

Le barème est indicatif. L'utilisation de documents, téléphones portables, calculatrices ou tout autre appareil électronique, est interdite.

Exercice 1. Lecture des codes (10 points)

1. Que donnent les commandes suivantes ?

```
> rm(list = ls())
> getwd()
> setwd(dir = "C:/Users/tide/stat-r")
```

2. Expliquer le programme ligne à ligne suivant. Qu'affiche-t-il ? Qu'affiche le même programme, si l'on change `cbind` pour `rbind` ?

```
> x = 1:15
> y = rep(0, 30)
> xy.ts = ts(cbind(x, y), start = c(2015, 4), frequency = 12)
> end(xy.ts)
```

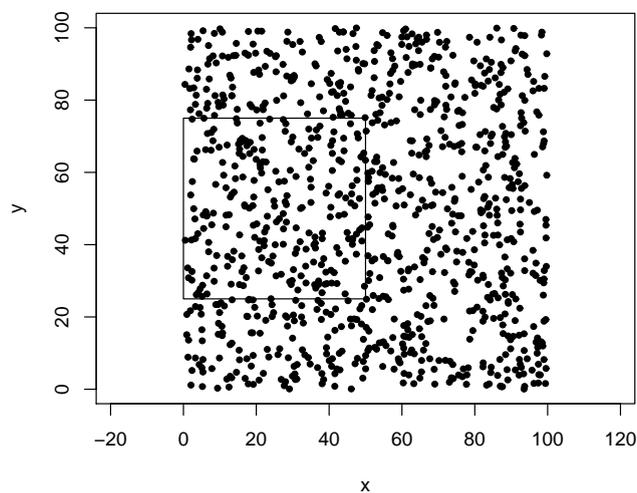
3. Supposons que le package "polynom" soit déjà installé et chargé, qu'obtient-on avec l'ordre suivant ?

```
> polynomial(c(1, -0.7))*polynomial(c(1, 0, 0, 0.5))
```

4. A quoi sert l'ordre suivant ? Quelle est la conséquence si l'on change `mfc` pour `mfrow` ?

```
> par(mfc = c(2, 2))
```

5. La figure ci-dessous est obtenue par :



```
> x = runif(1000, 0, 100)
> y = runif(1000, 0, 100)
> plot(x, y, pch = 20, xlim = c(0, 100), ylim = c(0, 100), asp = 1)
> symbols(25, 50, squares = 50, add = T, inches = F)
```

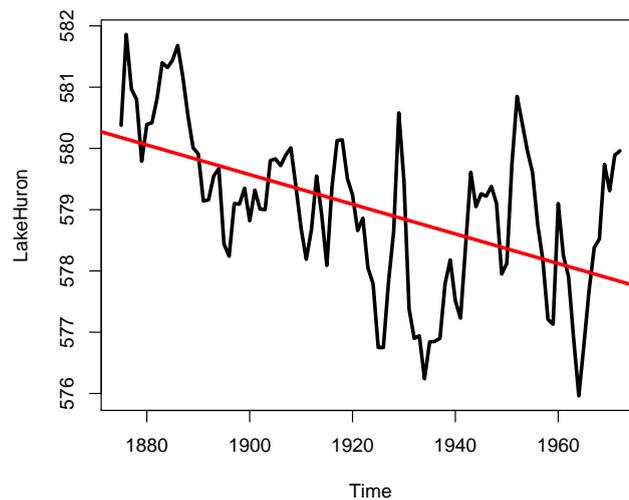
Combien de points, en moyenne, trouve-t-on dans le carré ?

Exercice 2. Lac Huron (10 points)

On commence la régression linéaire par

```
> temps = time(LakeHuron)
> reg.lac = lm(LakeHuron~temps)
> plot(LakeHuron, lwd = 3)
```

