ESTUDIO COMPARATIVO DEL CÁLCULO DEL PUNTO DE REORDEN CON LA DEMANDA Y EL TIEMPO DE ENTREGA POISSONIANOS Y CORRELACIONADOS

Juan Manuel Izar Landeta*, Carmen Berenice Ynzunza Cortés**
*Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Manuel Nava # 8, Zona Universitaria Poniente, C. P. 78290, San Luis Potosí, S. L. P., México
**Universidad Tecnológica de Querétaro, Av. Pie de la Cuesta # 2501, Col. Unidad Nacional, C. P. 76148, Querétaro, Qro., México

ABSTRACT
This paper presents a comparative study of calculating the reorder point when the daily demand for goods is correlated with lead time and both variables have a Poisson probability distribution and when variables are uncorrelated.
For the illustrative case, there has been difference of reorder point calculated with both methods, which is due to correlation between the variables is significant.
If correlation coefficient takes negative or positive high values, then the differences in calculated reorder point with the two methods are significant. These differences also depend on the service level managed.
If the correlation coefficient is positive, the traditional methodology underestimates the reorder point and it overestimates if the correlation is negative.
Therefore it is recommended that before estimating the reorder point, to calculate the correlation coefficient between the two variables and apply the Wang equations if the coefficient falls between -0.4 and -1 or between 0.4 and 1.
The minimum inventory cost was obtained with a correlation coefficient of 0.4, which depends on the cost structure of stockouts and maintenance. If the stockout cost is high compared to the maintenance, the minimum cost is obtained with a higher value of the correlation coefficient.

KEYWORDS: Lead time; Reorder point; Correlation coefficient; Service level; Poisson distribution.

MSC: 90B05

RESUMEN
Este trabajo presenta un estudio comparativo del cálculo del punto de reorden cuando la demanda de artículos se correlaciona con el tiempo de entrega y ambas variables siguen una distribución de probabilidad de Poisson y cuando las variables no están correlacionadas.
Para el caso presentado, ha habido diferencia del punto de reorden calculado con correlación o sin ella, lo que se debe a que la correlación de la demanda y el tiempo de entrega ha sido significativa.
Si el coeficiente de correlación toma valores altos positivos o negativos, las diferencias del punto de reorden calculado con los dos métodos son significativas. Estas diferencias también dependen del nivel de servicio.
Si el coeficiente de correlación es positivo, la metodología tradicional subestima el punto de reorden y lo sobreestima en caso que la correlación sea negativa.
Por esto se recomienda que antes de calcular el punto de reorden, se obtenga el coeficiente de correlación entre las variables y se apliquen las fórmulas de Wang en caso que el coeficiente tome valores entre -0.4 y -1 o entre 0.4 y 1.
El costo mínimo del inventario se obtuvo con un coeficiente de correlación de 0.4, lo que está en función de la estructura de costos de faltantes y mantenimiento. Si el costo de faltantes es alto comparado con el de mantenimiento, el costo mínimo se obtendrá con un valor mayor del coeficiente de correlación.

PALABRAS CLAVE: **:** Lead time; Punto de reordenación; Coeficiente de Correlación; Nivel de Servicio; Distribución de Poisson

1. INTRODUCCIÓN

Los inventarios desempeñan una función importante en las empresas y constituyen muchas veces una buena parte de sus activos, por lo cual deben manejarse apropiadamente para que cumplan su objetivo a un costo razonable.

La administración del inventario requiere tomar dos decisiones básicas (Silver, 2008): (1) la cantidad de pedido y (2) el momento en que debe hacerse el nuevo pedido.
La mayoría de los modelos de inventarios buscan cumplir con algunos objetivos, siendo los más comunes (Silver, 2008): Minimizar los costos de manejo del inventario, maximizar los beneficios económicos, incluyendo los ahorros por descuentos por volumen, maximizar la tasa interna de retorno de la inversión en inventarios, definir una solución factible para la administración de los inventarios y brindar flexibilidad en el manejo de la incertidumbre, siendo el primero de ellos el más usual.
En el manejo del inventario es bien sabido que ante la incertidumbre de la demanda y la entrega de un nuevo pedido por parte del proveedor, las organizaciones definan un stock de seguridad que les permita atender esta demanda y no llegar a tener faltantes que son ventas perdidas y dan una mala imagen con los clientes, lo que en esta época es esencial, dada la gran competencia que se da en todos los sectores comerciales y de manufactura.
Chikan (2007) afirma que los inventarios deben ser parte integral de la cadena de valor de las organizaciones actuales, lo que representa un cambio de paradigma respecto a su manejo tradicional, el cual se basaba en 3 principios básicos: (1) el manejo de los inventarios es independiente de otras cuestiones administrativas; (2) su función principal es la de amortiguar en caso de una demanda incierta; y (3) la medida de desempeño se basa en los costos. Ahora el inventario debe apoyar las actividades de la organización, de modo que ésta brinde mejores soluciones al consumidor que las de los competidores.
Uno de los modelos tradicionales para el manejo del inventario es el del punto de reorden (PR), que se calcula asumiendo que la demanda de artículos y el tiempo de entrega del proveedor son independientes.
Este estudio plantea el cálculo de PR para un producto con demanda y tiempo de entrega con distribución Poisson de probabilidad, en caso que ambas variables estén correlacionadas o sean independientes. Para el caso que haya correlación, se aplican las fórmulas de Wang, Zinn y Croxton (2010), quienes han derivado estas ecuaciones para los casos en que la demanda y el tiempo de entrega se comporten normalmente o bajo la distribución de probabilidad de Poisson.
El objetivo de este trabajo es analizar la diferencia en el cálculo del punto de reorden del inventario si la demanda de artículos y el tiempo de entrega del proveedor están correlacionadas o son independientes. Luego se analiza cómo afecta a estos resultados la variación del coeficiente de correlación, utilizando valores en todo el rango posible, de -1 a +1, así como su impacto en el costo del inventario.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

