

MÉTODOS MULTICRITERIOS PARA EL ANÁLISIS DE ESCENARIOS PEDAGÓGICOS EN EL APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICA

Graciela Abad Peña ^{*1}, Katia Lisset Fernández Rodríguez ^{*}, Abraham García Carpio ^{*}, Ernesto Javier Maldonado Ojeda ^{*}, María Tamara Ortiz Luzuriaga ^{*}, Zoila Barreno Salinas ^{**}, Arístides Reyes Bacardi ^{**}

^{*}Universidad de Guayaquil

^{**}Universidad Estatal de Milagros

ABSTRACT.

The multicriteria methods are used in the present article, for an analysis of the pedagogical scenarios in the mathematics subject. The study of pedagogical practices contributes to their improvement. These practices have tried to be permeated by theories and reforms that, supposedly, promote the change in the way of acting of teachers, however, the reality is not that. The analysis of the pedagogical scenarios in the subject of mathematics is a problem faced by teachers, students and parents and in particular when students face the process of teaching and learning mathematics and the difficulties they have in throughout his student life to apply mathematical knowledge in the solution of situations of problems in his environment. For this reason, the objective pursued in this article is to analyze the pedagogical scenarios in the mathematics subject.

KEYWORDS: Pedagogical practices, teachers' performance, pedagogical scenarios, learning, multicriteria methods.

MSC 62C99, 97D60

RESUMEN

Los métodos multicriterios se utilizan en el presente artículo, para un análisis de los escenarios pedagógicos en la asignatura de matemática. El estudio de las prácticas pedagógicas contribuye en el mejoramiento de las mismas. Estas prácticas han intentado ser permeadas por teorías y reformas que, supuestamente, promueven el cambio en la manera de actuar de los docentes, sin embargo, la realidad no es esa. El análisis sobre los escenarios pedagógicos en la asignatura de matemática es una problemática a la que se enfrentan docentes, estudiantes y padres de familia y en particular cuando los estudiantes se afrontan al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las dificultades que ellos tienen a lo largo de su vida estudiantil para aplicar el conocimiento matemático en la solución de situaciones de problemas de su entorno. Por tal motivo, el objetivo que se persigue en el presente artículo es analizar los escenarios pedagógicos en la asignatura de matemática.

PALABRAS CLAVES: Prácticas pedagógicas, actuación de los docentes, escenarios pedagógicos, aprendizaje, métodos multicriterios.

1. INTRODUCCIÓN

Las matemáticas hacen parte del propósito de formación de los estudiantes, y se plasman en el currículo de las instituciones educativas, su enseñanza y aprendizaje se inicia en los primeros años escolares, y se extiende hasta la universidad, de modo que se convierte en una asignatura fundamental y obligatoria, especialmente en la educación básica y media [Men (1994)]. A partir del estudio de la matemática, los estudiantes desarrollan procesos mentales que les permitan reconstruir, construir, afianzar y aplicar este conocimiento en el momento que el medio lo requiera.

Las prácticas pedagógicas son acciones intencionadas que realiza el profesor con base en sus conocimientos, experiencias y formación académica, durante y después de la clase, y se consideran un trabajo cíclico, pues incluyen la planificación, la ejecución y la evaluación del mismo [Serres (2007)]. Por lo que, la práctica pedagógica es considerada como una producción de experiencias que conlleva a desarrollar nuevas técnicas encaminadas al mejoramiento de las mismas, puesto que la sociedad actual enmarcada por la globalización y la transformación requiere de profesores íntegros que desarrollen la condición humana.

¹ gabad1989@gmail.com

Por su parte [Castro y otros (2006)] consideran la práctica pedagógica como una acción que permite innovar, profundizar y transformar el proceso de enseñanza del docente en el aula. Esta práctica está unida a la realidad del salón de clases, debido a que todo lo que hace el docente incide en la vida cotidiana de la escuela. Ledesma (Citado en [Ponce y otros (2007)]) define la práctica pedagógica como:

[...] actividad intencionada, cotidiana y recursiva, que se despliega en determinados marcos institucionales. Recursiva por la repetición de las acciones en condiciones más o menos semejantes. La cotidianidad se presenta dentro de un marco institucional en el que inciden aspectos de naturaleza política como el currículum y diversas demandas sociales. La práctica es una forma de poder e institucionalidad que actúa tanto a favor del cambio como de la continuidad; es decir que otorga a los profesores márgenes de posibilidades para el cambio y la transformación.

La práctica pedagógica en la matemática se entiende como “[...] toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas” [Godino y otros (2003)]; citado en [Mendoza e Ibarra (2013)].

Las principales prácticas pedagógicas matemáticas de los profesores, se encuentran en los aspectos como el planeamiento, la dinámica de la clase y la evaluación del aprendizaje. Existen causas que hacen de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas un proceso monótono y poco significativo, como por ejemplo: cuando no existen en el aula los medios para este fin; los espacios para la interacción entre docente y estudiantes, a lo largo del desarrollo de las temáticas, no son los adecuados; los recursos didácticos no son pertinentes o no se cuenta con ellos en el momento oportuno; las pedagogías y metodologías con las que se desarrolla la clase no están en consonancia con los objetivos trazados para la misma; los aportes de la evaluación al aprendizaje de las matemáticas son escasos o nulos, entre otras.

