Approche semi-quadratique et applications à la perception de l'environnement routier

Jean-Philippe Tarel

LCPC-INRETS (LEPSIS)

Tarel@lcpc.fr

http://perso.lcpc.fr/tarel.jean-philippe/

Géométrie et Statistiques

Une partie des problèmes en de traitement et d'analyse d'images consistent à estimer des paramètres géométriques dans des données fortement bruitées.

$\Rightarrow$ La résolution de ces problèmes nécessite l'utilisation combinée de la géométrie et des statistiques.

$\Rightarrow$ Certains de ces problèmes peuvent être résolus par l'utilisation de l'approche semi-quadratique.

L'approche semi-quadratique?

Semi-quadratique : régression robuste sur des problèmes ayant un modèle génératif linéaire en le reformulant comme la minimisation de la somme d'un terme quadratique en les paramètres et d'un terme concave en les variables auxiliaires.

Des a priori sur la solution sous la forme de contraintes quadratiques peuvent aussi être ajoutées.

Modèle génératif linéaire des données $(X_i, y_i)_{1 \leq i \leq n}$:

$$y_i = X_i^t A + b \tag{1}$$

avec A les paramètres à estimer et b le bruit.

L'approche semi-quadratique?

Origines multiples à cause de la variété des façons de voir le semi-quadratique et des applications.

Quelques références :

- forme quadratique approchante [Huber 1981]
- processus de ligne [Geman&Geman 1984]
- paires de Legendre [Geman&Reynolds 1992, Charbonnier&all 1997]
- procédure convexe-concave [Yuille&Rangarajan 2003]
- lien avec EM (Expectation-Maximization) [Champagnat&Idier 2004]

Régression robuste : le bruit

Bruit de distribution symétrique :

$$prob_s(b) \propto \frac{1}{s} e^{-\frac{1}{2}\phi((\frac{b}{s})^2)} \qquad (2)$$

avec s l'échelle du bruit.

Conditions sur la distribution du bruit pour le semi-quadratique :

- ϕ est croissante.
- ϕ est concave.
- ϕ doit être continue et dérivable sur $[0, +\infty[$ jusqu'à l'ordre 2.

Reformulation régression robuste

Principe du maximum de vraisemblance $\Rightarrow$ minimiser l'erreur :

$$e_R(A) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} \phi\left(\left(\frac{X_i^t A - y_i}{s}\right)^2\right) \tag{3}$$

$\Rightarrow$ c'est un problème non linéaire pouvant être traité avec le semi-quadratique.

Reformulation intuitive : relaxer en substituant la variable auxiliaire w_i à chaque carré $(\frac{X_i^t A - y_i}{s})^2$, et ajouter une pénalité quadratique qui va forcer l'égalité entre w_i et $(\frac{X_i^t A - y_i}{s})^2$.

Reformulation Lagrangienne

Pour tout A, $e_R(A)$ est égale au maximum de

$$E(A,W) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=n}\phi(w_i)$$

par rapport à $W = (w_i)_{1\leq i\leq n}$, sous les contraintes :

$$h_i(A,W) = w_i - (\frac{X_i^t A - y_i}{s})^2 \leq 0$$

Lagrangien, conditions Kuhn et Tucker, minimisation alternée primal-duale.
$\Rightarrow$ Algorithme des moindres carrés pondérés itératifs [TIC 2008].

Algorithme

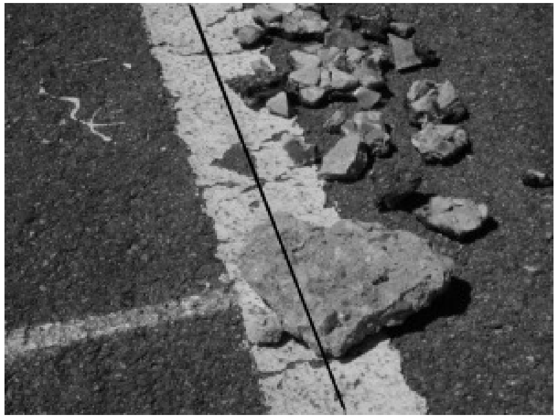
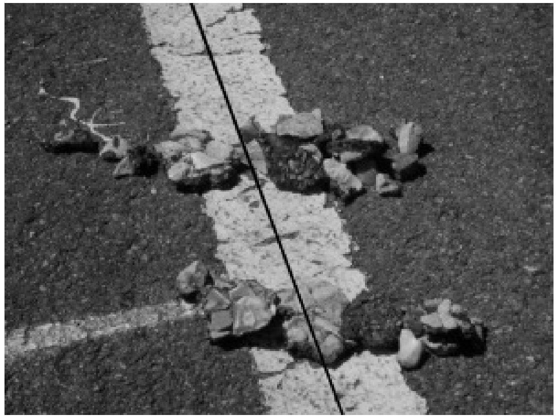
1. Initialiser le vecteur de paramètres A^0 de la courbe et le numéro d'itération à $k = 1$.
2. Pour chaque point d'indices i, $1 \leq i \leq n$, calculer la variable auxiliaire $w_i^k = (\frac{X_i^t A^{k-1} - y_i}{s})^2$ et le multiplicateur de Lagrange $\lambda_i^k = \phi'(w_i^k)$.
3. Résoudre le système linéaire :

$$(\sum_{i=1}^{i=n} \lambda_{i,j} X_i X_i^t) A_j = \sum_{i=1}^{i=n} \lambda_{i,j} X_i y_i$$