El punto de reorden es uno de los modelos más utilizados para el manejo del inventario, el cual se estima en función de la demanda de artículos, el stock de seguridad y el tiempo de entrega del proveedor.
Fiom (2012) afirma que el stock de seguridad es una protección que permite a las empresas enfrentar la incertidumbre, la que incluye variaciones en la demanda de los clientes y en el tiempo de entrega del proveedor.
Kanet, Gorman y Stoblëin (2010) recomiendan un stock de seguridad variable para lograr ahorro en el manejo del inventario, el cual será mayor si la demanda o la oferta son más inciertas.
Por su parte Van Kampen, Van Donk y Van-der Zee (2010) recomiendan dos medidas para hacer frente a la incertidumbre de la oferta y la demanda de un artículo, éstas son el stock de seguridad y la seguridad del tiempo de entrega. Sugieren manejar un tiempo de entrega con margen de seguridad en caso que la incertidumbre esté en la oferta y un stock de seguridad adecuado en caso que la incertidumbre esté del lado de la demanda. En este mismo sentido Buzacott y Shanthikumar (1994) afirman que será preferible un tiempo de entrega seguro a un stock mayor de seguridad en caso que se cuente con pronósticos precisos de los futuros envíos del proveedor.
Nasri, Paknejad y Affisco (2008) afirman que invertir en la reducción de la varianza del tiempo de entrega es costeable, ya que genera reducción del costo del inventario.
King (2011) comenta que el manejo del inventario busca cumplir dos metas fundamentales: dar el nivel de servicio deseado por el cliente y a un costo mínimo, las cuales deben balancearse para encontrar una solución apropiada, siendo la variabilidad de la demanda la variable que más influye para lograr este cometido.
Otros académicos señalan que la desviación estándar del tiempo de entrega impacta en mayor medida que su valor promedio al costo del inventario, de modo que para disminuir éste, será preferible un tiempo de entrega mayor pero con menos variabilidad (He, 2009; Gallego, 2000; He, Kim y Hayya, 2005; Hayya, Harrison y Chatfield, 2009; Vinson, 1972; Izar-Landeta, Ynzunza-Cortés, Castillo-Ramírez y Hernández-Molinar, 2016).
Contrario a lo anterior, Dullaert y Zamparini (2013) afirman que reducir la variabilidad del tiempo de entrega

no necesariamente reduce los costos, ya que esto depende de la distribución de probabilidad de la demanda del tiempo de entrega y del nivel de servicio meta que se tenga. Por su parte Fang, Zhang, Robb y Blackburn (2013) aseveran que no puede establecerse una conclusión definitiva del impacto de reducir la media o la varianza del tiempo de entrega para aumentar la rentabilidad del manejo del inventario, ya que esta decisión depende si estos dos parámetros están o no correlacionados.

Ruiz-Torres y Mahmoodi (2010) han propuesto a partir del modelo de Estes, una metodología para calcular el stock de seguridad, la que no asume ninguna distribución de probabilidad para la demanda o el tiempo de entrega y produce resultados más próximos al nivel de servicio meta y menores costos del inventario en comparación con los modelos tradicionales.

La mayoría de los modelos conocidos de inventario asumen que el tiempo de entrega y la demanda son independientes, es decir que no hay correlación entre ambas variables, lo que pudiera ser erróneo, especialmente en casos como el de envíos anticipados del proveedores si la demanda es baja, siendo la correlación positiva; o si la demanda aumenta y por ello se hacen pedidos más frecuentes al proveedor, o en el caso que la demanda disminuya y el proveedor haga entregas menos frecuentes, en cuyos casos la correlación entre las variables sería negativa.

En un trabajo previo, Izar-Landeta, Ynzunza-Cortés y Zermeño-Pérez (2015) han estudiado el impacto del coeficiente de correlación en el cálculo de PR para el caso en que la demanda y el tiempo de entrega sean normales y estén correlacionados, encontrando que si el coeficiente de correlación toma valores altos, ya sean positivos o negativos, hay diferencias en el cálculo de PR con las fórmulas tradicionales y las que aplican si las variables están correlacionadas. Además han determinado que por cada punto porcentual que se incremente el nivel de servicio, el coeficiente de correlación sube en 0.0167 unidades.

Para artículos con demanda normal de probabilidad, Eppen y Martin (1988) señalan que hay errores en el cálculo del punto de reorden mediante la metodología tradicional, los que pueden corregirse con un algoritmo que proponen. En oposición a esto, Tyworth y O´Neill (1997) afirman que las fórmulas tradicionales de la distribución normal calculan de manera confiable el punto de reorden.