Para [Santaibáñez (2001)], la evaluación es un procedimiento intencionado, funcional, sistemático, continuo e integral, con el fin de obtener información tendiente a mejorar o aumentar la eficacia de los procedimientos educativos: es funcional, ya que se realiza con base en objetivos; sistemático, porque está inmerso en un sistema global, del cual hace parte la comunidad educativa; continuo, porque se realiza a lo largo de todo el proceso educativo y no al final de cada periodo escolar, e integral, debido a que se considera al estudiante dentro de un contexto educativo, donde se evalúan sus conocimientos y comportamientos de tipo afectivo y psicomotor; luego la evaluación debe usarse no para eliminar estudiantes, sino para guiar su proceso de aprendizaje [Hernández y otros (2017)].

Gardner en su artículo “La evaluación en su contexto”, [Gardner (1995)], afirma que la alternativa a los test estandarizados enfatiza en la forma y el momento oportuno para practicar la evaluación: en lugar de imponerla de forma externa en momentos inoportunos durante el curso, la evaluación tendría que formar parte del entorno natural del aprendizaje, debería tener lugar como parte del interés del individuo en una situación de aprendizaje; de esta forma, la evaluación se convierte en un proceso continuo en el aula, para encaminar al estudiante hacia un mejor aprendizaje de manera voluntaria.

Por tal motivo, la evaluación que se plantea en el entorno para aprendizaje de las matemáticas, donde se conjugan los sistemas didáctico-pedagógicos, aula especializada, aprendizaje basado en problemas y ambiente para el aprendizaje colaborativo, es de carácter formativo, carácter que está presente en el proceso de construcción del conocimiento en el estudiante [Puentes (2005)]. Este tipo de evaluación hace parte de las prácticas pedagógicas cotidianas en el aula, y una de sus finalidades es la de retroalimentar tanto al docente como al estudiante, para dar continuamente la oportunidad de corregir los errores cometidos en los procesos de enseñanza y aprendizaje [Santaibáñez (2001)].

Otra finalidad de este tipo de evaluación es la de obtener información acerca de las competencias y habilidades de los alumnos, con el objetivo de proporcionar datos y respuestas útiles a los estudiantes evaluados y a la comunidad que los rodea [Gardner (1995)]. En consecuencia, la evaluación se constituye en un proceso que evalúa para el aprendizaje, es decir, no es una valoración de resultados, sino una evaluación que contribuye al proceso educativo.

En el entorno para el aprendizaje de las matemáticas, la evaluación indica el nivel de comprensión y desempeño del estudiante en cada uno de los temas que componen el plan de estudio de la asignatura, lo mismo que las deficiencias cognitivas y errores cometidos por él en el proceso educativo. De igual forma, la evaluación representa para el profesor un indicativo, que lo invita a reflexionar sobre sus prácticas educativas, en busca del mejoramiento continuo en el aprendizaje de sus alumnos, es decir, se trata, en último término, de mirar la evaluación como otro evento de aprendizaje [Torres (1996)].

Por otra parte, la metodología de aprendizaje basado en problemas, desarrollada en un ambiente para el aprendizaje colaborativo, admite un proceso de evaluación continuo, a través de una serie de pasos de

retroalimentación constante, en el que la técnica de estudio grupal se convierte en el epicentro del aprendizaje, y en donde se fortalecen las competencias y habilidades del estudiante [Hernández e Izquierdo (2017)].

El proceso de evaluación comienza en el mismo momento en que se inician las actividades de la clase, el docente explica la ruta que se debe seguir durante la misma, y las metas que el estudiante debe alcanzar en cada una de sus etapas. Durante las actividades propuestas para desarrollar en el aula, el profesor acompaña de cerca a cada grupo, momento en el que él recomienda bibliografía, sugiere procedimientos, formula preguntas de control de procesos, motiva al grupo a seguir o controla la disciplina, en caso de ser necesario. Estas acciones permiten que haya un diálogo constructivo a lo largo de la clase, donde el estudiante manifiesta sus saberes, dificultades e inquietudes frente al aprendizaje, de una forma directa o indirecta, a través de las expresiones orales, escritas o por medio de las gesticulaciones.

Estos momentos son aprovechados por el docente para corregir errores, afianzar procedimientos y fortalecer la confianza en sí mismo de cada estudiante y del grupo en general: El diálogo con el alumno en los grupos de trabajo sirve para identificar dónde se encuentran las deficiencias en el aprendizaje y elaborar actividades diferentes para reconducir la enseñanza [López e Hinojosa (2001)].

