos o desconocidos.

Por su parte, Ruiz-Torres y Mahmoodi (2010) han propuesto a partir del modelo de Estes, uno nuevo para calcular el stock de seguridad, el que no asume ninguna distribución de probabilidad para la demanda o el tiempo de entrega y produce resultados más cercanos al nivel de servicio meta y menores costos del inventario si se compara con los modelos tradicionales.

Wang y colaboradores (2010) sugieren ecuaciones para estimar el punto de reorden y el stock de seguridad en caso que la demanda y el tiempo de entrega estén correlacionados, ya que los modelos tradicionales asumen que estas dos variables son independientes, lo que en realidad podría ser diferente, como en el caso que un cliente coloque pedidos de mayor volumen para satisfacer la demanda, o en caso que la demanda vaya a la baja y el proveedor haga corridas de producción más pequeñas y se demore más en la entrega.

3. MODELOS UTILIZADOS

Este trabajo calcula las existencias de seguridad y el punto de reorden bajo la perspectiva de 3 modelos de inventarios: El método Híbrido (MH), el modelo de un nivel de servicio meta (NSM) y el método analítico (MA) para la distribución de probabilidad correspondiente.

Cada uno de ellos se describe brevemente y luego se aplica a cada uno de los productos incluidos en el estudio, el de demanda y tiempo de entrega normal y el de distribución uniforme, para determinar la cantidad de pedido y el punto de reorden que lleven al costo mínimo del manejo del inventario.

Método Híbrido (MH)

Este método es una combinación que consiste en analizar para el caso de una demanda y tiempo de entrega discretos y probabilísticos, las combinaciones de valores de la cantidad de pedido (Q) y el punto de reorden (PR), para seleccionar aquella que lleve al costo mínimo total del inventario (Izar et al., 2012). Este costo se calcula con la ecuación siguiente:

$$C_t = C_p \left(\frac{D}{Q} \right) + C_a M \left(B + \frac{Q}{2} \right) + C_f N_f \left(\frac{D}{Q} \right) + C_a D \quad (1)$$

Donde:

- C_p = Costo de colocar cada pedido, \$/pedido
- D = Demanda anual de artículos, unidades/año
- C_a = Costo de cada artículo, \$/unidad
- M = Fracción de conservación en el inventario, fracción anual
- Q = Cantidad económica de pedido, unidades/pedido

B = Existencias de seguridad, unidades
 Cf = Costo de cada faltante, \$/faltante
 Nf = Número promedio de artículos faltantes, faltantes/pedido

En esta ecuación el primer término es el costo de hacer pedidos, el segundo el de mantener el inventario, el tercero corresponde al costo de los faltantes y el último es la compra de los artículos, todos referidos a una base anual.

El valor de las existencias de seguridad B , se determina variando el punto de reorden, de modo que se establezca en un valor que lleve al mínimo costo total del inventario.

El costo de cada faltante se estima con la siguiente expresión:

$$Cf = (1 + \alpha)(P - Ca) \quad (2)$$

Siendo α el factor del efecto boca a boca por la aparición de faltantes y P el precio del artículo, de modo que el costo del faltante es lo que se deja de ganar por no tener existencias de la mercancía cuando la solicita el cliente, incrementado por el efecto boca a boca. En este trabajo se han aplicado los métodos usando un valor alfa de cero.

Por su parte el número promedio de faltantes se obtiene con la estadística de la demanda durante el tiempo de entrega, mediante la ecuación siguiente:

$$Nf = \sum_{i=1}^n f_i p_i \quad (3)$$

Donde f_i es el número de faltantes de cada opción y p_i la probabilidad de que suceda la opción.

Este modelo maneja el tiempo de adelanto de manera probabilística, de modo que si las demandas y tiempos de entrega son numerosos, la metodología analiza todas las posibles combinaciones de valores del punto de reorden que queden por arriba del valor promedio de la demanda durante el tiempo de entrega, con la probabilidad conjunta de que suceda cada una de ellas, mediante la siguiente ecuación:

$$PR = \mu + B \quad (4)$$

Donde μ es la demanda promedio del tiempo de entrega, que se obtiene con la demanda diaria y el tiempo de entrega en días.