Una formulación alternativa para el cálculo de las existencias de seguridad ha sido propuesta por Kumar y Evers (2015), consistente en un enfoque multiplicativo para la estimación de la varianza, que elimina la necesidad de relaciones pre-especificadas y da cuenta de los siguientes aspectos: (1) los problemas de calidad de los datos; (2) la correlación de la demanda y el tiempo de entrega; y (3) su simplicidad computacional.

Boute, Disney, Lambrecht y Houdt (2014) han realizado un análisis del inventario de producción con demanda auto correlacionada y tiempos de entrega endógenos. Entre sus hallazgos están que con una correlación negativa de la demanda, aun cuando aumenta el error, mejora el tiempo de entrega y el desempeño del inventario y el error aumenta si se ignora la endogeneidad del tiempo de entrega.

Song (1994) ha encontrado que con un tiempo de entrega mayor, la demanda del tiempo de entrega y el stock de seguridad se incrementan, aunque esto no repercuta en un incremento del costo óptimo del inventario. Asimismo, si el tiempo de entrega tiene más varianza, la demanda del tiempo de entrega y el costo óptimo aumentarán y este efecto depende de la estructura de costos del inventario.

Chopra y colaboradores (2004) sugieren dos medidas para disminuir el inventario sin afectar el nivel de servicio, que son la reducción del tiempo de entrega del proveedor y de su varianza. Con una demanda del tiempo de entrega normal, estas acciones reducen el inventario para niveles del servicio mayores al 50%, siendo de mayor impacto la varianza del tiempo de entrega que su valor promedio.

Fotopoulos y Wang (1988) han propuesto una metodología para determinar el stock de seguridad cuando las demandas están auto correlacionadas y los tiempos de entrega siguen una distribución arbitraria. Asimismo han analizado los efectos de violar los supuestos, tales como la independencia y normalidad de la demanda y la normalidad del tiempo de entrega, encontrando que se produce mayor desviación en el cálculo del punto de reorden cuando se ignora la auto correlación de la demanda que cuando se violan los supuestos de normalidad e independencia.

De manera similar, Inderfurth (1995) ha estudiado un sistema de inventarios de multietapa para determinar el stock de seguridad, encontrando que si la correlación de la demanda no se toma en cuenta, habrá desviaciones significativas en el cálculo del stock óptimo.

3. METODOLOGÍA

Para calcular PR bajo una demanda y tiempo de entrega no correlacionados, se aplica la ecuación siguiente:

$$PR = \mu_t \mu_d + B \tag{1}$$

Donde:

PR = Punto de reorden, unidades.

μ_t = Tiempo de entrega promedio, días.

μ_d = Demanda promedio, unidades/día.

B = Stock de seguridad, unidades.

El stock de seguridad puede obtenerse con la ecuación (2):

$$B = Z\sigma_Z \quad (2)$$

Donde:

Z = Factor de seguridad, dado por el número de desviaciones estandarizadas correspondiente al nivel de servicio P(z).

σ_z = Desviación estándar de la demanda del tiempo de entrega, unidades.

Por su parte, el nivel de servicio P(z) se estima mediante la ecuación (3):

$$P(z) = \frac{Cf\left(\frac{D}{Q}\right)}{Cm + Cf\left(\frac{D}{Q}\right)} \quad (3)$$

Donde:

Cf = Costo de cada faltante, $/faltante

Cm = Costo anual de mantenimiento, $/unidad

D = Demanda de artículos, unidades/año

Q = Cantidad de pedido, unidades/pedido

La desviación estándar de la demanda del tiempo de entrega para el caso que las variables no estén correlacionadas, se calcula con la ecuación (4):

$$\sigma_z = \sqrt{\mu_t \sigma_d^2 + \mu_d^2 \sigma_t^2} \quad (4)$$

Donde:

σ_d = Desviación estándar de la demanda, unidades/día.

σ_t = Desviación estándar del tiempo de entrega, días.

Si se cuenta con datos de la demanda diaria y el tiempo de entrega, es posible calcular el punto de reorden para un artículo en inventario mediante las ecuaciones anteriores.

Si la demanda y el tiempo de entrega están correlacionados, Wang y colaboradores (2010) proponen la siguiente ecuación para obtener PR:

$$PR = E(z) + Z\sigma_z \quad (5)$$

Siendo *E(z)* el valor esperado de la demanda del tiempo de entrega, que para el caso que ésta se ajuste a una distribución Poisson, puede obtenerse con la siguiente ecuación (Wang et al., 2010):

$$E(z) = a\mu_t + b(\mu_t^2 + \sigma_t^2) \quad (6)$$

Siendo a y b coeficientes del ajuste de la relación del factor de seguridad Z con el tiempo de entrega, que vienen dados por las fórmulas siguientes (Wang et al., 2010):

$$a = \lambda_1 \quad (7)$$

$$b = \frac{\lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3} \quad (8)$$

Siendo λ_1, λ_2 y λ_3 coeficientes que dependen de las medias de las distribuciones poissonianas de la demanda y el tiempo de entrega, conforme a las siguientes ecuaciones (Wang et al., 2010):

$$\mu_d = \lambda_1 + \lambda_3 \quad (9)$$

$$\sigma_d^2 = \lambda_1 + \lambda_3 \quad (10)$$

$$\mu_t = \lambda_2 + \lambda_3 \quad (11)$$

$$\sigma_t^2 = \lambda_2 + \lambda_3 \quad (12)$$

Por su parte el coeficiente de correlación de Pearson entre dos variable *x*, y, se obtiene con la ecuación:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{x})(yi-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(yi-\bar{y})^2}} \quad (13)$$

Donde *xi* y *yi*, son los datos de las variables correlacionadas y $\bar{x}$ y $\bar{y}$ son los valores promedio.