El ambiente de aprendizaje colaborativo favorece que los estudiantes de cada grupo avancen coordinadamente en el estudio de uno o más temas, por lo que los apuntes son semejantes y desde luego, la solución de las situaciones problema, lo que facilita al docente el proceso de evaluación para el grupo, ya que revisando un cuaderno de apuntes o trabajo grupal se están orientando a tres o cuatro estudiantes a la vez. El proceso de evaluación en el entorno para el aprendizaje de las matemáticas se compone de cuatro etapas:

Una primera etapa se realiza de forma continua sobre los avances que realiza el grupo, en la cual los estudiantes se apoyan mutuamente en la construcción del conocimiento. En esta etapa se encuentra implícita la evaluación diagnóstica, puesto que esta se realiza, no solo al inicio de un ciclo escolar, sino en diferentes momentos, como puede ser al principio de un tema o al comenzar una clase [López e Hinojosa (2001)]. En esta etapa, el docente hace las correcciones de los avances del grupo en forma escrita, en el cuaderno de un estudiante diferente cada vez o en el pliego que se entregue; las observaciones son detalladas sobre los procedimientos realizados.

Cuando los procedimientos de solución del problema presentan incoherencias, operaciones mal realizadas o resultados interpretados en forma equivocada, el docente sugiere por escrito, y en el sitio donde se cometió el error, las acciones necesarias para que los procedimientos hechos por los alumnos tengan sentido, nunca tacha (poner equis) o escribe la respuesta correcta, es tarea del estudiante, en actividades posteriores, encontrarla. En esta etapa de la evaluación no se asigna ningún número como valor por el trabajo hecho, pues previamente los estudiantes han sido sensibilizados sobre la importancia de aprender, por encima de un número que irá registrado sobre un papel y que en un futuro no representa mucho frente al desempeño en el campo profesional o la vida cotidiana fuera del aula.

El alumno debe saber que en la tercera etapa de la evaluación es necesario demostrar lo que en realidad es capaz de hacer con lo aprendido. La segunda etapa de la evaluación consiste en presentar una actividad de forma individual, así: sobre un problema resuelto en clase de forma grupal (trabajo colaborativo), el docente formula preguntas de tipo inferencial, de tal manera que, para encontrar la respuesta, el alumno pueda basarse en las actividades realizadas a lo largo del desarrollo del tema, en este caso, al estudiante se le permite consultar textos, apuntes, fichas, entre otros recursos. De esta manera, él puede hacer un proceso de reconstrucción y análisis, para llegar a conclusiones que le ayuden a afianzar su conocimiento, la retroalimentación se lleva a cabo de la misma forma que en la primera etapa [Batista y otros (2017)].

En la tercera etapa, el estudiante tiene la oportunidad de formular y solucionar problemas relacionados con su entorno y que involucran el conocimiento construido durante determinado tiempo escolar (semestre o periodo académico). En esta etapa, él solo cuenta con lápiz y papel, es el momento en el cual pone a prueba el conocimiento, capacidad de redacción, pensamiento coherente, orden lógico en las ideas, uso de las unidades, estimación de cantidades, análisis, entre otras habilidades y competencias. La retroalimentación en esta actividad es mucho más detallada que la realizada en las anteriores, puesto que corresponde a la producción del estudiante, es lo que él sabe hacer con lo que aprende [Men (2009)].

En la cuarta etapa el estudiante valora su aprendizaje, y lo expresa por medio de un número que esté acorde con las exigencias institucionales para ser promovido [Ricardo y otros (2016)].

Basado en la caracterización de las principales prácticas pedagógicas matemáticas de los profesores, es posible realizar un análisis de los escenarios pedagógicos, en lo concerniente a la forma de evaluación en el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes. El análisis de las formas de evaluación en los escenarios pedagógicos se propone a través del uso de métodos multicriterios, para el análisis de los principales problemas en el proceso de evaluación del aprendizaje en las matemáticas.

El análisis multicriterio es una metodología de toma de decisiones que se ha impuesto como la idónea en multitud de campos de aplicación. El importante subcaso en el que hay que decidir entre varias alternativas, desde unas pocas a algunos centenares, teniendo en cuenta diversos criterios o puntos de vista, surge frecuentemente. A este tipo de problemas se dedica la llamada Decisión Multicriterio Discreta [Martínez y Escudey (1997)].

Para evaluar los escenarios pedagógicos en el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura de matemática se propone el uso del método de Análisis Multicriterio conocido como Proceso de Análisis Jerárquico (AHP por sus siglas en inglés). Método que parte de la base que el decisor debe establecer la importancia relativa de cada uno de los objetivos para luego definir una estructura de preferencias entre las alternativas identificadas. El resultado final resulta en una clasificación de alternativas, indicando la preferencia general asociada a cada una de ellas, lo que permite identificar la mejor alternativa a recomendar [Anderson (1998)] y [Saaty (1980)].

2. MATERIALES Y MÉTODOS

La investigación siguió un enfoque cuantitativo. Se utilizó la Teoría de la Decisión, iniciando con la identificación y definición del problema y terminando con la elección de una o varias alternativas, lo que constituye un acto de toma de decisiones. En este proceso se pueden identificar cinco fases.

La toma de decisiones, en el presente trabajo, se centra en buscar la mejor forma de evaluación de la asignatura de matemática en el proceso de enseñanza – aprendizaje. El proceso se inicia al identificar y definir el problema y termina con la elección de una o varias alternativas, que es el acto de tomar una decisión. En este proceso se pueden identificar cinco fases para tomar decisión de la mejor alternativa a utilizar en los escenarios pedagógicos para las enseñanzas de las matemáticas.