4. Si $\|A^k - A^{k-1}\| > \epsilon$, incrémenter k et aller en 2, sinon la solution est $A = A^k$.

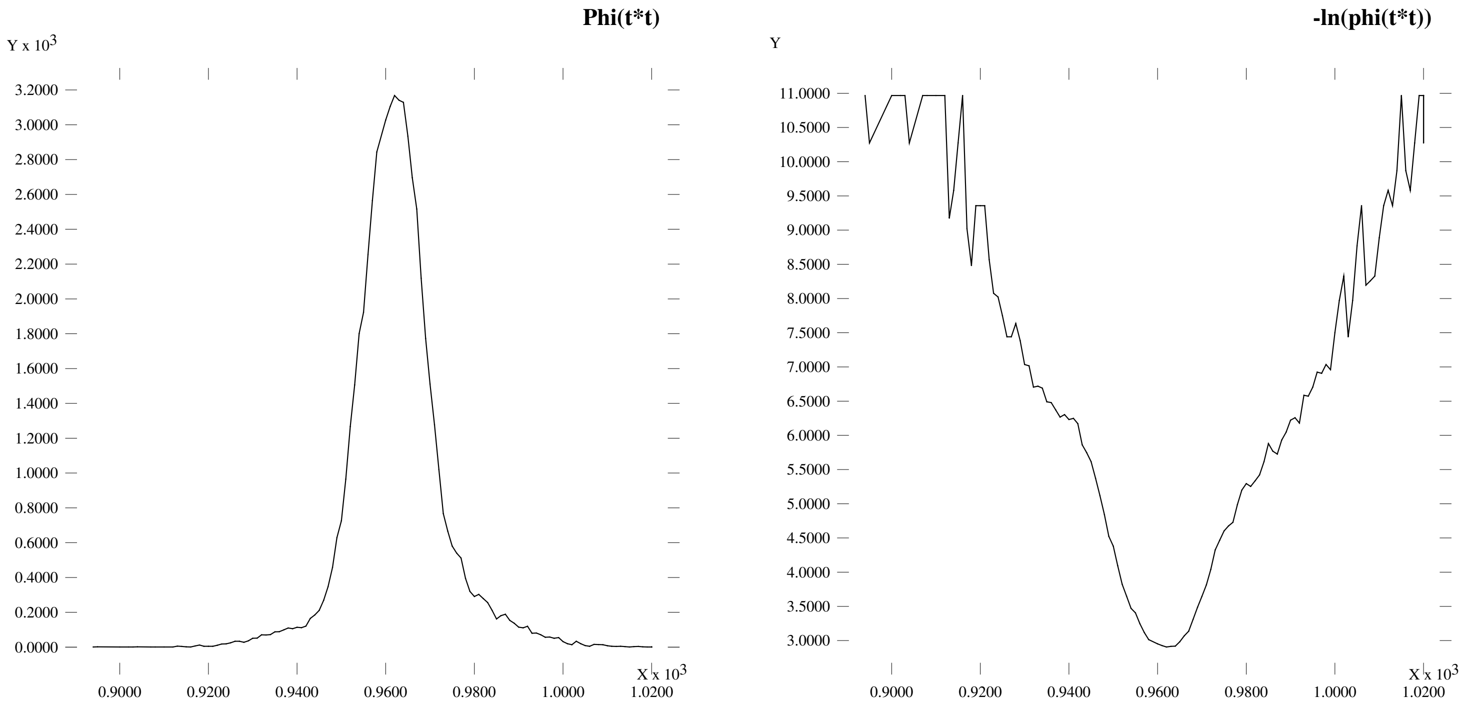
Modéliser le bruit?

Même image avec des perturbations différentes :

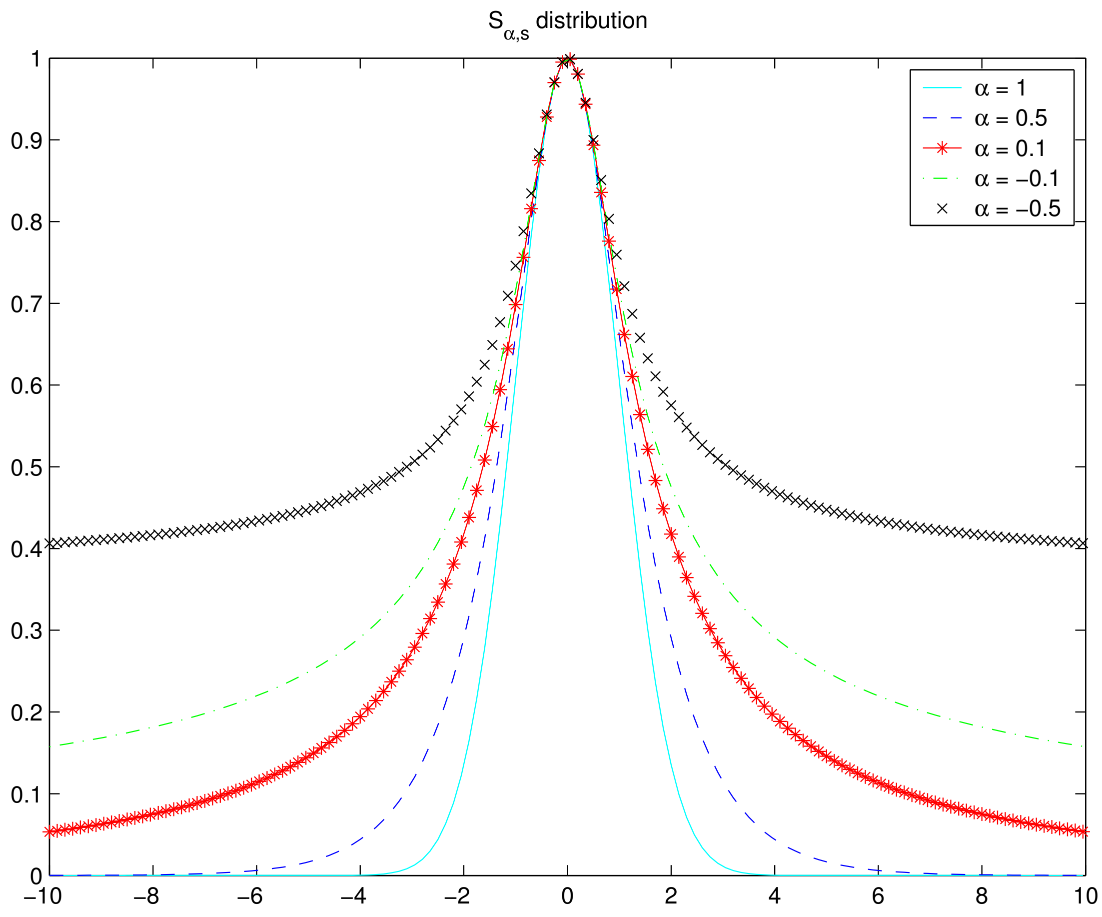
150 images. Référence donnée à la main.

