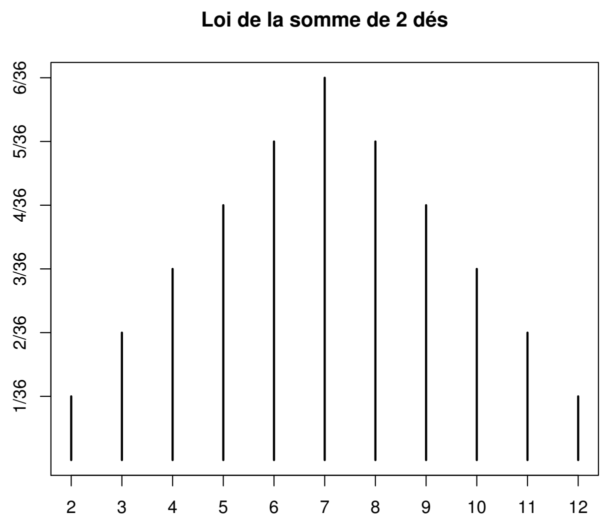
Exercices en R pour les v.a. discrètes

Exercice 1. *Dans cet exercice on va découvrir* R *en générant des entiers aléatoires qui représentent la somme de deux dés avec les commandes ci-dessous.*

```
n = 100
d1 = sample(1:6, n, replace = T)
d2 = sample(1:6, n, replace = T)
s = d1+d2; tab.s = table(s); plot(tab.s)
```

1. *Exécuter ces commandes. Quelles sont les valeurs de* `d1`, `d2`, `s` *et* `tab.s` *? Qu'obtenez vous en tapant la commande* `sum(tab.s)` *?*
2. *Que font les fonctions* `sample()` *et* `table()` *?*
3. *Lancer ces commandes plusieurs fois. Les graphiques sont ils identiques ? Pourquoi ?*
4. *Augmenter* `n` *jusqu'à* `1000`*, puis à* `10000`*. Pour chaque valeur de* `n`*, lancer plusieurs fois ces commandes et observer les changements des graphiques. Commenter ces changements.*
5. *Créer un vecteur* `v` *de longueur* 11 *qui représente la loi de la somme de deux dés en utilisant* `v = c(1:6,5:1)/36`*. Qu'observez vous en tapant* `rbind(tab.s/n, v)` *? Commenter le résultat.*
6. *Pouvez vous prédire les valeurs de* `tab.s[1]` *et* `tab.s[6]` *?*



Exercice 2. *A part la fonction* `sample()`*, le logiciel* R *possède d'autres générateurs des entiers aléatoires pour simuler les v.a. suivant les lois de probabilité usuelles par exemple* `rbinom()`, `rgeom()` *et* `rpois()`.

1. *On a tapé les commandes ci-dessous. Pouvez vous prédire les valeurs de* `mean(x.b)`*,* `mean(x.g)` *et* `mean(x.p)`*, puis* `var(x.b)`*,* `var(x.g)` *et* `var(x.p)` *?*

```
n = 100; size = 10; prob = 0.6; lambda = 3
x.b = rbinom(n, size, prob); x.g = rgeom(n, prob);
x.p = rpois(n, lambda)
```

2. *Les codes suivants renvoient une matrice de dimension 2×3 dont la première ligne est les moyennes de* `x.b`*,* `x.g` *et* `x.p` *et la deuxième ligne est leur espérance. Qu'observez vous ? Modifier ces codes pour renvoyer une matrice dont la première ligne est les variances de* `x.b`*,* `x.g` *et* `x.p` *et la deuxième ligne est leur variance théorique.*

```
m.b = mean(x.b); m.g = mean(x.g); m.p = mean(x.p)
e.b = size*prob; e.g = (1-prob)/prob; e.p = lambda
v.m = c(m.b, m.g, m.p); v.e = c(e.b, e.g, e.p)
rbind(v.m, v.e)
```

3. *Modifier dans les codes précédents* `rbind` *pour* `cbind` *et observer le changement de résultat.*

Exercice 3. *Nous utilisons* `dbinom()` *et* `pbinom()` *dans cet exercice pour tracer les courbes de la fonction de densité et la f.d.r. de loi binomiale.*

1. *Créer un vecteur* `x.b` *qui contient $n = 100$ entiers aléatoires de loi $\mathcal{B}(10, 0.6)$.*
2. *Calculer les occurrences des entiers apparus avec* `table()`*. Représenter le résultat obtenu par un diagramme en bâtons.*
3. *Nommer les occurrences obtenues dans la question précédente* `tab.xb`*. Lancer les codes suivants. Commenter le graphique obtenu.*