1. Que fallait-il rajouter pour obtenir ce qui suit ?



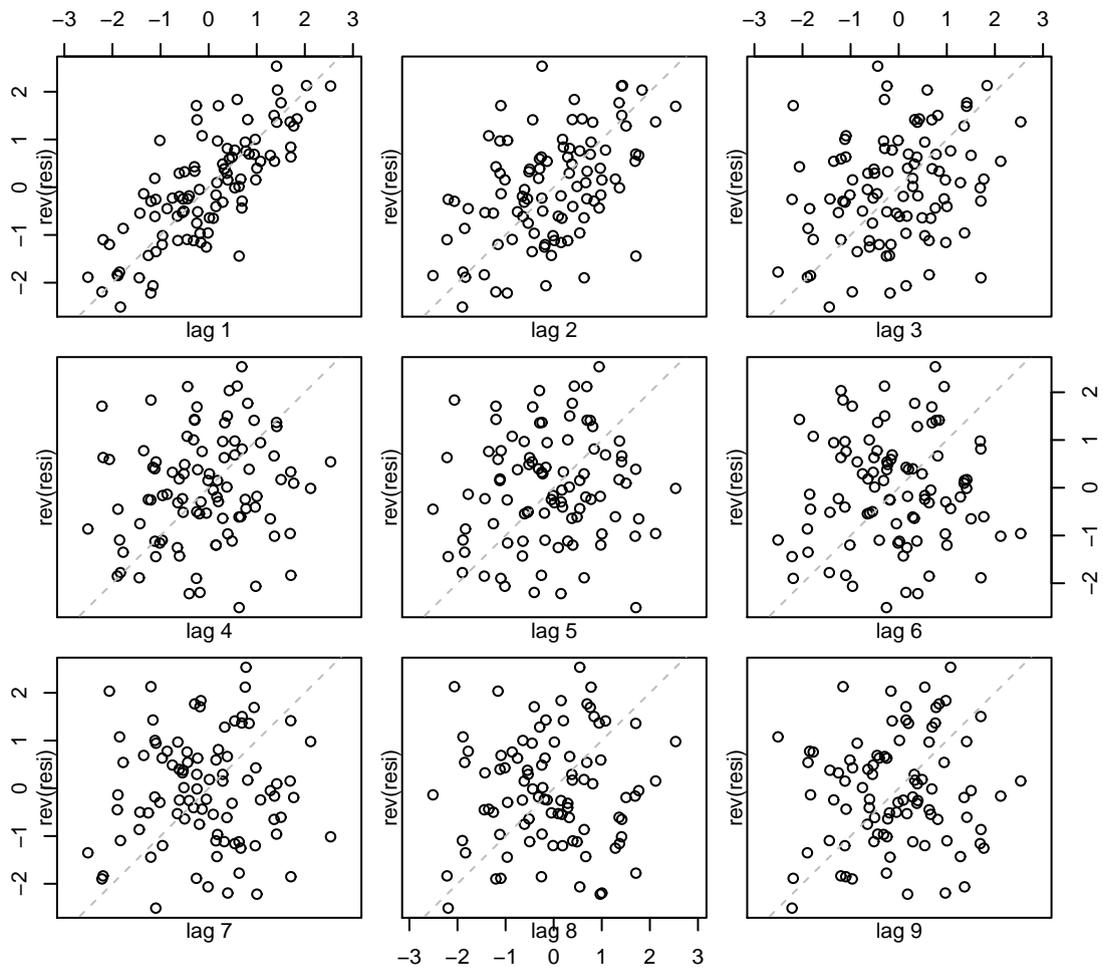
2. Quel ordre a-t-il donné les sorties suivantes ? Commenter ces résultats.

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	625.554918	7.764293	80.568	< 2e-16 ***
temps	-0.024201	0.004036	-5.996	3.55e-08 ***

Residual standard error: 1.13 on 96 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.2725, Adjusted R-squared: 0.2649
F-statistic: 35.95 on 1 and 96 DF, p-value: 3.545e-08

3. Comment le graphique suivant a-t-il été obtenu ? Commenter ce graphique.



4. Commenter les résultats du test suivant. Quel est le lien avec la figure dans la question précédente ?

```
> resi = residuals(reg.lac)
> require("caschrono")
> Box.test.2(resi, nlag = c(3, 6, 9), type = "Ljung-Box", decim = 2)
  Retard p-value
[1,]      3      0
[2,]      6      0
[3,]      9      0
```

5. A quel résultat vous attendez vous ?

```
> Box.test.2(rnorm(100), nlag = c(3, 6, 9), type = "Ljung-Box", decim = 2)
```

6. Commenter les résultats suivants.

```
> require("forecast")
> (mod.lac = Arima(LakeHuron, order = c(1, 0, 0), xreg = temps, method = 'ML'))
Series: LakeHuron
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean

Coefficients:
```

```

      ar1  intercept    temps
0.7835   618.3109  -0.0204
s.e.  0.0634    20.2294   0.0105

```

```

sigma^2 estimated as 0.5122:  log likelihood=-105.23
AIC=218.45  AICc=218.88  BIC=228.79
> t_stat(mod.lac)

```

```

      ar1 intercept    temps
t.stat 12.36531   30.565 -1.938892
p.val   0.00000    0.000  0.052515

```

7. Commenter les résultats suivants.

```

> armaselect(LakeHuron,nbmod = 5)
  p q    sbc
[1,] 2 0 -67.19768
[2,] 3 0 -63.72170
[3,] 1 1 -62.49969
[4,] 1 0 -60.57255
[5,] 4 0 -59.41314
> (mod.lac3 = Arima(LakeHuron, order = c(2, 0, 0), xreg = temps))

```

Coefficients:

```

      ar1    ar2  intercept    temps
1.0048  -0.2913   620.5115  -0.0216
s.e.  0.0976   0.1004   15.5771   0.0081

```

```

sigma^2 estimated as 0.476:  log likelihood=-101.2
AIC=212.4  AICc=213.05  BIC=225.32
> t_stat(mod.lac3)

```

```

      ar1    ar2  intercept    temps
t.stat 10.29362 -2.902094  39.83484 -2.663128
p.val   0.00000  0.003707   0.00000  0.007742

```

Exercice 3. Loïs des valeurs extrêmes (10 points)

On considère une suite de variables aléatoires i.i.d. X_1, \dots, X_n . La loi commune F vérifie la condition de régularité de la théorie des valeurs extrêmes, c.a.d. pour n suffisamment grand

$$F^n(x) \approx \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\}$$

où $\mu, \sigma > 0$ et ξ réel sont les paramètres.

Montrer que pour u suffisamment grand la loi conditionnelle de $X - u$ sachant $X > u$ est approximativement

$$H(y) = 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\sigma + \xi(u - \mu)} \right)^{-1/\xi},$$

i.e.

$$\mathbb{P}(X - u > y \mid X > u) \approx \left(1 + \frac{\xi y}{\sigma + \xi(u - \mu)} \right)^{-1/\xi}.$$