Modèle du bruit



Le bruit n'est pas Gaussien, il semblent plutôt avoir, à longue distance, une distribution de type Laplace : $prob(x) = \frac{1}{2s}e^{-\frac{|x|}{s}}$ où s est l'échelle du bruit.

Famille SEF



Famille utile de distributions :
$prob(x) \propto e^{-\frac{1}{2}\phi_\alpha((\frac{x}{s})^2)}$ avec $\phi_\alpha(x) = \frac{1}{\alpha}((1+x)^\alpha - 1)$.

Choix de α

α	$\phi_{S_\alpha}(t)$	poids=$\phi'_{S_\alpha}(t)$	nom loi
1	t	1	Gauss
$\frac{1}{2}$	$2(\sqrt{1+t}-1)$	$\frac{1}{\sqrt{1+t}}$	Laplace lissée
0	non défini	$\frac{1}{1+t}$	Cauchy, T-Student
-1	$\frac{t}{(1+t)}$	$\frac{1}{(1+t)^2}$	Geman & McClure

Valeur de α décroissante :

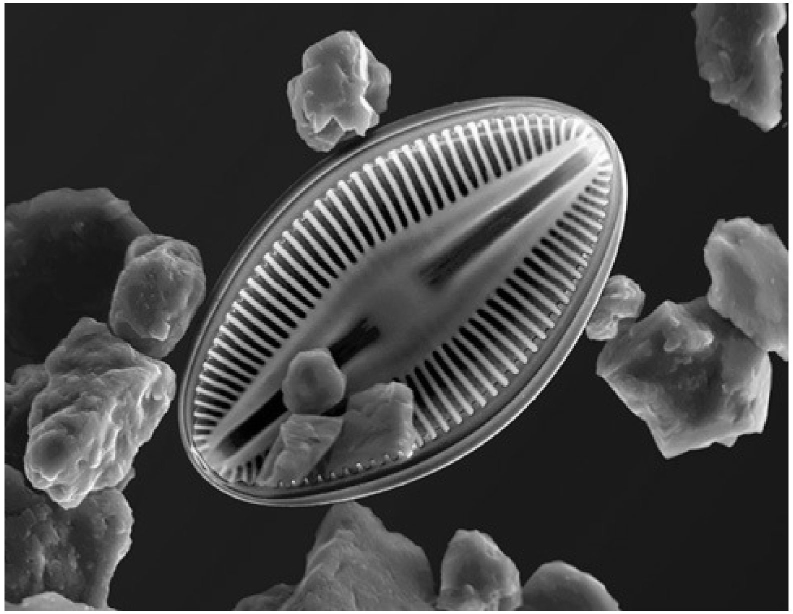
$\Rightarrow$ bruit de moins en moins Gaussien
$\Rightarrow$ régression de plus en plus robuste
$\Rightarrow$ robuste à 50% de points erronés lorsque $\alpha \rightarrow 0$, et quand $\alpha \in [0, 0.5]$ en dim. 1 [Mizera&Müller 1999].

Filtrage bilatéral

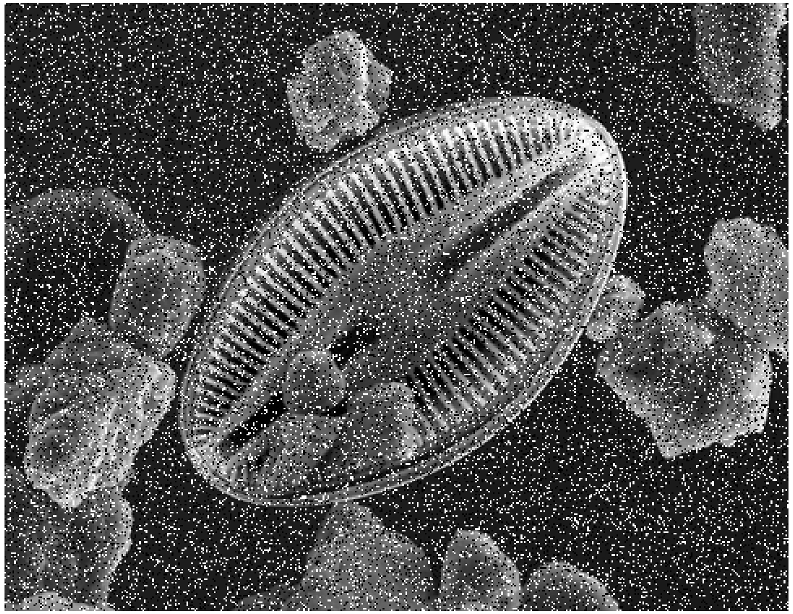
La méthode :

- Le filtrage bilatéral [Tomasi&Manduchi 1998] est une technique de lissage d'image qui conserve les contours.
- Elle consiste en une estimation robuste de la moyenne de l'intensité sur une fenêtre glissante.
- La distribution spatiale des pixels est prise en compte par des poids décroissants avec la distance.