Por su parte el coeficiente de correlación para la distribución de Poisson se relaciona con los coeficientes λ_1, λ_2 y λ_3 de la manera siguiente (Wang et al., 2010):

$$\rho = \frac{\lambda_3}{\left[(\lambda_1+\lambda_3)(\lambda_2+\lambda_3)\right]^{1/2}} \quad (14)$$

De esta manera los coeficientes λ_1, λ_2 y λ_3 pueden obtenerse a partir de los parámetros de las distribuciones poissonianas de la demanda y el tiempo de entrega, así como del valor del coeficiente de correlación de ambas variables.

La varianza de la demanda del tiempo de entrega se estima con la ecuación (15) (Wang et al., 2010):

$$Var(z) = \sigma_z^2 = c\mu_t + e(\mu_t^2 + \sigma_t^2) + (a + 2b\mu_t)^2 \sigma_t^2 + 2b(a + 2b\mu_t)S_t^3 + b^2(K_t^4 - \sigma_t^4) \quad (15)$$

De esta ecuación se obtiene la desviación estándar σ_z para aplicarse en la ecuación (5).

En esta ecuación S_t^3 y K_t^4 son el tercer y cuarto momento de la distribución del tiempo de entrega, que vienen dados por las ecuaciones siguientes (Wang et al., 2010):

$$S_t^3 = \lambda_2 + \lambda_3 \quad (16)$$

$$K_t^4 = 3(\lambda_2 + \lambda_3)^2 + (\lambda_2 + \lambda_3) \quad (17)$$

Y los coeficientes c y e que aparecen en la ecuación (15) vienen dados por las siguientes relaciones (Wang et al., 2010):

$$c = \lambda_1$$

$$e = \left(\frac{\lambda_3}{\lambda_2+\lambda_3}\right)\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_2+\lambda_3}\right)$$

A continuación se presenta un caso ilustrativo de un artículo electrodoméstico con demanda y tiempo de entrega con distribución de Poisson.

4. APLICACIÓN AL PRODUCTO CON DISTRIBUCIÓN POISSON

Se presenta un caso empírico de una empresa comercial que vende aparatos electrodomésticos, uno de los cuales tiene la siguiente distribución de su demanda diaria:

Tabla 1. Demanda diaria de aparatos

Demanda diaria de aparatos electrodomésticos	Probabilidad
0	0.008
1	0.035
2	0.074
3	0.138
4	0.173
5	0.175
6	0.147
7	0.110
8	0.075

9	0.065
Total	1.000

Fuente: Autores.

Del tiempo de entrega del proveedor también se tienen registros, dados en la tabla 2:

Tabla 2. Tiempos de entrega del proveedor

Tiempo de entrega, días	Probabilidad
4	0.058
5	0.099
6	0.130
7	0.150
8	0.153
9	0.132
10	0.107
11	0.092
12	0.079
Total	1.000

Fuente: Autores..

Se cuenta con la siguiente información:
Costo de faltante: 2,600 $/unidad
Costo anual de mantenimiento: 3,500 $/unidad
Demanda anual: 225 unidades/año
Cantidad de pedido: 40 unidades/pedido
Número de pedidos: 5.625 pedidos/año
Asimismo se tienen 10 datos de la variación de la demanda y el tiempo de entrega, que son los de la tabla 3:

Tabla 3. Datos de demandas y tiempos de entrega

Demanda, unidades/día	Tiempo de entrega, días
4	4
5	7
5	8
4	10
6	8
7	7
3	9
6	6
8	5
2	11

Fuente: Autores.

Antes de utilizar las fórmulas de Wang, debe confirmarse que la demanda de artículos y el tiempo de entrega siguen una distribución Poisson, lo que se ha realizado mediante la prueba de Chi cuadrada, que para la demanda resulta en un valor de 5.78, que al compararse con el valor crítico con 8 grados de libertad y alfa 0.05, que es 15.507, hace ver que la distribución de la demanda sí se ajusta a la distribución. Por su parte para el tiempo de entrega, la chi cuadrada calculada resultó en un valor de 13.59, que es menor que el valor crítico con 9 grados de libertad y alfa 0.05, que es 16.919, lo que indica que los datos se ajustan a la distribución probabilística.