Las tres primeras fases del proceso decisorio constituyen la estructuración del problema y las dos últimas fases son el análisis del problema, en la Figura 1 se muestran las fases para la resolución de un problema a través de la toma de decisiones, definido por [Roche (2005)].

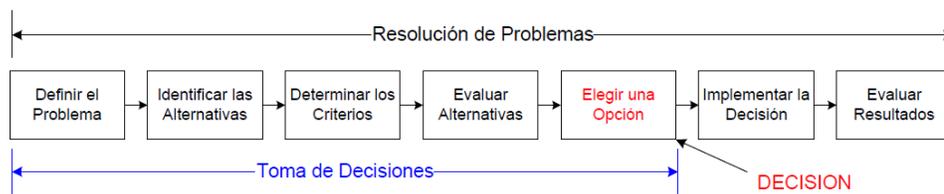


Figura 1. Fases para la resolución de un problema. Fuente: [Roche (2005)].

La fase de análisis del proceso de toma de decisiones puede asumir dos formas básicas: cualitativa y cuantitativa. El análisis cualitativo es el que se basa en el razonamiento y la experiencia del decisor; incluye la impresión intuitiva que tiene del problema. Cuando se utiliza el enfoque cuantitativo, el analista se concentra en los hechos o datos asociados al problema y desarrolla expresiones matemáticas que describen los objetivos, las restricciones y las relaciones existentes en el problema. Después, utilizando uno o más métodos cuantitativos, es posible ofrecer una recomendación con base en los aspectos cuantitativos del problema [Hernández y otros (2017)].

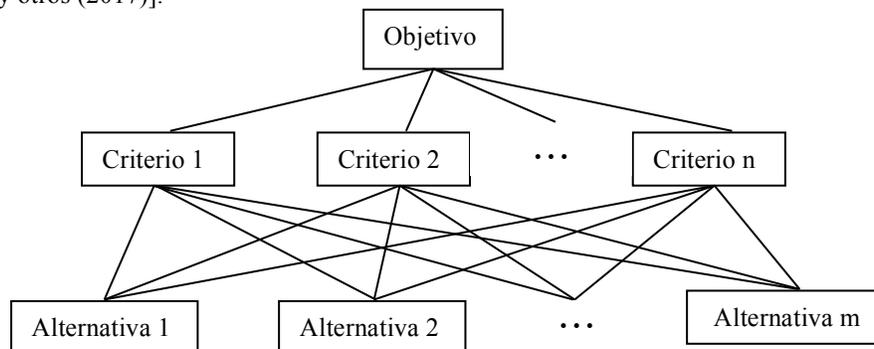


Figura 2. Esquema General del Proceso de Análisis Jerárquico.

En este artículo se utilizará el Proceso de Análisis Jerárquico [Saaty (1990)], que es un método matemático basado en la Psicología, ampliamente utilizado para la resolución de problemas complejos de la decisión. La Figura 2 muestra el esquema general de este método.

El esquema, aunque tiene forma de árbol, no es un árbol clásico. El Objetivo se considera la principal componente del método y mientras más alta sea la capa dentro del árbol, mayor es la generalidad de los conceptos que se describen en ella. Debajo del Objetivo se encuentran los Criterios para medir este objetivo, luego vienen Subcriterios, que no se ubican en la figura por cuestión de simplicidad y en la última capa estarían las Alternativas.

La modelación matemática parte de varios Criterios o Alternativas, A_1, A_2, \dots, A_n cuyos pesos se denotan por w_1, w_2, \dots, w_n , respectivamente y $w_i > 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, n$. Una de las bases del método está en la comparación dos a dos de los pesos de cualquier par A_i e A_j . Esto se representa por una matriz cuadrada $\mathbf{A} = (a_{ij})$ de orden n , donde $a_{ij} = w_i/w_j$.

La matriz \mathbf{A} es recíproca, satisface la propiedad $a_{ij} = 1/a_{ji}$, $i, j = 1, 2, \dots, n$, y además es *Consistente*, satisface $a_{ik} = a_{ij} \cdot a_{jk}$. La propiedad de Consistencia es esencial para este método.

Para $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ se cumple $\mathbf{A}\mathbf{w} = n\mathbf{w}$, donde n es el orden de la matriz. O sea, la matriz consistente satisface que tiene a su orden como valor propio asociado a \mathbf{w} . Como las filas de \mathbf{A} son múltiplos por un escalar de la primera de ellas, y sus elementos son positivos, entonces \mathbf{A} tiene rango 1 y tiene un único valor propio positivo, igual a su traza, los demás valores propios son iguales a 0.