Bruit synthétique



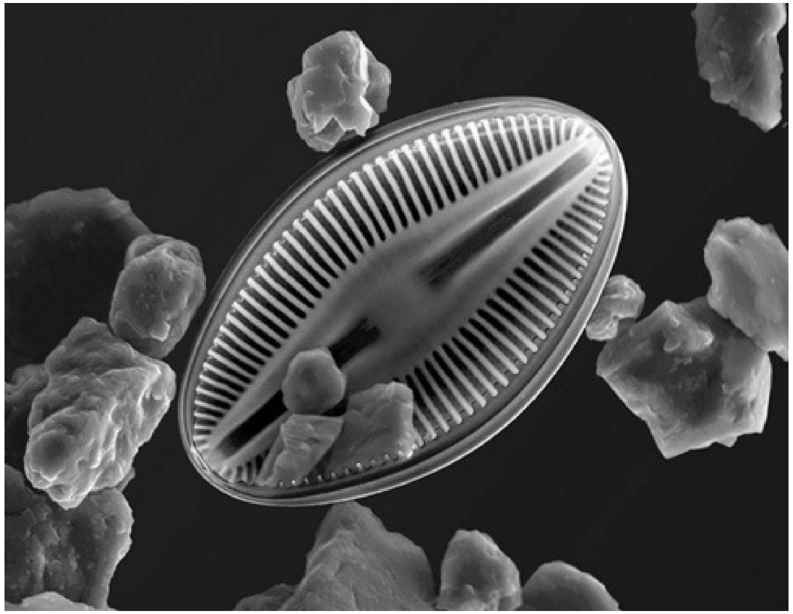
Originale



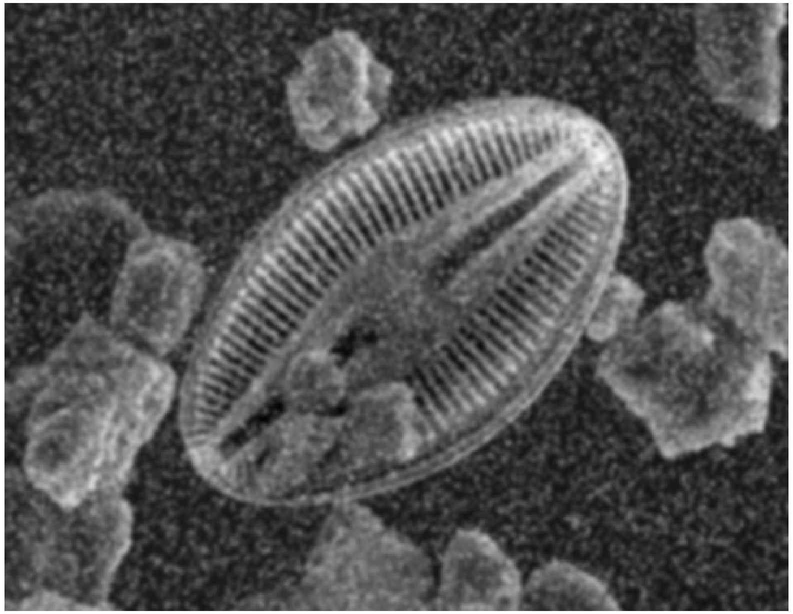
Bruitée

20% de bruit poivre et sel, PSNR=11.5dB.

