# Université Paris I, Panthéon-Sorbonne

## Licence MASS, deuxième année, 2011/2012

**Analyse**

Test 3, sujet A et B - Série Entière

1. Déterminer le rayon de convergence de

$$A: \sum_{n\geq 0} \frac{(-2)^n}{n^7} x^n, \qquad B: \sum_{n\geq 0} \frac{n!}{(2n)!} x^n$$

   Correction :

   Pour $A$, $\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| \to 2$, donc $R = 1/2$.
   Pour $B$, $\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \left|\frac{n+1}{(2n+2)(2n+1)}\right| \to 0$ donc $R = \infty$

2. Déterminer le rayon de convergence de

$$A: \sum_{n\geq 0} \begin{pmatrix} 2n \\ n \end{pmatrix} z^n, \qquad B: \sum_{n\geq 0} \left(\sqrt[n+1]{n+1}\right) z^n$$

Correction :

Pour $A$, $\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \frac{(2n+2)(2n+1)}{(n+1)^2} \to 4$, donc $R = 1/4$.
Pour $B$, $|a_n|^{1/n} = \left|e^{\frac{1}{(n+1)n}\ln(n+1)}\right| \to 0$, donc $R = \infty$.