Modelo del Nivel de Servicio Meta (NSM)

Este modelo calcula el costo del inventario con la ecuación 1, pero las existencias de seguridad B se obtienen mediante la siguiente expresión:

$$B = Z\sigma \quad (5)$$

Donde:

Z = Número de desviaciones estandarizadas de la demanda que corresponde al nivel de servicio deseado.

σ = Desviación estándar de la demanda del tiempo de entrega, unidades

Z se obtiene de la probabilidad de que una unidad que se tenga en stock tenga demanda, la cual se calcula con la siguiente expresión (Gallagher y Watson, 1982):

$$P(Z) = \frac{Cf \left(\frac{D}{Q} \right)}{CaM + Cf \left(\frac{D}{Q} \right)} \quad (6)$$

Donde todos los términos son conocidos, siendo el numerador el costo anual de faltantes y el denominador la suma de este costo más el de mantenimiento del inventario.

Esta probabilidad $P(Z)$ es el área bajo la curva de la distribución de probabilidad respectiva que corresponde a Z .

Una vez definido el valor de Z, se calcula B y se determina el costo del inventario.

Método Analítico (MA)

En este método el número de faltantes cada vez que se hace un pedido, Nf, se obtiene mediante integración matemática de la función de probabilidad respectiva, conforme a la ecuación siguiente (Taha, 2004):

$$Nf = \int_{PR}^{LS} (x - PR) f(x) dx \quad (7)$$

Donde:

- x = Demanda del tiempo de entrega, unidades
- PR = Punto de reorden, unidades
- LS = Límite superior de la distribución de probabilidad, unidades
- f(x) = Función de probabilidad

Ya que habrá faltantes cada vez que la demanda del tiempo de entrega supere al punto de reorden.

Para el caso de la distribución normal, la ecuación es:

$$Nf = \int_{PR}^{\infty} (x - PR) \frac{\text{Exp}\left[-(x - \mu)^2 / 2\sigma^2\right]}{\sigma\sqrt{2\pi}} dx \quad (8)$$

Donde μ y σ son la media y desviación estándar de la demanda en el tiempo de entrega.

Dada la complejidad de esta ecuación, la integral se obtiene numéricamente para encontrar el número de faltantes con cada valor del punto de reorden.

Y para el caso del producto con distribución uniforme:

$$Nf = \int_{PR}^a \frac{x - PR}{a - b} dx = \frac{(a - PR)^2}{2(a - b)} \quad (9)$$

Siendo a y b los límites superior e inferior de la distribución uniforme de la demanda del tiempo de entrega.

Para cada valor del punto de reorden se calcula el número de faltantes con la ecuación respectiva, se define el stock de seguridad y se calculan los costos de mantenimiento del stock y los faltantes, eligiendo el que resulte con el costo mínimo.

El punto de reorden y el costo total del inventario se obtienen mediante las ecuaciones (4) y (1), respectivamente.

3. APLICACIÓN AL PRODUCTO CON DEMANDA Y TIEMPO DE ENTREGA NORMAL

Un negocio vende un producto cuya demanda sigue una distribución normal, según los registros pasados:

Venta, unidades/día	Probabilidad
180	0.02
190	0.08
200	0.205
210	0.40
220	0.195
230	0.07
240	0.03
Total	1.000

Tabla 1. Demanda del producto del año anterior.

Fuente: Autores.

El proveedor ofrece la siguiente escala de precios:

Volumen de compra, unidades	Costo, \$/unidad
1 – 200	74.00
201 – 1000	70.00
>1000	68.50

Tabla 2. Precios ofertados por el proveedor.

Fuente: Autores.

Los tiempos de entrega del proveedor varían entre 4 y 7 días, conforme a la siguiente distribución de probabilidad:

Tiempo de entrega, días	Probabilidad
4	0.25
5	0.535
6	0.18
7	0.035

Tabla 3 Tiempos de entrega del proveedor.

Fuente: Autores.

El negocio labora 305 días al año, vende el producto a \$105, su costo de colocar un nuevo pedido es \$600, independiente del volumen pedido, mantener en el inventario cuesta 80% anual y se considera que el efecto boca a boca en caso de faltantes es despreciable.

Solución:

Lo primero es determinar la cantidad de pedido Q , que se obtiene con la ecuación de Wilson, cuidando que sea una cantidad que quede en el rango de volumen para el que el proveedor ofrece el precio del artículo con que se calculó. Esta Q resulta en 1184 unidades, con un costo unitario de \$68.50.