En caso que \mathbf{A} sea recíproca y no necesariamente consistente, se mide la inconsistencia mediante la fórmula $\lambda_{\max} - n$, donde λ_{\max} es el mayor valor propio de la matriz. \mathbf{A} es consistente si y solo si $\lambda_{\max} = n$, como se prueba en [Saaty (1990)]. Aunque la matriz sea inconsistente, mientras que los resultados de las mediciones de la decisión no se vean afectados significativamente por perturbaciones en las medidas utilizadas, se considera que el método sigue siendo adecuado. La medida que define Saaty para medir la consistencia lo llamó Índice de Consistencia (CI por sus siglas en inglés) y para ello definió la fórmula siguiente:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (1)$$

Saaty propone calcular adicionalmente lo que llamó Proporción de Consistencia (CR por sus siglas en inglés), que se calcula por la ecuación siguiente:

$$CR = CI/RI \quad (2)$$

Donde RI se encuentra en la Tabla 1.

Tabla 1. Valores definidos para el cálculo del índice aleatorio de acuerdo a las alternativas preestablecidas.

Fuente: [Roche (2005)].

| Total de alternativas(n) | Índice Aleatorio (RI) |
|--------------------------|-----------------------|
| 3 | 0.58 |
| 4 | 0.90 |
| 5 | 0.12 |
| 6 | 1.24 |
| 7 | 1.32 |
| 8 | 1.41 |

Saaty tomó los valores de la Tabla 1. de algunos resultados previos de matrices que tienen como componentes variables aleatorias. Cuando la matriz es inconsistente, si $CR \leq 10\%$ se puede asegurar que el vector propio se distribuye según una distribución de Dirichlet con parámetros dados y se puede calcular usando su matriz consistente correspondiente.

El método también contempla que los elementos de \mathbf{A} se normalicen dividiendo por la suma por columna para garantizar la unicidad de los resultados.

Un detalle importante es la escala de medición, Saaty asegura que después de probar teóricamente con varias medidas, además de la experiencia práctica, él determinó que una escala recomendable es la medida resumida en la Tabla 2.

Una vez que se calculan los vectores de prioridades por cada uno de los niveles del árbol jerárquico queda ordenar las alternativas. Para ello si el vector de prioridades del nivel superior es $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, entonces por cada Alternativa j se forma el vector $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, cuya componente i es la componente j del

vector de prioridades correspondiente al Criterio i . Finalmente se evalúa la Alternativa j como $w.v$, que es el producto escalar de los dos vectores.

Este resumen sobre los principales aspectos teóricos de AHP sirve de punto de partida para comprender mejor la utilización del método. A continuación se detallan los pasos que se siguen, insertando la solución al caso que nos ocupa en el presente artículo.

Tabla 2. Escala de intensidad de la importancia sobre una escala absoluta. Fuente: [Saaty (1990)].

| Intensidad de la importancia sobre una escala absoluta | Definición |
|--|---|
| 1 | Igualmente preferida |
| 3 | Moderadamente preferida |
| 5 | Fuertemente preferida |
| 7 | Muy fuertemente preferida |
| 9 | Extremadamente preferida |
| 2, 4, 6, 8 | Valores intermedios entre dos juicios adyacentes |
| Recíproca | Si a la actividad i se le asigna uno de los valores anteriores en su relación con la actividad j , entonces el valor que se le asigna a j en relación con i es igual al recíproco de tal valor. |

En este contexto se desea conocer cuál es la mejor forma de evaluación en los escenarios pedagógicos, para el aprendizaje de los estudiantes en la asignatura de matemática. Para ello se tiene en cuenta de las cuatro etapas definidas, las tres primeras, las cuales se muestran de forma sintetizada a continuación:

- 1) **Primera etapa (A):** Se realiza de forma continua sobre los avances que realiza el grupo, en la cual los estudiantes se apoyan mutuamente en la construcción del conocimiento.
- 2) **Segunda etapa (B):** La evaluación consiste en presentar una actividad de forma individual, prevalece el trabajo colaborativo, dado un problema resuelto en clase de forma grupal.
- 3) **Tercera etapa (C):** Los estudiantes tienen la oportunidad de formular y solucionar problemas relacionados con su entorno y que involucran el conocimiento construido durante determinado tiempo escolar (semestre o periodo académico).

Las instituciones educacionales, establecen tres criterios fundamentales:

- **Criterio (1)**, aprendizaje.
- **Criterio (2)**, asimilación de los contenidos.
- **Criterio (3)**, plazos de evaluación de los contenidos impartidos.

Para conocer cuál es la mejor forma de evaluación, en los escenarios pedagógicos, para el aprendizaje de los estudiantes, en la asignatura de matemática y al utilizar el método de Análisis Multicriterio conocido como Proceso de Análisis Jerárquico (AHP) se desarrollan los 8 pasos que este método requiere, en aras de obtener un resultado certero.

A continuación, se detallan los 8 pasos a seguir para aplicar el método AHP.

- 1) Descomponer el problema de decisión en una jerarquía de elementos interrelacionados, identificando:
 - a. La meta general.
 - b. Los criterios ($i = 1, 2, \dots, m$).
 - c. Las alternativas posibles ($j = 1, 2, \dots, n$).

