

PRINCIPE DU MAXIMUM DE PONTRYAGIN POUR DES PROBLÈMES DE CONTRÔLE NONPERMANENT OPTIMAL SUR TIME SCALES.

Loïc Bourdin (Université de Limoges, France)

Gaurav Dhar (Université de Limoges, France)

Emmanuel Trélat (Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, France)

Le principe du maximum de Pontryagin (PMP en abrégé) est un résultat fondamental de la théorie du contrôle optimal. Dans son énoncé classique, le contrôle du système dynamique est considéré comme *permanent*, c'est-à-dire que la valeur du contrôle est autorisée à être modifiée en tout temps réel. Il s'en suit que, dans de nombreux problèmes, réaliser une trajectoire optimale requière une modification permanente du contrôle. Cependant, il est clair qu'une telle requête n'est pas envisageable dans de nombreuses situations, ni pour les êtres humains, ni pour nos appareils mécaniques et numériques. C'est pourquoi, les contrôles constants par morceaux (appelés *contrôles échantillonnés*), dont le nombre de modifications des valeurs autorisées est fini, sont souvent considérés en Automatique ou en Ingénierie. Ces contrôles échantillonnés sont un premier exemple de contrôles nonpermanents. Un autre exemple concerne bien entendu les systèmes dynamiques contrôlés dont les trajectoires traversent des *zones de non-contrôle* (comme un téléphone portable ou un GPS passant sous un tunnel par exemple). Pour englober ces diverses situations de nonpermanence du contrôle, nous utiliserons l'outil mathématique du *calcul time scale*. Nous verrons que cet outil nous permet de plus de traiter simultanément le cas de dynamiques continues et le cas de dynamiques discrètes.

Dans cet exposé, nous présenterons une nouvelle version du PMP qui peut être appliquée à des problèmes de contrôle nonpermanent optimal sur time scales, et qui a été récemment obtenue dans [1]. De très nombreuses propriétés sont connues dans la littérature autour du contrôle permanent optimal (comme la continuité du Hamiltonien, ou encore la saturation des contraintes sur les valeurs du contrôle dans le cas d'un Hamiltonien affine en le contrôle). Dans cet exposé, nous nous intéresserons donc à la préservation (ou non) de ces propriétés lorsque l'on considère un contrôle nonpermanent sur le système.

Dans le cadre linéaire-quadratique (voir [2]), nous verrons que cette nouvelle version du PMP permet de démontrer un résultat de convergence du contrôle échantillonné optimal vers le contrôle permanent optimal lorsque les distances entre les "échantillons" consécutifs tendent uniformément vers zéro. Nous verrons également que le PMP permet aussi d'exprimer le contrôle échantillonné optimal en fonction de l'état du système (*closed-loop control*). Notons que ce résultat avait déjà été obtenu par principe de programmation dynamique. Nos travaux permettent donc de compléter la théorie de Riccati pour les systèmes linéaires-quadratiques avec contrôle échantillonné.

Nous clorons la discussion par un travail récent [3] qui s'intéresse à des problèmes de contrôle échantillonné optimal mais avec des temps d'échantillonnage libres. Dans ce cas les échantillons deviennent des paramètres à optimiser également. Nous verrons que la condition nécessaire d'optimalité correspondante coïncide avec la continuité du Hamiltonien.

References

- [1] L. Bourdin and E. Trélat. Optimal sampled-data control, and generalizations on time scales. *Mathematical Control and Related Fields*, 6(1):53-94, 2016.
- [2] L. Bourdin and E. Trélat. Linear-quadratic optimal sampled-data control problems: convergence and Riccati theory. *Automatica*, 79:273-281, 2017.
- [3] L. Bourdin and G. Dhar. Continuity/constancy of the Hamiltonian function in a Pontryagin maximum principle for optimal sampled-data control problems with free sampling times. *Submitted*, 2018.