Entonces lo primero es obtener las medias y varianzas de las distribuciones de la demanda y el tiempo de entrega, las cuales son:

μ_d = 5 unidades/día
μ_t = 8 días
σ_d^2 = 5.0 (unidades/día)^2
σ_t^2 = 8.0 días^2

Para obtener el valor *P(z)* del nivel de servicio, se aplica la ecuación (3):

$$P(z) = \frac{2600(225/40)}{3500 + 2600(225/40)} = 0.807$$

Que corresponde a un valor *Z* de 0.867.

Entonces se obtiene el coeficiente de correlación de la demanda y el tiempo de entrega con la ecuación (13):

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x})(yi - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(yi - \bar{y})^2}} = \frac{-22}{\sqrt{(30)(42.5)}} = -0.616$$

Con lo cual es posible calcular PR mediante la ecuación (1):

$$PR = (5)(4) + (1.065)(6.621) = 27.05$$

Conforme a las ecuaciones (9) y (11), la suma de λ_1 y λ_3 es la media de la demanda μ_d, que en este caso es 5 unidades y la suma de λ_2 y λ_3 es la media del tiempo de entrega μ_t, 8 unidades.

Con esto se puede obtener entonces λ_3 despejándola de la ecuación (14):

$$\lambda_3 = \rho[(\lambda_1 + \lambda_3)(\lambda_2 + \lambda_3)]^{1/2} = (-0.616)[(5)(8)]^{1/2} = -3.8966$$

Con lo cual λ_1 es 8.8966 y λ_2 11.8966.
Si se aplican las ecuaciones (7) y (8), se obtienen los valores de a y b:

$$a = \lambda_1 = 8.8966$$

$$b = \frac{\lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3} = \frac{-3.8966}{8} = -0.4871$$

Con las ecuaciones (16) y (17) se calculan el tercer y cuarto momentos de la distribución del tiempo de entrega:

$$S_t^3 = \lambda_2 + \lambda_3 = 8$$

$$K_t^4 = 3(\lambda_2 + \lambda_3)^2 + (\lambda_2 + \lambda_3) = 3(8)^2 + 8 = 200$$

Y con las fórmulas (18) y (19) se estiman los valores de c y e:

$$c = \lambda_1 = 8.8966$$

$$e = \left(\frac{\lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3}\right)\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \lambda_3}\right) = \left(\frac{-3.8966}{8}\right)\left(\frac{1.8966}{8}\right) = -0.7243$$

Con esto, es posible calcular el valor de E(z) mediante la ecuación (6):

$$E(z) = a\mu_t + b(\mu_t^2 + \sigma_t^2) = (8.8966)(8) + (-0.4871)[8^2 + 8] = 36.102$$

Y la varianza del tiempo de entrega con la ecuación (15):

$$\sigma_z^2 = c\mu_t + e(\mu_t^2 + \sigma_t^2) + (a + 2b\mu_t)^2\sigma_t^2 + 2b(a + 2b\mu_t)S_t^3 + b^2(K_t^4 - \sigma_t^4)$$

$$= (8.8966)(8) + (-0.7243)(8^2 + 8) + [8.8966 + 2(-0.4871)(8)]^2(8) + 2(-0.4871)[8.8966 + 2(-0.4871)(8)](8)$$

$$+ (-0.4871)^2(200 - 8^2) = 52.428$$

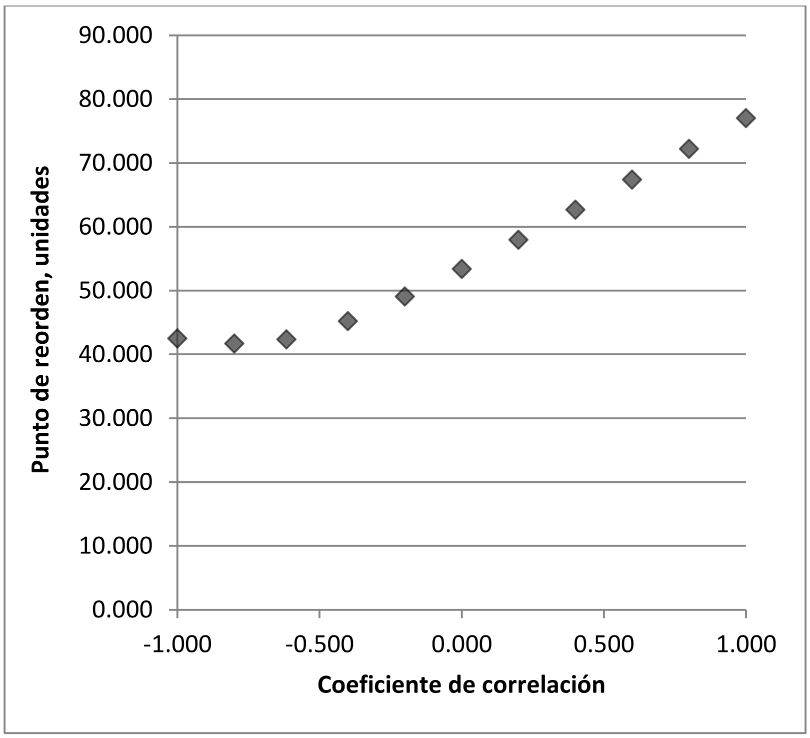
Con lo cual la desviación estándar σ_z es 7.241 unidades.
Con esto puede estimarse PR aplicando la ecuación (5):