Para cada uno de los criterios “m” repetir las etapas 2 a 5

- 1) Desarrollar la matriz de comparación por pares (MCP) de la alternativa para cada uno de los criterios estableciendo el rating de importancia relativa entre ambas alternativas consideradas. El Rating se establece a partir de la escala dada en la Tabla 2.
- 2) Desarrollar la matriz normalizada (MCN) dividiendo cada número de una columna de la matriz de comparación por pares por la suma total de la columna.
- 3) Desarrollar el valor de prioridad para cada criterio calculando el promedio de cada fila de la matriz normalizada. El promedio por fila, representa el vector de prioridad de la alternativa con respecto al criterio considerado.

- 4) La consistencia de las opiniones utilizadas en la matriz de comparación por pares puede ser determinada a través de consistencia (RC). Un RC inferior a 0.10 es considerado aceptable. Para aquellos casos en que $CR > 0.10$, las opiniones y juicios deben ser considerados.
- 5) Luego que la secuencia (2)-(3)-(4) haya sido ejecutada para todos los criterios, los resultados obtenidos en (4) son resumidos en un matriz de prioridad (MP), listando las alternativas por filas y los criterios por columnas.
- 6) Desarrollar una matriz de comparación de criterios por pares, de manera similar a lo que se realizó para las alternativas (2)-(3)-(4).
- 7) Desarrollar un vector de prioridad global multiplicando el vector de prioridad de los criterios (5) por la matriz de prioridad de las alternativas (6). Véase que este paso generaliza la manera de calcular las prioridades por alternativa mediante el producto escalar como se indicó en la exposición teórica de AHP.

Para determinar los cocientes de consistencias se siguen los siguiente 5 pasos:

- 1) Para la línea de la matriz de comparación por pares, determinar una suma ponderada en base a la suma del producto de cada celda por la prioridad de cada alternativa correspondiente.
- 2) Para cada línea, dividir su suma ponderada por la prioridad de su alternativa correspondiente.
- 3) Determinar la media λ_{max} del resultado de la etapa 2.
- 4) Calcular el índice de consistencia para cada alternativa $CI = \frac{\lambda_{max}-n}{n-1}$, según la ecuación (1).
- 5) Determinar el índice RI de acuerdo a la Tabla 1.
- 6) Determinar el cociente de consistencia (CR): $CR=CI/RI$, según la ecuación (2).

El centro decisor se realiza sobre las tres formas de evaluación del aprendizaje de los estudiantes en la asignatura de matemática. Se identifican las matrices de comparación por parejas entre los profesores según los tres criterios, resultados que se muestran en las tablas 3, 4 y 5.

Tabla 3. CRITERIO: Aprendizaje. Fuente: Elaboración propia

| | A | B | C |
|---|-----|------|-------------------------|
| A | 1 | 1/3 | 6 |
| B | 3 | 1 | 18 LA ESCALA ES HASTA 9 |
| C | 1/6 | 1/18 | 1 |

Tabla 4. CRITERIO: Asimilación de contenidos. Fuente: Elaboración propia

| | A | B | C |
|---|-----|---|-----|
| A | 1 | 6 | 2 |
| B | 1/8 | 1 | 1/3 |
| C | 1/3 | 3 | 1 |

Tabla 5. CRITERIO: Plazos de evaluación de los contenidos impartidos. Fuente: Elaboración propia.

| | A | B | C |
|---|-----|---|-----|
| A | 1 | 8 | 1 |
| B | 1/8 | 1 | 1/8 |
| C | 1 | 8 | 1 |

Para evaluar los criterios en cada una de las etapas propuestas, se consultaron las prioridades de evaluación de los contenidos de matemática, los resultados identificados se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Prioridades de evaluación de los contenidos de matemática. Fuente: Elaboración propia.

| | Criterio (1) Aprendizaje | Criterio (2) Asimilación de los contenidos | Criterio (3) Plazos de evaluación de los contenidos impartidos |
|----------------------------------|-----------------------------|---|---|
| Criterio (1), aprendizaje | 1 | 7 | 9 |
| Criterio (2), asimilación de los | 1/7 | 1 | 3 |

| | | | |
|--|-----|-----|---|
| contenidos | | | |
| Criterio (3), plazos de evaluación de los contenidos impartidos | 1/9 | 1/3 | 1 |

Evaluados los criterios en cada una de las etapas propuestas, se evalúan las diferentes alternativas, teniendo en cuenta los siguientes pasos:

- Identificación de las jerarquías de este problema de decisión.
- Cálculo de las ponderaciones asociadas a cada criterio manejado.
- Cálculo de las ponderaciones de las tres alternativas en función de cada criterio.
- Verificación de consistencia de las preferencias del centro decisor, es decir, se realizan sobre las tres formas de evaluación del aprendizaje de los estudiantes en la asignatura de matemática.
- Determinación de la prioridad global de cada forma de evaluación.

3. RESULTADOS

Para la obtención de los resultados sobre el problema planteado se hace necesario elaborar los diagramas de jerarquías, los que se apoyan en la normalización de una matriz para cada criterio definido. En la tabla 7, se muestra la matriz normalizada para cada criterio.