Filtrage avec $\alpha = 1$



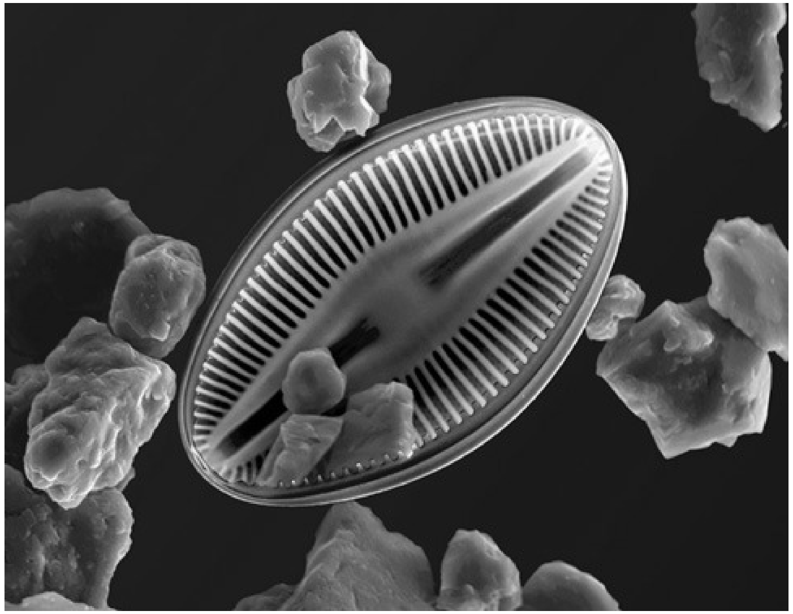
Originale



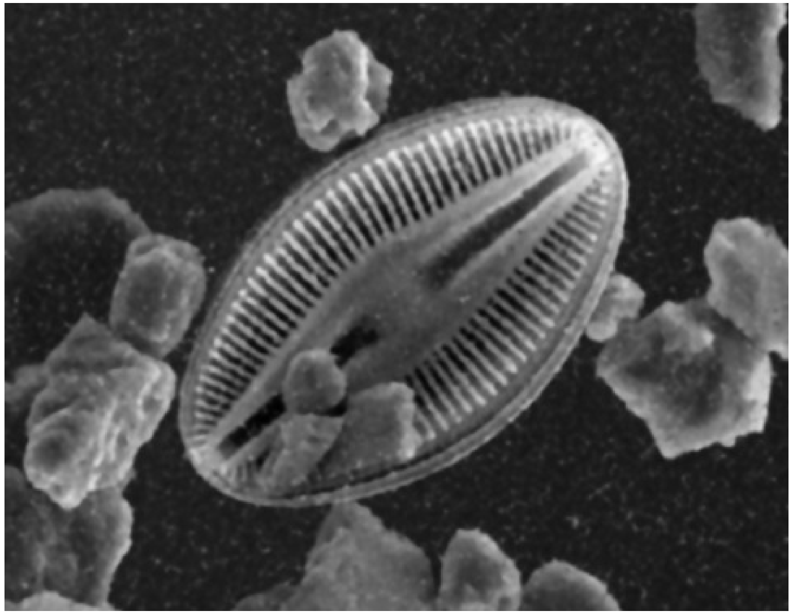
Filtrée

PSNR=20.3dB

Filtrage avec $\alpha = 0.75$



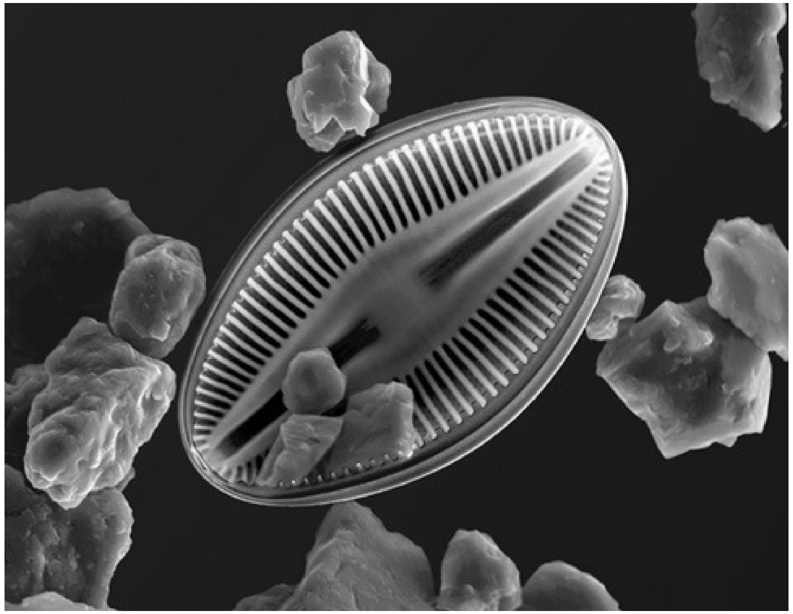
Originale



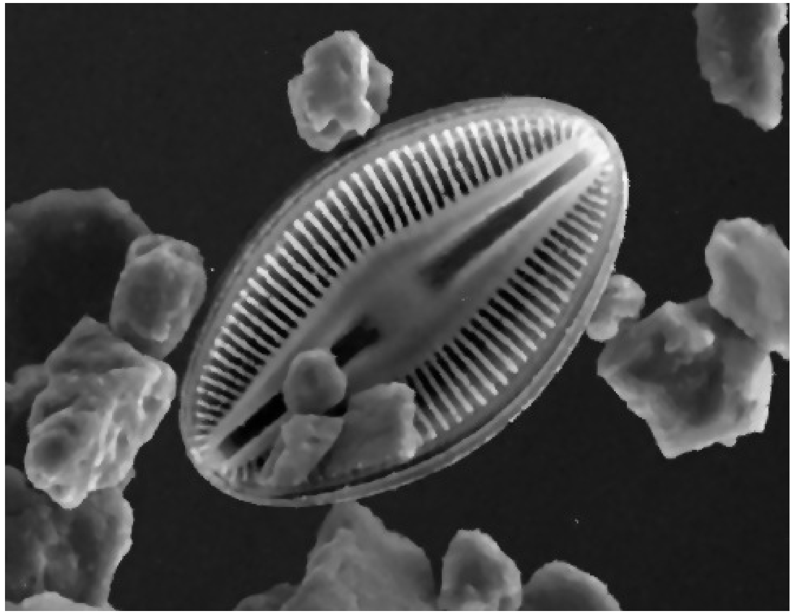
Filtrée

PSNR=25.2dB

Filtrage avec $\alpha = 0.5$



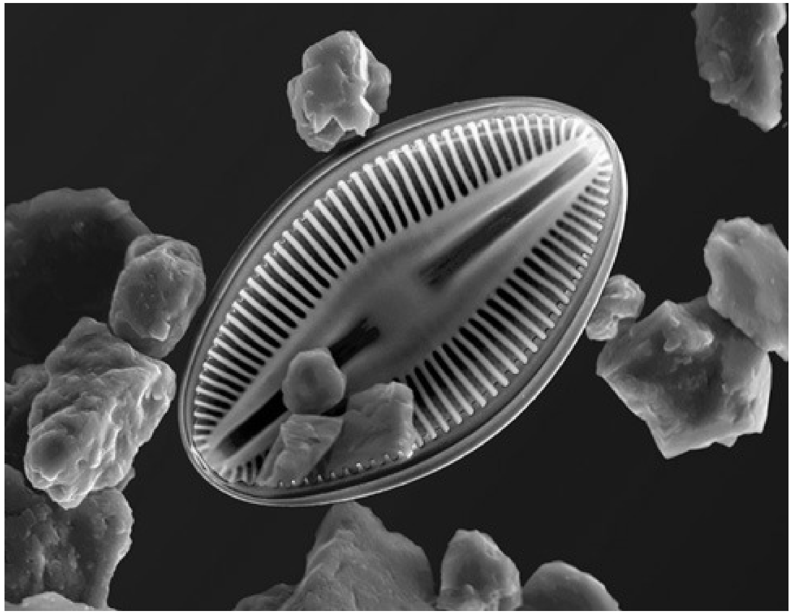
Originale



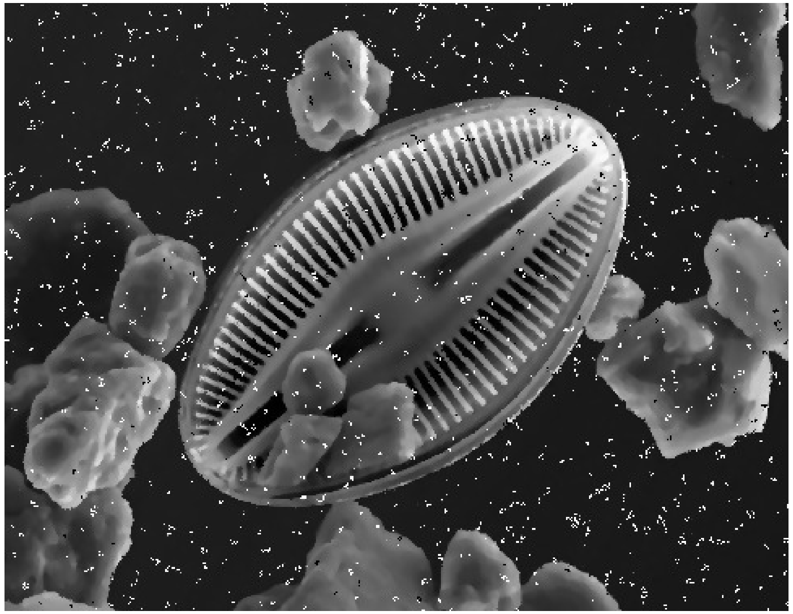