Con esto el número de pedidos anuales (D/Q) es 54.1 y el costo de cada faltante conforme a la ecuación (2) es \$36.50.

A continuación se presenta el cálculo del stock de seguridad y el punto de reorden con cada uno de los métodos mencionados.

Método Híbrido

En el método MH se toma la opción de menor costo que resulte del valor de PR mayor a la demanda promedio del tiempo de entrega μ , que se obtiene con la ecuación (4).

Para aplicar la ecuación, antes deben estimarse los valores de la demanda promedio que resulta en 210 unidades diarias y el tiempo de entrega promedio, que dada su distribución de probabilidad es 5 días. Con esto μ es 1050 sacos, por lo cual las opciones a analizar son todas las combinaciones de valores mayores o iguales a este valor que resulten de la demanda del tiempo de entrega.

Para cada opción se calcula el costo de conservar el stock de seguridad B y el de los posibles faltantes.

La tabla 1 presenta para cada valor de PR estos cálculos, los cuales se ilustran para el caso de ubicarlo en el valor que ha resultado con el costo mínimo, en 1440 unidades.

Si PR es 1440, el stock de seguridad es 390 unidades, ya que la demanda promedio del tiempo de entrega es 1050. Mantener en el inventario este stock cuesta:

$$C_B = (390)(68.50)(0.80) = 21,372 \text{ \$ / año}$$

Por su parte las opciones con faltantes son aquellas que resulten superiores al valor de PR, en este caso han sido solamente 4: 1470, la cual sucede si el tiempo de entrega es 7 días y la demanda 210 unidades diarias, con una probabilidad de 0.014, producto de las probabilidades individuales de cada evento, 0.035 y 0.40 respectivamente; 1540, la que sucede con un tiempo de entrega de 7 días y una demanda diaria de 220 unidades, con una probabilidad conjunta de 0.0068; 1610, si el tiempo de entrega es 7 días y la demanda diaria 230 unidades, con probabilidad de 0.00245; y 1680, que es el valor máximo del PR, el cual se da si el

tiempo de entrega y la demanda se ubican en sus valores máximos, 7 días y 240 unidades diarias, con una probabilidad conjunta de 0.00105. Con estas opciones el número de faltantes al aplicar la ecuación 3 es:

$$Nf = (30)(0.014) + (100)(0.006825) + (170)(0.00245) + (240)(0.00105) = 1.771$$

Cuyo costo es:

$$Cfal = (36.50)(54.1)(1.771) = 3,497 \$/ \text{ año}$$

Con estos costos, el total de esta opción es \$24,869 anuales, que es el valor mínimo, razón por la cual se elige como el punto de reorden.

PR	Probabilidad	Nf	B	C _B	Cfal	C total
1050	0.214	63.87	0	0	126,110	126,110
1080	0.0036	52.68	30	1,644	104,025	105,669
1100	0.104325	45.30	50	2,740	89,445	92,185
1140	0.0144	34.70	90	4,932	68,523	73,455
1150	0.03745	32.20	100	5,480	63,576	69,056
1200	0.05295	21.55	150	8,220	42,543	50,763
1260	0.0727	14.20	210	11,508	28,030	39,538
1320	0.0351	6.70	270	14,796	13,221	28,017
1330	0.0028	6.17	280	15,344	12,189	27,533
1380	0.0126	3.70	330	18,084	7,302	25,386
1400	0.007175	2.96	350	19,180	5,845	25,025
1440	0.0054	1.77	390	21,372	3,497	24,869
1470	0.014	1.04	420	23,016	2,056	25,072
1540	0.006825	0.32	490	26,852	629	27,481
1610	0.00245	0.07	560	30,688	145	30,833
1680	0.00105	0	630	34,524	0	34,524

Tabla 4. Opciones de valores de PR con sus costos.

Fuente: Autores.