Tabla 7. Matriz normalizada para cada criterio. Fuente: Elaboración propia

| | Criterio (1) Aprendizaje | Criterio (2) Asimilación de los contenidos | Criterio (3) Plazos de evaluación de los contenidos impartidos | Ponderación |
|--|-------------------------------------|---|---|--------------------|
| Criterio (1), aprendizaje | 0.7970 | 0.8401 | 0.6924 | 0.7767 |
| Criterio (2), asimilación de los contenidos | 0.1130 | 0.1201 | 0.2309 | 0.1550 |
| Criterio (3), plazos de evaluación de los contenidos impartidos | 0.0880 | 0.0401 | 0.0770 | 0.0686 |

Posteriormente se obtiene la matriz de comparación por pares de alternativas para cada criterio, Tablas 8, 9 y 10.

Tabla 8. Matriz de comparación por pares de Alternativas para el criterio de aprendizaje.

Fuente: Elaboración propia.

| <i>CRITERIO:</i> | <i>Aprendizaje</i> | | | <i>Matriz normalizada</i> | | | <i>Vector de ponderación</i> |
|------------------|--------------------|------|----|---------------------------|--------|--------|------------------------------|
| | A | B | C | | | | |
| A | 1 | 1/3 | 6 | 0.2401 | 0.2401 | 0.2401 | 0.2401 |
| B | 3 | 1 | 18 | 0.7201 | 0.7201 | 0.7201 | 0.7201 |
| C | 1/6 | 1/18 | 1 | 0.0401 | 0.0401 | 0.0401 | 0.4001 |

Tabla 9. Matriz de comparación por pares de Alternativas para el criterio de asimilación de los contenidos.

Fuente: Elaboración propia.

| <i>CRITERIO:</i> | <i>Asimilación de los contenidos</i> | | | <i>Matriz normalizada</i> | | | <i>Vector de ponderación</i> |
|------------------|--------------------------------------|---|-----|---------------------------|--------|--------|------------------------------|
| | A | B | C | | | | |
| A | 1 | 6 | 2 | 0.6001 | 0.6001 | 0.6001 | 0.6001 |
| B | 1/6 | 1 | 1/3 | 0.1001 | 0.1001 | 0.1001 | 0.1001 |
| C | 1/2 | 3 | 1 | 0.3001 | 0.3001 | 0.3001 | 0.3001 |

Tabla 10. Matriz de comparación por pares de Alternativas para el criterio de plazos de evaluación de los contenidos impartidos.

Fuente: Elaboración propia.

| <i>CRITERIO:</i> | <i>Plazos de evaluación de los contenidos</i> | | | <i>Matriz normalizada</i> | | | <i>Vector de ponderación</i> |
|------------------|---|---|-----|---------------------------|--------|--------|------------------------------|
| | A | B | C | | | | |
| A | 1 | 8 | 1 | 0.4707 | 0.4707 | 0.4707 | |
| B | 1/8 | 1 | 1/8 | 0.0589 | 0.0589 | 0.0589 | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|--------|--------|--------|
| C | 1 | 8 | 1 | 0.4707 | 0.4707 | 0.4707 |
|---|---|---|---|--------|--------|--------|

| |
|--------|
| 0.4707 |
| 0.0589 |
| 0.4707 |

Para verificar la consistencia de las preferencias del centro decisor, es decir, para las tres formas de evaluación del aprendizaje en los escenarios pedagógicos, en la asignatura de matemática, la consistencia de todas las matrices de alternativas es igual a 0. Al verificar la consistencia de las preferencias subjetivas relacionadas con las formas de evaluación de los contenidos de las matemáticas en escenarios pedagógicos, se obtiene una consistencia asociada a la matriz de criterios, Tabla 11, igual a (CR = 0.07), valor que es menor que 10 %, lo que indica según el criterio de [Saaty (1980)], que la consistencia es aceptable.

Tabla 11. Matriz de criterios.

Fuente: Elaboración propia.

| Alternativas | Criterios | | | Ponderadores globales |
|----------------------|-----------------------------|---|--|-----------------------|
| | CRITERIO (1) Aprendizaje | CRITERIO (2) Asimilación de los contenidos | CRITERIO (3) Plazos de evaluación de los contenidos | |
| A | 0.2401 | 0.601 | 0.472 | 0.3117 |
| B | 0.7201 | 0.101 | 0.059 | 0.5788 |
| C | 0.0401 | 0.301 | 0.472 | 0.1099 |
| Ponderaciones | 0.7767 | 0.1550 | 0.0686 | |

Basado en el análisis realizado, cabe destacar que la segunda etapa (B), la relacionada con la evaluación consiste al presentar actividades de forma individual, donde prevalece el trabajo colaborativo, dado un problema resuelto en clase de forma grupal, es la preferida con respecto a las etapas 1 y 3, esto se constata al relacionar y poner en práctica los sistemas didáctico-pedagógicos en los escenarios pedagógicos para el aprendizaje de las matemáticas, observándose manifestaciones emocionales, actitudinales y socio académicas, favorables, en los estudiantes frente a la construcción del conocimiento matemático.

4. CONCLUSIONES

Los escenarios pedagógicos en la actualidad, requieren de entornos de aprendizaje diferentes a los tradicionales, que motiven constantemente a la construcción del conocimiento y en particular en el aprendizaje de las matemáticas. Estos entornos deben estar acorde con los cambios tecnológicos y sociales, tendientes a fortalecer en las habilidades y competencias útiles en el desempeño cotidiano, que potencien para enfrentar un mundo cada vez más exigente, cambiante y globalizado.