Filtrée

PSNR=28.1dB

Filtrage avec $\alpha = 0.25$



Originale



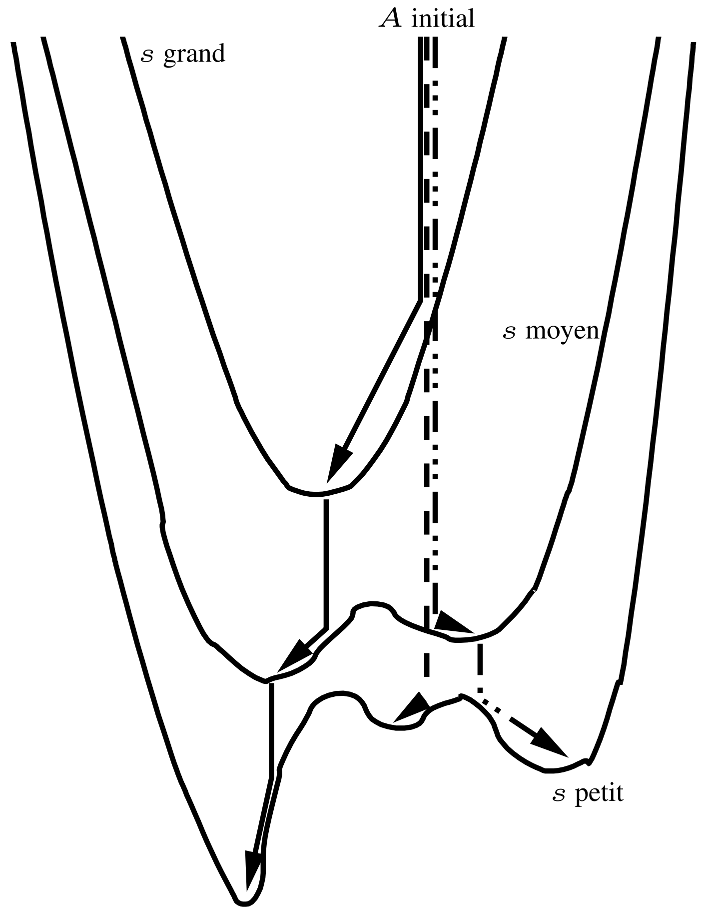
Filtrée

PSNR=19.6dB

Problème: convergence vers un minimum local éloigné de celui global.

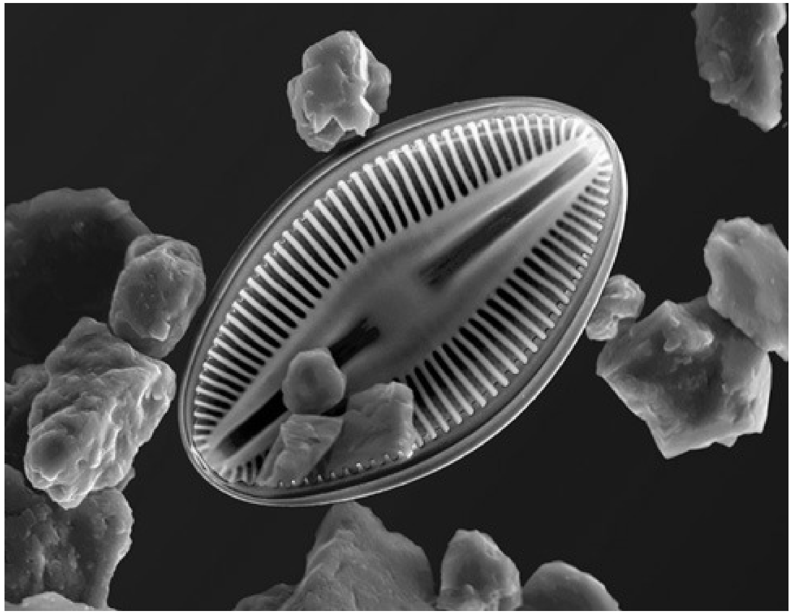
Convergence graduelle (GNC)

Fonction minimisée non convexe $\Rightarrow$ convergence vers un minimum local différent suivant l'initialisation de A.