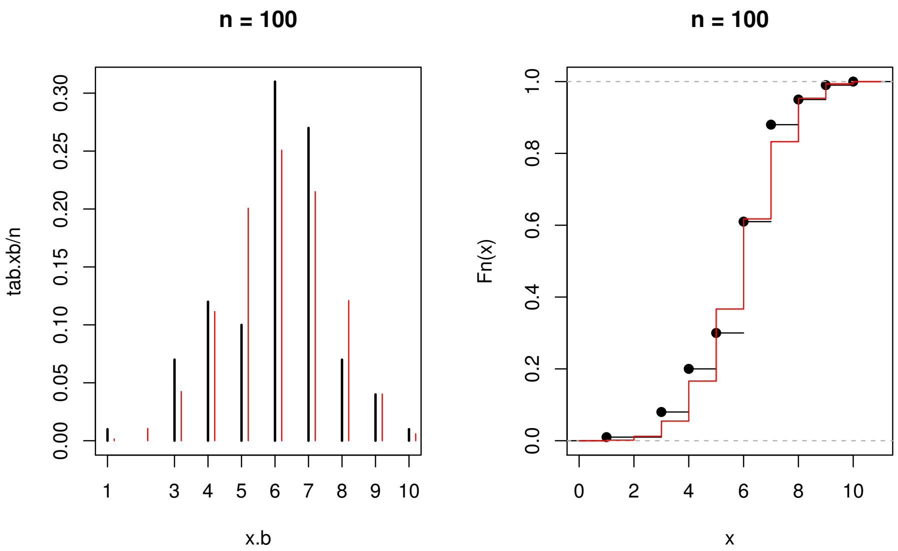
```
plot(tab.xb/n)
p = dbinom(0:10, 10, 0.6); p.x = 0:10+0.2
for(i in 1:(10+1))
lines(rep(p.x[i], 2), c(0, p[i]), col = "red")
```

4. *Remplacer dans les codes ci-dessus* `lines` *par* `plot`*, que se passe t il ? Quelle est alors la différence entre ces deux fonctions ?*
5. *Lancer les codes suivants. Commenter le graphique obtenu.*

```
plot.ecdf(x.b); qf = seq(0, 11, 0.1)
fdr = pbinom(qf, 10, 0.6)
lines(qf, fdr, col = "red", type = "s")
```

6. *Augmenter n jusqu'à 1000, puis à 10000. Relancer les codes des questions précédentes et observer les changement.*

7. *Utiliser* `par(mfrow = c(1,2))` *pour mettre deux graphiques obtenus dans les questions 3 et 5 côte à côte. La figure ci-dessous est un exemple pour* $n = 100$.



Exercice 4. *Simulation des v.a. de loi de Bernoulli*

1. *Générer des entiers aléatoires suivant la loi* $\mathcal{B}(0.8)$.
   (Indication : ajouter une option "`prob =`*" dans la fonction* `sample()`*)*
2. *Représenter les taux d'occurrence par un diagramme en bâtons. Augmenter la taille de simulation. Le taux d'occurrence de* 1 *est il bien* 0.8 *?*
3. *Générer des entiers aléatoires suivant la loi* $\mathcal{B}(10, 0.8)$ *sans utiliser la fonction* `rbinom()`.
4. *Vérifier les taux d'occurrence de la simulation précédente en comparant avec sa loi de probabilité.*

Exercice 5. *Simulation des v.a. discrètes non uniformes*

1. *Générer des entiers aléatoires suivant la loi ci-dessous et les sauvegarder sous le nom* `x`.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\mathbb{P}_X$	3/20	3/20	3/20	3/20	3/20	1/20	1/20	1/20	1/20	1/20

2. *Pouvez vous prédire les valeurs de* `sum(x)` *et* `sum(x <= 5)` *?*
3. *Vérifier les taux d'occurrence en comparant avec sa loi de probabilité.*

Exercice 6. *Refaire les questions de l'exercice 3 en utilisant* `dgeom()` *et* `pgeom()` *pour tracer les courbes de la fonction de densité et la f.d.r. de loi géométrique.*

Exercice 7. *Refaire les questions de l'exercice 3 en utilisant* `dpois()` *et* `ppois()` *pour tracer les courbes de la fonction de densité et la f.d.r. de loi de Poisson.*