$$PR = E(z) + Z\sigma_z = 36.102 + (0.867)(7.241) = 42.38$$

Que es menor al obtenido con las fórmulas anteriores si el coeficiente de correlación es cero, que resulta en un valor de 53.43, debido a que el coeficiente de correlación entre la demanda y el tiempo de entrega es negativo. Si se repiten los cálculos con diferentes valores del coeficiente de correlación, se producen los resultados de la figura 1, en la cual puede verse que si el coeficiente de correlación aumenta, el punto de reorden también lo hace, aunque en el lado izquierdo del gráfico el cambio es un poco diferente, ya que con un coeficiente

mínimo (de -1), PR es 42.5, luego disminuye hasta un valor mínimo de 41.7 para un coeficiente de -0.8 y de ahí se incrementa de manera directa con el valor del coeficiente, hasta alcanzar un máximo de 77 unidades si ρ vale uno.
Con valores negativos del coeficiente de correlación, el punto de reorden baja y con valores positivos sube, lo que se debe al efecto de estar correlacionados la demanda y el tiempo de entrega.
Si se hace un análisis de los costos del inventario considerando el costo de los faltantes y el de mantenimiento del stock de seguridad, en función del coeficiente de correlación, se obtiene el gráfico de la figura 2, en el cual puede observarse que el costo mínimo ($100,244) sucede para un coeficiente de correlación de 0.4 y un punto de reorden de 62.7 unidades. De hecho el costo es máximo en el lado izquierdo del gráfico, con los valores negativos mínimos del coeficiente de correlación, luego a medida que el coeficiente aumenta, el costo disminuye hasta su valor mínimo en 0.4 y de ahí vuelve a subir, pero sin alcanzar los montos del extremo izquierdo de la figura. Esto se debe a que el costo de cada faltante es más de 4 veces lo que cuesta mantener una unidad adicional en el stock de seguridad.

Figura 1. Variación del punto de reorden en función del coeficiente de correlación

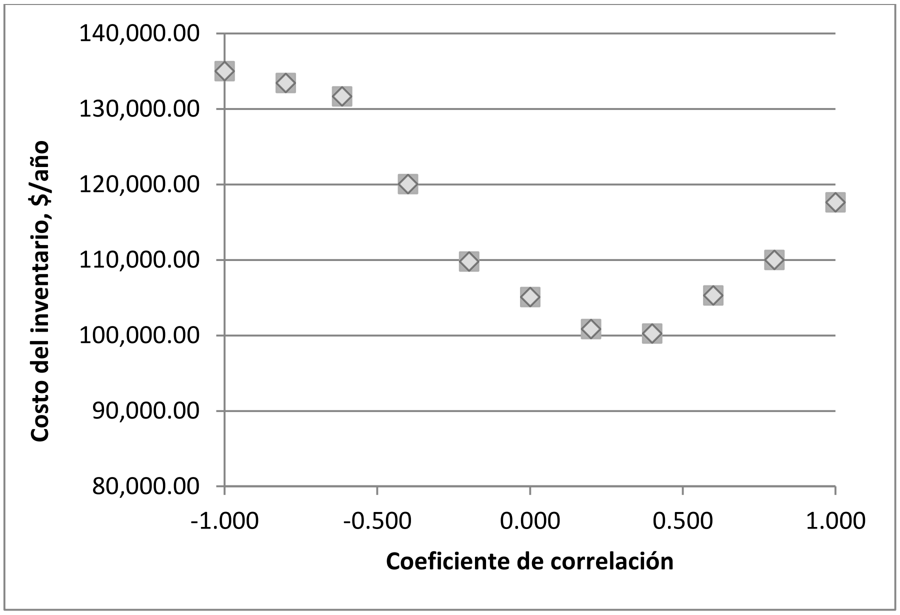


Fuente: Autores.

Si se repiten los cálculos para diferentes valores del nivel de servicio (NS) entre 0.5 y 1, se obtienen los resultados de la figura 3, que incluye 4 valores de PR por cada nivel de servicio: el libre (no correlacionado), el correlacionado (con el valor ρ de -0.616), el PR máximo y el mínimo.
En la figura se observa que para prácticamente todo el rango de valores del nivel de servicio coinciden los puntos de reorden mínimo y correlacionado, lo que hace ver que con el valor del coeficiente de correlación que se tiene entre la demanda y el tiempo de entrega, el punto de reorden se va al mínimo aunque esto no represente el costo óptimo del inventario, ya que al ser un valor bajo, habrá eventuales faltantes que son 4 veces más costosos que el mantenimiento de una unidad adicional en el stock de seguridad.
El punto de reorden libre (sin correlación entre las variables) ocupa un lugar intermedio entre el máximo y el mínimo y también puede verse que las diferencias en los diferentes puntos de reorden calculados son mayores en el lado derecho del gráfico, para valores del nivel de servicio próximos a uno.
El máximo valor de PR sucedió en todos los casos para un coeficiente ρ de +1 y para el PR mínimo, ρ varió entre -0.616 y -1 dependiendo del nivel de servicio, ya que se dio con -1 para NS entre 0.5 y 0.7; con ρ de -0.8 para NS entre 0.8 y 0.97; y ρ igual a -0.616 para los valores máximos de NS, que en este caso fueron 0.99 y

0.999, con lo cual en promedio, por cada punto porcentual de incremento en el nivel de servicio, el coeficiente de correlación aumenta en 0.0077 unidades.

