L2 DU ECE & CMI EF, 2020 - 2021

Probabilités
Contrôle N°2 du 01 décembre 2020

Durée : 1h30mn

L'objectif ici n'est pas de tout traiter mais, d'en couvrir une part significative de manière convaincante. Les réponses devront être soigneusement argumentées et justifiées.

Exercice 1 (8 pts)
Les points 1. et 2. de cet exercice sont indépendants.

1. On dispose de r boules que l'on souhaite répartir dans n tiroirs numérotés $t_1, \cdots, t_n$; chaque tiroir étant suffisamment grand pour pouvoir contenir les r boules. On suppose que les r boules sont numérotés de 1 à r.
   (a) Déterminer le nombre de répartitions possibles.
   (b) Déterminer le nombre de répartition où t_1 n'est pas vide.
   (c) Déterminer le nombre de répartition où seuls les tiroirs t_1 et t_2 ne sont pas vides.
   (d) On suppose que $r = 3$, $n = 2$ et que les boules sont identiques. Déterminer le nombre de répartitions possibles.
2. Une urne contient n boules toutes deux à deux distinctes et numérotées $b_1, \cdots, b_n$ ($n \geq 2$). On prélève au hasard successivement et avec remise, p boules de l'urne ; p un entier et $2 \leq p \leq n$.
   (a) Déterminer le nombre de tirages possibles.
   (b) Quelle est la probabilité qu'on n'obtienne pas b_1?
   (c) Quelle est la probabilité qu'on obtienne au moins une des deux boules b_1 ou b_2?

Exercice 2 (4 pts)
Une entreprise de vente emploie trois transporteurs A, B et C pour faire livrer ses colis. Elle utilise le transporteur A les 3/4 du temps et une fois sur 8 chacun des deux autres. Chaque transporteur égare respectivement 1%, 2% et 3% des colis qui lui sont confiés.

1. Calculer la probabilité qu'un colis se perde.
2. Un client se plaint de n'avoir pas reçu sa commande. Quelle est la probabilité que le transporteur A soit responsable? Commenter le résultat.

Exercice 3 (9 pts)
Dans un magasin, le nombre d'unités de la demande journalière d'un produit A est une variable aléatoire X dont la fonction de répartition est

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 0,20 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 0,45 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 0,75 & \text{si } 3 \leq x < 4 \\ 0,90 & \text{si } 4 \leq x < 5 \\ 1 & \text{si } x \geq 5. \end{cases}$$

Avec $X(\Omega) = \{0, 2, 3, 4, 5\}$.

1. Calculer $P(X=0)$ et $P(X=2)$.
   Dans la suite, on suppose que $P(X=0)=0,20$ et $P(X=2)=0,25$.

2. Déterminer la loi de probabilité de X. Faites une représentation dans un tableau.

3. Calculer la probabilité qu'il ait plus de deux demandes en une journée.

4. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.

5. Calculer l'espérance de $\sqrt{X}$.

6. Déterminer le plus petit stock en début de journée pour que la probabilité de rupture de stock (pour la journée) n'excède pas $0,20$.

7. On suppose que le stock est toujours de 4 unités en début de journée et que les demandes journalières sur une période allant du lundi au samedi sont mutuellement indépendantes. Calculer la probabilité que sur une période de 6 jours (du lundi au samedi), on n'ait une rupture de stock que le dernier jour.