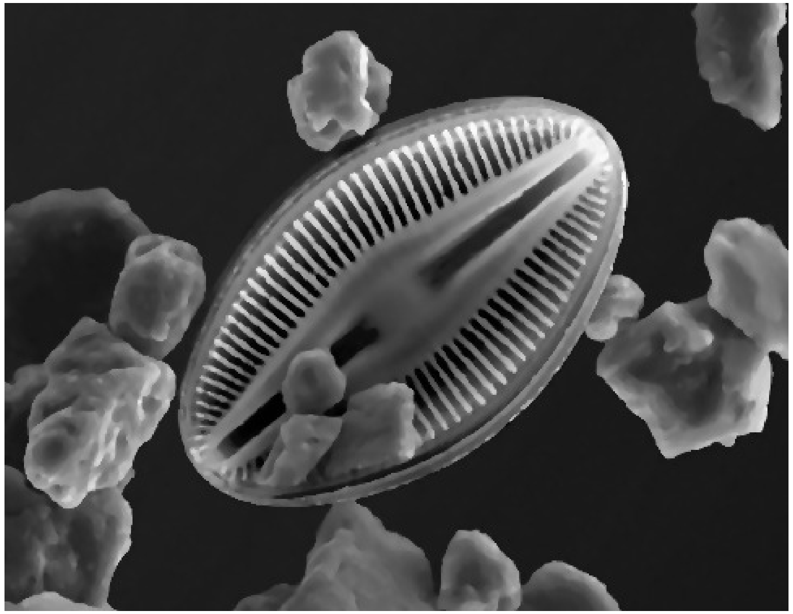


$\Rightarrow$ Convergence graduelle en faisant décroître α ou s vers la valeur correcte.

Convergence graduelle (GNC)



Originale

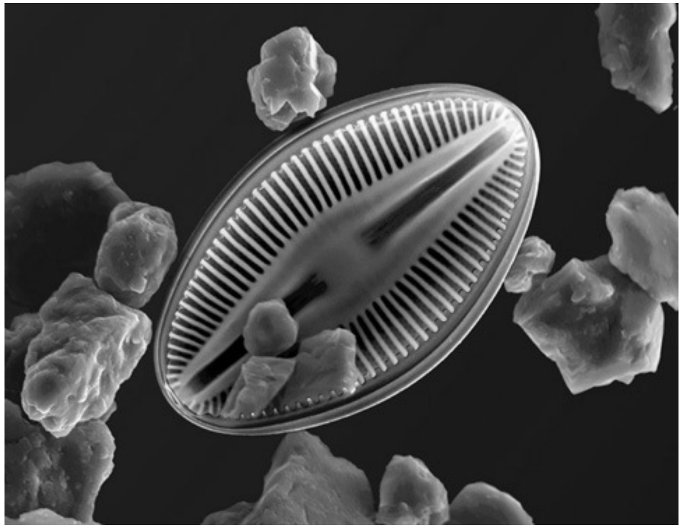


Filtrée

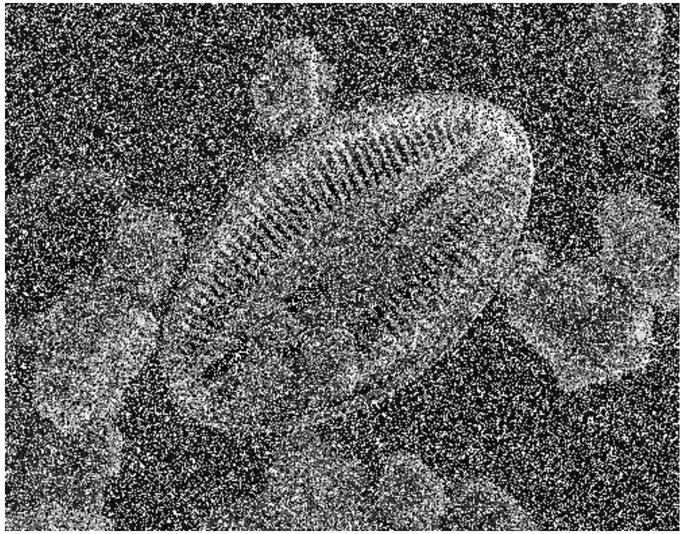
Filtrage avec $\alpha = [1.0, 0.75, 0.5, 0.25]$, PSNR=28.1dB.