Con este valor, el costo total de la opción se obtiene con la ecuación (1):

$$Ct = (600)(54.1) + (68.5)(0.8)\left(390 + \frac{1184}{2}\right) + (36.5)(1.77)(54.1) + (68.5)(210)(305) = 4,477,194 \$/ \text{ año}$$

Modelo del nivel de servicio meta (NSM)

En este modelo se calcula la probabilidad de que la unidad que se tenga en stock tenga demanda, conforme a la ecuación (6):

$$P = \frac{(36.5)(54.1)}{(68.5)(0.8) + (36.5)(54.1)} = 0.973$$

Que corresponde al nivel de servicio meta y es también el área bajo la curva normal, la cual se ubica a un valor de 1.927 desviaciones estandarizadas de la media, por lo que al aplicar la ecuación (5), con un valor de la desviación estándar para la demanda del tiempo de entrega de 169.84 unidades (valor estadístico para este producto con distribución normal), se obtiene el stock de seguridad:

$$B = (1.927)(169.84) = 327$$

Con este stock de seguridad, el valor de PR es 1377 unidades, el número promedio de faltantes cada vez que se hace un pedido es 3.85 y el costo total es:

$$Ct = (600)(54.1) + (68.5)(0.8)\left(327 + \frac{1184}{2}\right) + (36.5)(3.85)(54.1) + (68.5)(210)(305) = 4,477,848 \$/ \text{ año}$$

Este costo es similar al obtenido con el método anterior.

Método Analítico (MA)

Con este modelo se calcula para cada stock de seguridad y punto de reorden, el número de faltantes, integrando numéricamente la ecuación (8) y calculando los costos de faltantes y mantenimiento del stock de seguridad, con lo cual se producen los resultados de la tabla 2, en la que puede verse que el costo mínimo se da para un stock de seguridad de 300 unidades, quedando el punto de reorden en 1350 artículos.

PR	Nf	B	C _B	Cfal	C total
1050	66.87	0	0	132,045	132,045
1100	44.944	50	2,740	88,749	91,489
1150	28.63	100	5,480	56,534	62,014
1200	17.219	150	8,220	34,001	42,221
1250	9.742	200	10,960	19,237	30,197
1300	5.168	250	13,700	10,205	23,905
1350	2.561	300	16,440	5,057	21,497
1400	1.18	350	19,180	2,330	21,510
1450	0.502	400	21,920	991	22,911
1500	0.194	450	24,660	383	25,043
1550	0.066	500	27,400	130	27,530
1600	0.018	550	30,140	36	30,176
1650	0.003	600	32,880	6	32,886
1700	0	650	35,620	0	35,620

Tabla 5. Opciones de valores de PR con sus costos.

Fuente: Autores.

El costo con este punto de reorden es:

$$Ct = (600)(54.1) + (68.5)(0.8) \left(300 + \frac{1184}{2} \right) + (36.5)(2.561)(54.1) + (68.5)(210)(305)$$

$$= 4,473,824\$ / año$$

Este costo es ligeramente menor a los obtenidos con los 2 primeros modelos.

4. APLICACIÓN AL PRODUCTO CON DEMANDA Y TIEMPO DE ENTREGA UNIFORME

Un negocio vende un producto con demanda que se comporta conforme a la distribución uniforme entre 80 y 120 unidades diarias.

El tiempo de entrega también sigue una distribución uniforme entre 2 y 4 días.

El proveedor ofrece la siguiente escala de precios:

Volumen de compra, unidades	Costo, \$/unidad
1 – 160	175.0
161 – 600	166.0
> 600	163.0

Tabla 6. Precios ofertados por el proveedor.

Fuente: Autores.

El negocio labora 300 días al año, vende el artículo a \$205, su costo de colocar un nuevo pedido es \$320, independiente del volumen pedido, mantener en el inventario cuesta 74% anual y se considera que el efecto boca a boca en caso de faltantes es despreciable.

Solución:

En primer término se estima la cantidad de pedido Q , mediante la ecuación de Wilson, cuidando que sea una cantidad correcta para el volumen que ofrece el proveedor. Esta Q resulta en 395 unidades, con un costo de cada unidad de \$166.

Entonces hay dos posibilidades para establecer el valor de Q : 395 y 601 unidades. Se establece Q en esta última cantidad, ya que el ahorro de \$3 por unidad compensa el incremento de mantener mayor inventario. Con esto el número de pedidos anuales (D/Q) es 49.92 y el costo de cada faltante conforme a la ecuación (2) es \$42, que es lo que se deja de ganar por no tener existencias.

La demanda promedio μ es 100 unidades diarias y su desviación estándar es 11.547.

El tiempo de entrega tiene 3 valores posibles: 2, 3 y 4 días.

Método Híbrido (MH)

En este método se evalúan todas las combinaciones de valores mayores o iguales a la demanda promedio en el tiempo de entrega μ , que es 300 unidades.