Un entorno para el aprendizaje de las matemáticas, donde se conjugan aula especializada, ambiente de estudio colaborativo, aprendizaje basado en problemas y un sistema de evaluación formativa, proporciona al estudiante una amplia gama de posibilidades para que él o ella construya socialmente el conocimiento matemático de manera reflexiva sobre su propio quehacer cotidiano.

La instrumentalización de las preferencias del centro decisor por medio del método AHP conduce a considerar la segunda etapa (B), relacionada con la evaluación consiste al presentar actividades de forma individual, donde prevalece el trabajo colaborativo, dado un problema resuelto en clase de forma grupal, como la más favorable frente a las etapas 1 y 3, para fomentar un adecuado escenario pedagógico, en aras de un aprendizaje elevado en los estudiantes con las matemáticas.

RECEIVED: NOVEMBER 2018
REVISED: MARCH, 2019

REFERENCIAS

- [1] ANDERSON, D. R., SWEENEY, D. J. y WILLIAMS, T. A. y GARCÍA, G. S. (1999): **Métodos cuantitativos para los negocios**. International Thomson, México D.F.
- [2] BATISTA HERNÁNDEZ, N., VALCÁRCEL IZQUIERDO, N., REAL ZUMBA, G. y ALBÁN NAVARRO, A. D. (2017): Desarrollo de la competencia de emprendimiento; una necesidad en la formación integral del estudiante. **Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores**, 5, 1-16.
- [3] CASTRO, E., PELEY, R. y MORRILLO, R. (2006): La práctica pedagógica y el desarrollo de estrategias instruccionales desde el enfoque constructivista. **Revista de Ciencias Sociales**, 12, 591-595.

- [4] HERNÁNDEZ, N. B., AGUILAR, W. O. y RICARDO, J. E. (2017): El desarrollo local y la formación de la competencia pedagógica de emprendimiento. Una necesidad en el contexto social de Cuba. **Revista Didasc@ lia: Didáctica y Educación**, 8, 213-226.
- [5] HERNÁNDEZ, N. B. e Izquierdo, N. V. (2017): Formación integral en el proceso educativo del estudiante preuniversitario. **Opuntia Brava**, 9, 22-28.
- [6] RICARDO, J. E., VERA, D. A. C., GALEAS, J. D. R. V. y JACOMÉ, V. A. R. (2016): Participación de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la educación superior de Ecuador. **Revista Magazine de las Ciencias**, 1, 35-50.
- [7] GARDNER, H. (1995): La evaluación en su contexto. La alternativa a los test estandarizados. En H. Gardner, H., **Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica**, Barcelona: Paidós, 175-196.
- [8] GODINO, J., BATANERO, C.O. y FONT, V. (2003): **Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros**, ReproDigital, Granada.
- [9] LÓPEZ, B., HINOJOSA, E. (2001): **Evaluación del aprendizaje. Alternativas y nuevos desarrollos**, Trillas, México.
- [10] MARTÍNEZ, E. y ESCUDEY, M. (1997): **Evaluación y decisión multicriterio: reflexiones y experiencias**, (eds.) USACH, UNESCO © 1997, Santiago.
- [11] MEN (1994): **Ley General de Educación 115 de 1994**, Bogotá.
- [12] MEN (2009): **Estándares de matemáticas**, Bogotá.
- [13] MENDOZA, L. e IBARRA, S. (2013): Estudio sobre prácticas de enseñanza de profesores de matemáticas de secundaria en México. **Acta latinoamericana de matemática educativa**, 147-156.
- [14] PONCE, V.M., LIRA, L. M., TORRES, A. y CÁZARES, M.R. (2007): Conocer y transformar la práctica educativa. **Seminario y Congreso de Investigación Educativa**, 23-35.
- [15] PUENTES, Y. (2005): **Organizaciones escolares inteligentes, gestión de entornos educativos de Calidad**, Cooperativa Editorial Magisterio, Bogotá.
- [16] ROCHE, H. y VEJO, C. (2005): Métodos cuantitativos aplicados a la administración. **Material de apoyo Análisis Multicriterio**.
- [17] SAATY, T. (1980): **The Analytic Hierarchy Process**, McGraw-Hill, New York.
- [18] SAATY, T. (1990): How to make a decision: The Analytic Hierarchy Process. **European Journal of Operational Research**, 48, 9-26.
- [19] SANTAIBÁÑEZ, J. (2001): **Manual para la evaluación del aprendizaje estudiantil**. Trillas S.A., México.
- [20] SANTOS, M. (1995): **La evaluación: un proceso de diálogo, comprensión y mejora**. Ediciones Aljibe S.L., Granada.
- [21] SERRES, Y. (2007): **El rol de las prácticas en la formación de docentes de matemáticas**. Tesis de doctorado inédita. México, D.F.
- [22] TORRES, G. (1996): **Aspectos a tener en cuenta en la planeación y desarrollo de acciones Evaluativas**. Lectura N°. 10, Bogotá.