Figura 2. Variación del costo del inventario en función del coeficiente de correlación



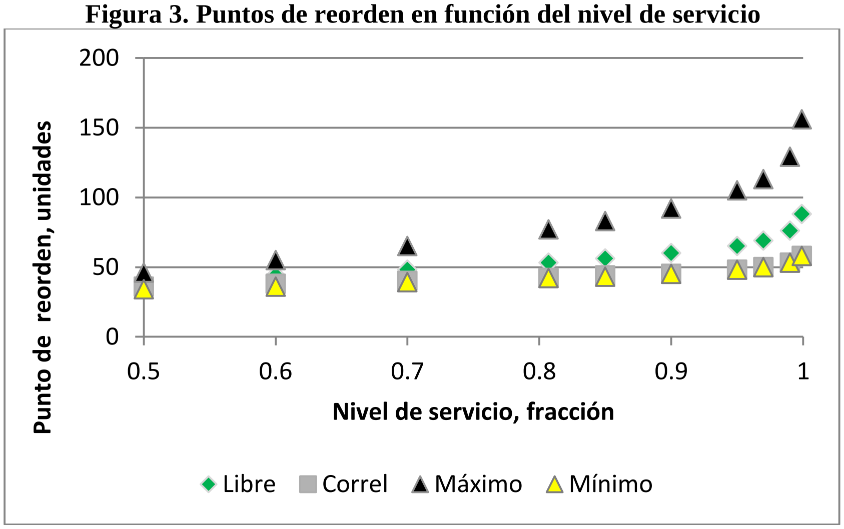
Fuente: Autores.

.

En cuanto a las diferencias entre PR libre y correlacionado, son mayores si NS aumenta, ya que en caso que esta variable se ubique en 0.999, la diferencia entre ambos puntos de reorden es 52% y únicamente 11% si el nivel de servicio es de 0.50. En el caso del PR máximo, que ha sido calculado con un coeficiente de correlación de +1 en todo el rango de NS analizado, las diferencias respecto a los demás valores de PR son mayores, ya que para un nivel de servicio de 0.999, PR máximo es casi el triple del PR correlacionado.

En el caso ilustrativo la diferencia entre PR libre y correlacionado ha sido del 26%, debido al valor del coeficiente de correlación (-0.616), lo que confirma que en casos como éste, el punto de reorden debe obtenerse con las ecuaciones de Wang.

Figura 3. Puntos de reorden en función del nivel de servicio



Fuente: Autores.

5. CONCLUSIONES

En el caso ilustrativo presentado, para el cual el coeficiente de correlación entre la demanda y el tiempo de entrega ha sido -0.616, ha habido diferencia significativa (26%) en el cálculo del punto de reorden obtenido con las ecuaciones de Wang, en comparación al calculado asumiendo que no existe correlación entre ambas variables y tal diferencia es mayor si el coeficiente de correlación se ubica en el extremo superior positivo, próximo a +1.

Para cualquier valor del nivel de servicio, el punto de reorden mínimo ha coincidido con el obtenido mediante las ecuaciones de Wang. Por su parte el PR máximo se ha obtenido con un valor máximo del coeficiente de correlación (+1), mientras que el PR mínimo sucede para valores negativos próximos al valor mínimo de dicho coeficiente, pero variable, dependiendo del nivel de servicio manejado. Si el nivel de servicio se incrementa, las diferencias entre el PR libre y correlacionado aumentan.

Estos hallazgos han sido muy parecidos a los obtenidos por Izar-Landeta y colaboradores (2015) para el caso en que la demanda y el tiempo de entrega se comporten normalmente.

El costo mínimo del inventario se ha dado con un coeficiente de correlación de 0.4 y el costo máximo cuando el coeficiente de correlación se ubica en su valor mínimo (-1) y esto está en función de la estructura de costos del inventario, concretamente en los rubros de mantenimiento del inventario de seguridad y el de los eventuales faltantes que se presenten. Para el caso ilustrativo presentado ha sucedido así debido a que el costo de cada faltante es notoriamente mayor que el de mantenimiento del inventario (razón de 4 a 1).

Con estos resultados se concluye que para el manejo apropiado del inventario deberá tomarse en cuenta la correlación de la demanda de artículos y el tiempo de entrega del proveedor, ya que pueden cometerse errores si esto se pasa por alto, lo que confirma lo señalado por otros académicos (Fang et al, 2013; Kumar y Evers, 2015; Inderfurth, 1995) y reafirma la utilidad de las ecuaciones de Wang.

Para trabajo posterior se sugiere replicar este estudio para casos con otras distribuciones de probabilidad de su demanda y tiempo de entrega, como pudiera ser el caso de la uniforme y exponencial, a fin de determinar si el comportamiento es similar al obtenido con las distribuciones normal y de Poisson.