Para cada opción se calcula el costo de conservar las unidades de seguridad B y el de los posibles faltantes.

La tabla 3 presenta para cada valor del punto de reorden estos cálculos, los cuales se ilustran para el caso que resultó con el costo mínimo, ubicar PR en 452 unidades.

PR	Nf	B	C_B	Cfal	C total
300	38.46	0	0	80,622	80,622
303	36.97	3	362	77,503	77,864
306	35.50	6	724	74,434	75,158
309	34.07	9	1,086	71,418	72,503
312	32.65	12	1,447	68,452	69,899
315	31.26	15	1,809	65,537	67,346
318	29.89	18	2,171	62,674	64,845
320	29.00	20	2,412	60,799	63,211
321	28.56	21	2,533	59,878	62,411
324	27.27	24	2,895	57,168	60,063
327	26.02	27	3,257	54,560	57,817
328	25.62	28	3,377	53,708	57,085
330	24.82	30	3,619	52,038	55,656
332	24.04	32	3,860	50,401	54,261
333	23.66	33	3,980	49,600	53,581
336	22.54	36	4,342	47,248	51,590
339	21.46	39	4,704	44,998	49,702
340	21.11	40	4,825	44,265	49,090
342	20.43	42	5,066	42,833	47,900
344	19.76	44	5,307	41,436	46,743
345	19.44	45	5,428	40,754	46,182
348	18.49	48	5,790	38,760	44,550
351	17.59	51	6,152	36,868	43,019
352	17.29	52	6,272	36,254	42,526
354	16.72	54	6,513	35,061	41,575
356	16.17	56	6,755	33,902	40,657
357	15.90	57	6,875	33,340	40,215
360	15.12	60	7,237	31,703	38,940
364	14.15	64	7,720	29,658	37,378
368	13.20	68	8,202	27,681	35,883
372	12.29	72	8,685	25,772	34,456
376	11.41	76	9,167	23,931	33,098

380	10.57	80	9,650	22,158	31,808
384	9.76	84	10,132	20,454	30,586
388	8.98	88	10,615	18,817	29,432
392	8.23	92	11,097	17,249	28,346
396	7.51	96	11,580	15,749	27,329
400	6.83	100	12,062	14,318	26,380
404	6.18	104	12,544	12,954	25,499
408	5.56	108	13,027	11,659	24,686
412	4.98	112	13,509	10,431	23,941
416	4.42	116	13,992	9,272	23,264
420	3.90	120	14,474	8,181	22,656
424	3.41	124	14,957	7,159	22,116
428	2.96	128	15,439	6,204	21,644
432	2.54	132	15,922	5,318	21,240
436	2.15	136	16,404	4,500	20,904
440	1.79	140	16,887	3,750	20,637
444	1.46	144	17,369	3,068	20,437
448	1.17	148	17,852	2,454	20,306
452	0.91	152	18,334	1,909	20,243
456	0.68	156	18,817	1,432	20,248
460	0.49	160	19,299	1,023	20,322
464	0.33	164	19,782	682	20,463
468	0.20	168	20,264	409	20,673
472	0.10	172	20,747	205	20,951
476	0.03	176	21,229	68	21,297
480	0.00	180	21,712	0	21,712

Tabla 7 Valores de PR y sus costos.
Fuente: Autores.

Si PR es 452, el stock de seguridad es 152 unidades, cuyo costo de mantenimiento en el inventario es:

$$C_B = (152)(163)(0.74) = 18,334 \$/ \text{año}$$

Por su parte las opciones con faltantes son las que resulten superiores al valor del PR, que en este caso han sido 7, que son todos los valores mayores a 452 a intervalos de 4 unidades hasta alcanzar 480. En la tabla se incluye en una columna el número de faltantes, que se obtiene mediante la ecuación (3):

$$N_f = (4)(0.00813) + (8)(0.00813) + (12)(0.00813) + (16)(0.00813) + (20)(0.00813) + (24)(0.00813) + (28)(0.00813) = 0.91$$

Con este número de faltantes, el costo por este concepto es:

$$C_{fal} = (42)(0.91)(49.92) = 1,909 \$/ \text{año}$$

Y el costo total de la opción se calcula con la ecuación (1):

$$C_t = (320)(49.92) + (163)(0.74)\left(152 + \frac{601}{2}\right) + (42)(0.91)(49.92) + (163)(100)(300) = 4,962,464 \$/ \text{año}$$

Modelo del nivel de servicio meta (NSM)

En este modelo se calcula la probabilidad de que la unidad que se tenga en stock tenga demanda conforme a la ecuación (6):

$$P = \frac{(42)(49.92)}{(163)(0.74) + (42)(49.92)} = 0.9456$$

Este valor es el área de la distribución uniforme, la cual corresponde a un valor del punto de reorden de 463 unidades, siendo el stock de seguridad 163 unidades y el número promedio de faltantes por pedido 0.366.

