

L2 DU ECE & CMI EF, 2020 - 2021

Probabilités

Contrôle N°1 du 20 octobre 2020

Durée : 1h30mn

L'objectif ici n'est pas de tout traiter mais, d'en couvrir une part significative de manière convaincante. Les réponses devront être soigneusement argumentées et justifiées.

Exercice 1

Les points 1. et 2. de cet exercice sont indépendants.

1. Dans une université, deux classes sont composées de n étudiants chacune ($n \geq 2$). On souhaite former un comité de trois étudiants de ces classes.
 - (a) Déterminer le nombre de comités possibles que l'on peut former.
 - (b) Combien de comités peut-on former avec deux étudiants d'une même classe et le troisième d'une classe différente?
 - (c) Chaque classe dispose d'un représentant qui doit obligatoirement être dans le comité. Déterminer le nombre de comités possibles que l'on peut former dans ce cas.
2. Dans une université, une classe comporte 38 étudiants avec lesquels on souhaite former deux groupes numérotés G_1 et G_2 à effectifs égaux. Déterminer le nombre de possibilités de former de tels groupes.

Exercice 2

Une urne contient n boules toutes deux à deux distinctes et numérotées b_1, \dots, b_n ($n \geq 2$). On prélève au hasard p boules de l'urne ; p un entier et $2 \leq p \leq n$.

1. On suppose que le tirage s'effectue simultanément.
 - (a) Déterminer le nombre de tirages possibles.
 - (b) Combien de tirages amènent les boules b_1 et b_2 ?
2. On suppose que le tirage s'effectue successivement avec remise.
 - (a) Déterminer le nombre de tirages possibles.
 - (b) Quelle est la probabilité qu'on n'obtienne pas b_1 ?
 - (c) Quelle est la probabilité qu'on obtienne au moins une des deux boules b_1 ou b_2 ?

Exercice 3

On lance successivement un dé équilibré et on note le nombre obtenu. On considère l'événement

A_k : "on obtient 6 au k ème lancer", $k \geq 1$.

1. On suppose que le dé est lancé une infinité de fois. Exprimer les événements suivants en fonction de A_k , \bar{A}_k , les opérateurs \cap et \cup .
 - (a) B_1 : "obtenir au moins un 6" ;

- (b) C_n : "6 est obtenu pour la première fois au n ème lancer" ;
 - (c) D_n : "on obtient au moins un 6 après le n -ème lancer" ;
 - (d) E_n : "on n'obtient plus que des 6 à partir du n -ème lancer".
2. On suppose maintenant que le dé est lancé seulement une fois ; et on considère les événements : A : "obtenir un nombre impair" et B : "obtenir un multiple de 3".
Calculer les probabilités des événements A, B et $A \cup B$.
3. On suppose maintenant que le dé est lancé seulement deux fois.
- (a) Calculer la probabilité d'obtenir deux nombres de même parité.
 - (b) Calculer la probabilité que la somme des deux nombres obtenus soit inférieure ou égale à 8.