RECEIVED: AUGUST, 2016

REVISED: DECEMBER, 2016

REFERENCIAS

[1] BOUTE, R. N., DISNEY, S. M., LAMBRECHT, M. R., HOUDT, B. V. (2015): Coordinating lead times and safety stocks under autocorrelated demand. **European Journal of Operational Research**, 232, 52-63.

[2] BUZACOTT, J. A., SHANTHIKUMAR, J. G. (1994): Safety stock versus safety time in MRP controlled production systems. **Management Science**, 40, 1678-1689.

[3] CHIKAN, A. (2007): The new role of inventories in business: Real world changes and research consequences. **International Journal of Production Economics**, 108, 54-62.

[4] CHOPRA, S., REINHARDT, G., DADA, M. (2004): The Effect of Lead Time Uncertainty on Safety Stocks. **Decision Sciences**, 35, 1-24.

[5] DULLAERT, W., ZAMPARINI, L. (2013): The impact of lead time reliability in freight transport: A logistics assessment of transport economics findings. **Transportation Research Part E**, 49(1), 190-200.

[6] EPPEN, G. D., MARTIN, R. K. (1988): Determining safety stock in the presence of stochastic lead time and demand. **Management Science**, 34, 1380-1390.

[7] FANG, X., ZHANG, C., ROBB, D. J., BLACKBURN, J. D. (2013): Decision support for lead time and demand variability reduction. **Omega**, 41, 390-396.

[8] FIOM, S. G. (2012): Effective and efficient use of safety or buffer stock. **Operations Management**, 5, 27-31.

[9] FOTOPOULOS, S., WANG, M. C. (1988): Safety stock determination with correlated demands and arbitrary lead times. **European Journal of Operational Research**, 35, 172-181.

[10] GALLEGO, G. (2000): Variability of Leadtime Demand and the Protection Period. **IEOR4000: Production Management**, 1-3.

[11] HAYYA, J. C., HARRISON, T. P., CHATFIELD, D. C. (2009): Exploring the structural properties of the (D, 0) inventory model. **International Journal of Production Research**, 47, 2767-2783.

[12] HE, X. J. (2009): The Impact of Stochastic Lead Time: the Mean or the Variance. **Proceedings of the International Multi Conference of Engineers and Computer Scientists**, II, 1-5.

[13] HE, X. J., KIM, J. G., HAYYA, J. C. (2005): The cost of lead-time variability: The case of the exponential distribution. **International Journal of Production Economics**, 97, 130-142.

[14 INDERFURTH, K. (1995): Multistage Safety Stock Planning with Item Demands Correlated Across Products and Through Time. **Production and Operations Management**, 4, 127-144.
[15] IZAR-LANDETA, J. M., YNZUNZA-CORTÉS, C. B., CASTILLO-RAMÍREZ, A., y HERNÁNDEZ-MOLINAR, R. I., (2016): Estudio comparativo del impacto de la media y varianza del tiempo de entrega y la demanda en el costo del inventario. **Ingeniería Investigación y Tecnología**, XVII, 371-381.
[16] IZAR-LANDETA, J. M., YNZUNZA-CORTÉS, C. B., ZERMEÑO-PÉREZ, E. (2015): Cálculo del punto de reorden cuando el tiempo de entrega y la demanda están correlacionados. **Contaduría y Administración**, 60, 864-873.
[17] KANET, J. J., GORMAN, M. F., STOBLÊIN, M. (2010): Dynamic planned safety stocks in supply networks. **International Journal of Production Research**, 48, 6859-6880.
[18] KING, P. L. (2011): Crack the code: Understanding safety stock and mastering its equations. **APICS Magazine**, July/August, 33-36.
[19] KUMAR, A., EVERS, P. T. (2015): Setting safety stock based on imprecise records. **International Journal of Production Economics,** 169, 68-75.
[20] NASRI, F., PAKNEJAD, J., AFFISCO, J. (2008): Investing in Lead-Time Variability Reduction in a Quality-Adjusted Inventory Model with Finite-Range Stochastic Lead-Time. **Advances in Decision Sciences**, 1, 1-13.
[21] RUIZ-TORRES, A. J., MAHMOODI, F. (2010): Safety stock determination based on parametric lead time and demand information. **International Journal of Production Research**, 48, 2841-2857.
[22] SILVER, E. A. (2008): Inventory management: An overview, Canadian publications, practical applications and suggestions for future research. **Information Systems and Operations Research**, 46, 15-28.
[23] SONG, J. (1994): The effect of lead time uncertainty in a simple stochastic inventory model. **Management Science**, 40, 603-613.
[24] TYWORTH, J. E., O´NEILL, L. (1997): Robustness of the normal approximation of lead time demand in a distribution setting. **Naval Research Logistics**, 44, 165-186.
[25] VAN KAMPEN, T. J., VAN DONK, D. P., VAN-DER ZEE, D. (2010): Safety stock or safety lead time: coping with unreliability in demand and supply. **International Journal of Production Research**, 48, 7463-7481.
[26] VINSON, C. (1972): The cost of ignoring lead-time unreliability in inventory theory. **Decision Sciences**, 3 87-105.
[27] WANG, P., ZINN, W., CROXTON, K. L. (2010): Sizing Inventory When Lead Time and Demand are Correlated. **Production and Operations Management**, 19, 480-484.