Con esto, el costo del inventario es:

$$Ct = (320)(49.92) + (163)(0.74)\left(163 + \frac{601}{2}\right) + (42)(0.366)(49.92) + (163)(100)(300)$$

$$= 4,962,649\$/ \text{año}$$

Este costo es prácticamente igual al obtenido con el método Híbrido.

Método Analítico (MA)

Con este método se calcula para cada valor de PR, el número de faltantes, el stock de seguridad y los costos de mantenimiento de dicho stock y el de los faltantes y se elige aquel que resulte con el costo mínimo.

Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

PR	Nf	B	C _B	Cfal	C total
300	50.63	0	0	106,136	106,136
320	40.0	20	2,412	83,860	86,272
360	22.5	60	7,237	47,171	54,408
400	10.0	100	12,062	20,965	33,027
440	2.5	140	16,887	5,241	22,128
450	1.41	150	18,093	2,948	21,041
460	0.63	160	19,299	1,310	20,609
470	0.16	170	20,505	328	20,833
480	0.0	180	21,712	0	21,712

Tabla 8. Costos para cada valor de PR

Fuente: Autores.

El costo mínimo se dio para un punto de reordenamiento de 460 unidades. Se ilustra cómo se obtuvieron los costos para este caso.

En primer término se calcula el número de faltantes con la ecuación (9):

$$Nf = \frac{(a - PR)^2}{2(a - b)} = \frac{(480 - 460)^2}{2(480 - 160)} = 0.625 \text{ sacos}$$

El costo anual de faltantes es:

$$Cfal = (42)(0.625)(49.92) = 1,310\$/ \text{año}$$

Con este valor el stock de seguridad cuesta:

$$C_B = (160)(163)(0.74) = 19,299\$/ \text{año}$$

Lo que da el costo total mínimo de \$20,609 anuales.

Por su parte el costo total del inventario es:

$$Ct = (320)(49.92) + (163)(0.74)\left(160 + \frac{601}{2}\right) + (42)(0.625)(49.92) + (163)(100)(300)$$

$$= 4,962,831\$/ \text{año}$$

Este costo es muy parecido a los calculados con las 2 metodologías anteriores para la distribución uniforme.

5. CONCLUSIONES

La tabla 9 presenta de manera sintetizada los resultados obtenidos con cada metodología para el producto con demanda y tiempo de entrega normal.

En la tabla sólo se han incluido aquellos parámetros y costos que cambian con cada metodología. Se observa que el menor costo total se ha obtenido con el método analítico, sin embargo, hay un problema con este modelo: si se compara con el NSM, el método analítico con menos stock de seguridad tiene menos faltantes, lo que no resulta lógico y se debe a la suposición que la demanda del tiempo de entrega es normal, dado que los factores de los que depende, como son la demanda y el tiempo de entrega son normales, lo cual no es

correcto, ya que si se elabora un gráfico de la demanda del tiempo de entrega, éste se muestra en la figura 1, donde puede verse que en efecto la demanda del tiempo de entrega no parece ajustarse al comportamiento normal.

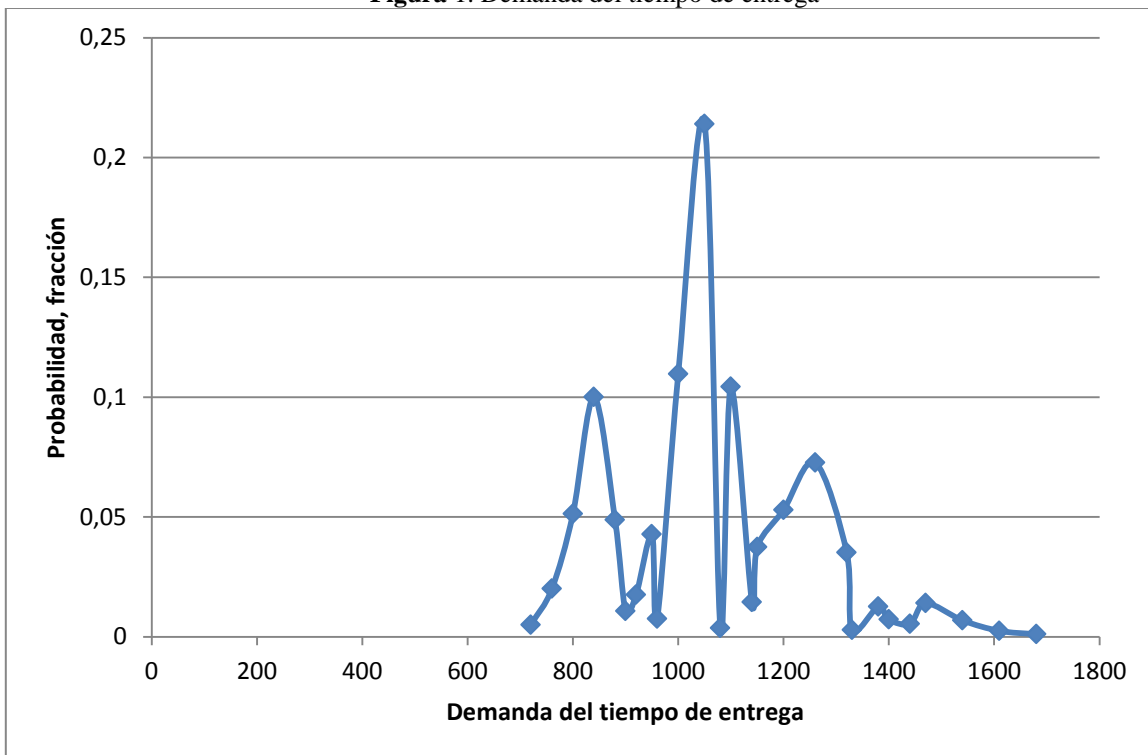
Método	Stock de Seguridad	Número de faltantes	Costo de Mantenimiento	Costo de Faltantes	Costo Total
MH	390	1.77	21,372	3,492	24,869
NSM	327	3.85	17,920	7,620	25,540
MA	300	2.56	16,440	5,057	21,497

Tabla 9. Parámetros y costos obtenidos con cada método

Fuente: Autores.

Por tanto es preferible cualquiera de los otros dos métodos, MH y NSM, comentando que el primero de ellos requiere de un número considerablemente mayor de cálculos, dado que evalúa todas las opciones de demanda del tiempo de entrega mayores o iguales al valor promedio, lo cual resulta impráctico.

Figura 1. Demanda del tiempo de entrega



Fuente: Autores.

Al hacer un ejercicio análogo con el artículo con demanda uniforme, la tabla 10 presenta sus resultados:

Método	Stock de Seguridad	Número de faltantes	Costo de Mantenimiento	Costo de Faltantes	Costo Total
MH	152	0.91	18,334	1,909	20,243
NSM	163	0.366	19,661	767	20,428
MA	160	0.63	19,299	1,310	20,609

Tabla 10. Parámetros y costos obtenidos con cada método.

Fuente: Autores.

En este caso los resultados de los 3 métodos son similares en cuanto al stock de seguridad, número de faltantes y costos. En este caso el método híbrido ha resultado muy laborioso, pues ha tenido que evaluar 58

diferentes opciones, lo cual es impráctico. Esto lleva a sugerir el uso de cualquiera de los otros dos modelos para cuantificar el stock de seguridad.

A la luz de los resultados obtenidos para ambos productos, el mejor modelo es el NSM, que con pocos cálculos ha llegado a resultados confiables.

Cabe mencionar que la cantidad de pedido ha resultado la misma para cualquiera de los 3 modelos utilizados en el caso de los dos artículos, ya que los ahorros en la compra a menor precio compensan el mayor costo de manejo del inventario. También los 3 modelos han coincidido en no ubicar el punto de reorden en su valor máximo para asegurarse que no haya faltantes.

RECEIVED FEBRUARY , 2014
REVISED OCTOBER, 2014

REFERENCIAS

- [1] AXSÄTER, S. (2011): Inventory Control when the Lead-time Changes. **Production and Operations Management**, 20, 72-80.
- [2] BABAI, M Z., SYNTETOS, A. A., DALLERY, Y., NIKOLOPOULOS, K. (2009): Dynamic re-order point inventory control with lead-time uncertainty: Analysis and empirical investigation. **International Journal of Production Research**, 47, 2461-2483.
- [3] BALAKRISHNAN, A., PANGBURN, M. S., STAVRULAKI, E. (2004): “Stack Them High, Let ‘em Fly”: Lot-Sizing Policies When Inventories Stimulate Demand. **Management Science**, 50, 630-644.
- [4] BARRY, C. (2007): The Best of Inventory. **Multichannel Merchant**, 3, 1-5.
- [5] BEN-DAYA, M., HARIGA, M. (2003): Lead-time reduction in a stochastic inventory system with learning consideration. **International Journal of Production Research**, 41, 571-579.
- [6] BUZACOTT, J. A., SHANTHIKUMAR, J. G. (1994): Safety stock versus safety time in MRP controlled production systems. **Management Science**, 40, 1678-1689.
- [7] CHIKAN, A. (2007): The new role of inventories in business: Real world changes and research consequences. **International Journal of Production Economics**, 108, 54-62.
- [8] EPPEN, G. D., MARTIN, R. K. (1988): Determining safety stock in the presence of stochastic lead time and demand. **Management Science**, 34, 1380-1390.
- [9] FIOM, S. G. (2012): Effective and efficient use of safety or buffer stock. **Operations Management**, 5, 27-31.
- [10] GALLAGHER, C. A., WATSON, H. J. (1982): **Métodos Cuantitativos para la Toma de Decisiones en Administración**. Mc Graw Hill, México.
- [11] HORNGREN, C. T., DATAR, S. M., FOSTER, G. (2007): **Contabilidad de Costos, Un enfoque gerencial, 12ª Edición**. Pearson Prentice Hall, México.
- [12] IZAR, J. M., YNZUNZA, C. B., SARMIENTO, R. (2012): Determinación del Costo del Inventario con el Método Híbrido. **Conciencia Tecnológica**, 44, 30-35.
- [13] KANET, J. J., GORMAN, M. F., STOBLÉIN, M. (2010): Dynamic planned safety stocks in supply networks. **International Journal of Production Research**, 48, 6859-6880.
- [14] KOUVELIS, P., LI, J. (2008): Flexible Backup Supply and the Management of Lead-Time Uncertainty. **Production and Operations Management**, 17, 184-199.
- [15] NASRI, F., AFFISCO, J. F., PAKNEJAD, M. J. (1990): Setup cost reduction in an inventory model with finite-range stochastic lead times. **International Journal of Production Research**, 28, 199-212.
- [16] RAMASESH, R. V., ORD, J. K., HAYYA, J. C., PAN, A. (1991): Sole versus dual sourcing in stochastic lead-time (s,Q) inventory models. **Management Science**, 37, 428-443.
- [17] RUIZ-TORRES, A. J., MAHMOODI, F. (2010): Safety stock determination based on parametric lead time and demand information. **International Journal of Production Research**, 48, 2841-2857.
- [18] SILVER, E. A. (2008): Inventory management: An overview, Canadian publications, practical applications and suggestions for future research. **Information Systems and Operations Research**, 46, 15-28.
- [19] SONG, J. (1994): The effect of lead time uncertainty in a simple stochastic inventory model. **Management Science**, 40, 603-613.
- [20] TAHA, H. (2004): **Investigación de Operaciones, 7ª Edición**, Pearson Prentice Hall, México.
- [21] VAN KAMPEN, T. J., VAN DONK, D. P., VAN-DER ZEE, D. (2010). Safety stock or safety lead time: coping with unreliability in demand and supply. **International Journal of Production Research**, 48, 7463-7481.
- [22] WANG, P., HILL, J. A. (2006): Recursive behavior of safety stock reduction: The effect of lead-time uncertainty. **Decision Sciences**, 37, 285-290.

- [23] WANG, P., ZINN, W., CROXTON, K. L. (2010): Sizing Inventory When Lead Time and Demand are Correlated. **Production and Operations Management**, 19, 480-484.
- [24] WU, K. (2000): (Q,r) Inventory model with variable lead time when the amount received is uncertain. **Information and Management Science**, 11, 81-94.