50% de bruit poivre et sel

Originale

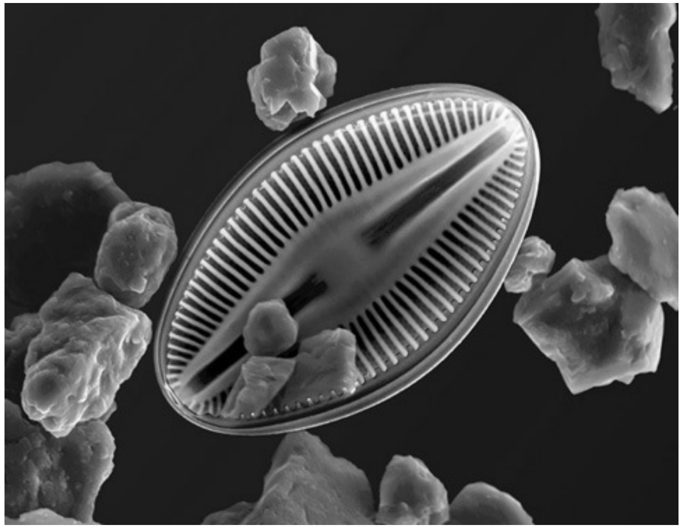


Bruitée

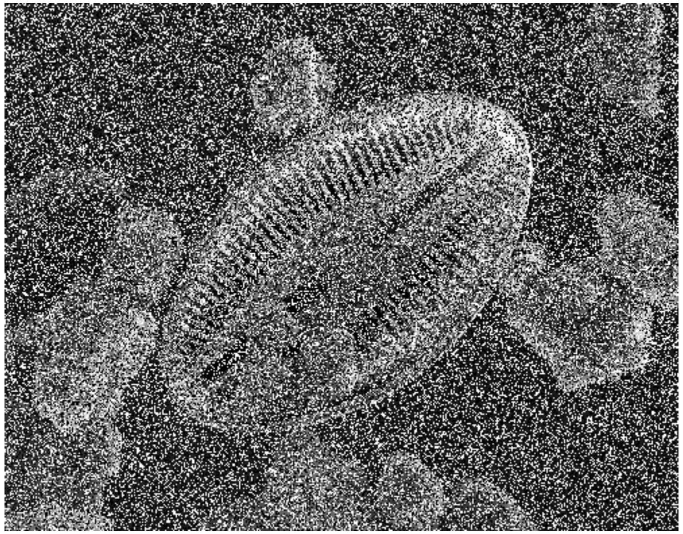


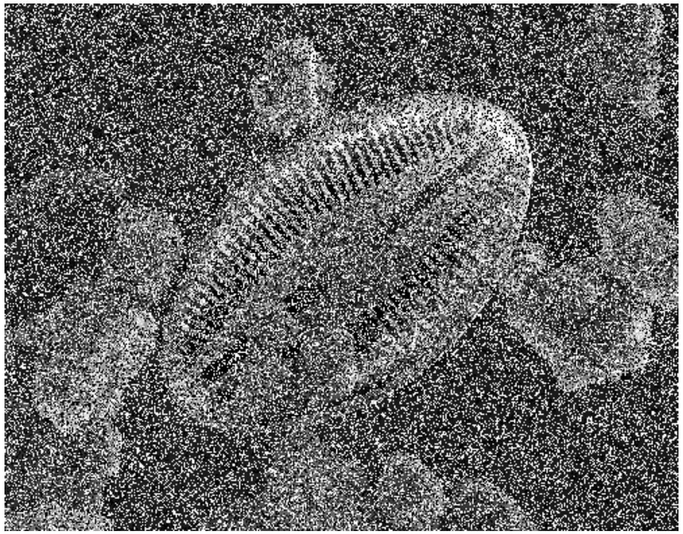
Filtrage avec $\alpha = 0.0$

Originale

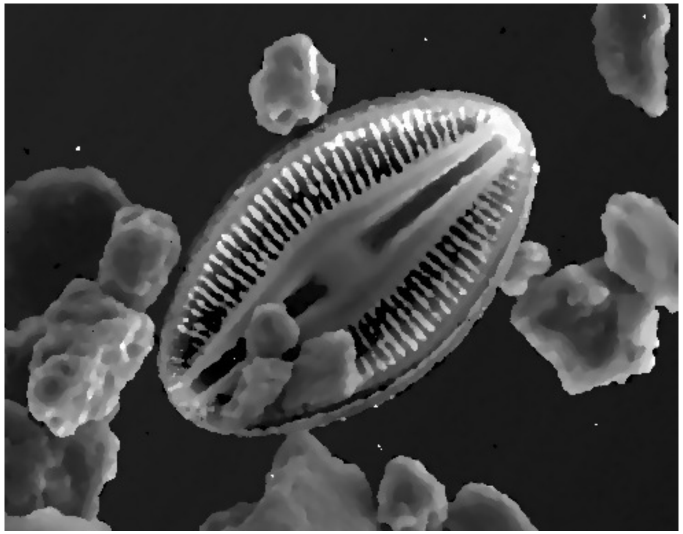


Bruitée





sans GNC



avec GNC (PSNR=22.5dB)

Intérêt de la reformulation?

Trois applications en analyse de l'environnement routier par caméras embarquées sur un véhicule :

1. Mesurer la position du véhicule sur la route.
2. Estimer le profil 3D de la route.
3. Estimer la forme de la chaussée.

Trois applications

1. Mesurer la position du véhicule sur la route.

2. Estimer le profil 3D de la route.

3. Estimer la forme de la chaussée.

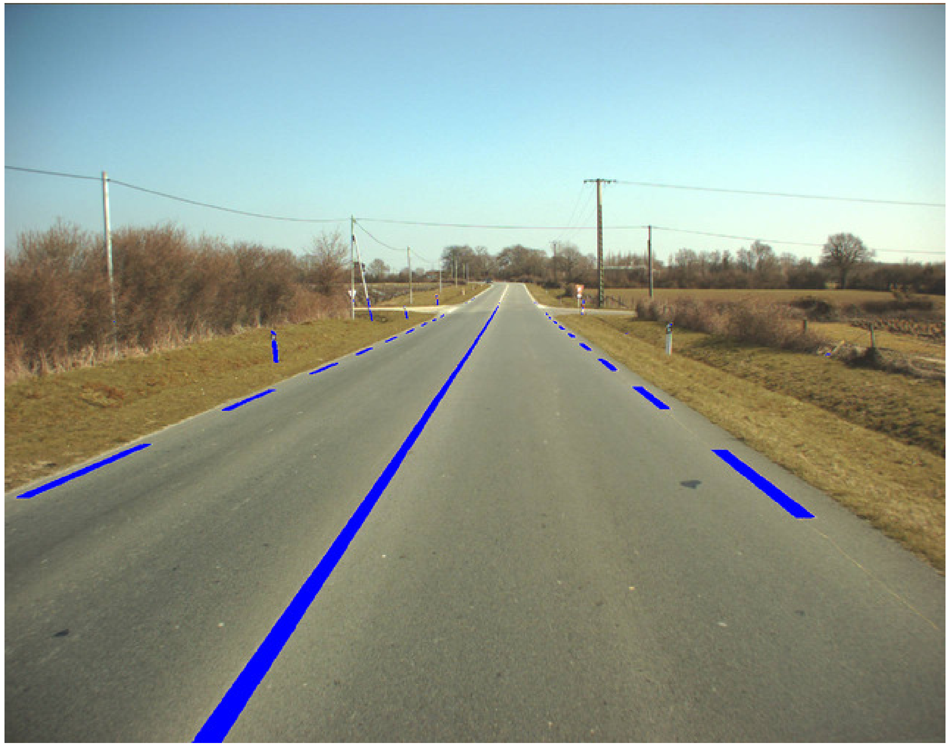
Position du véhicule dans sa voie

$\Rightarrow$ détection des marquages routiers proche par une caméra embarquée sur le véhicule.

Les étapes

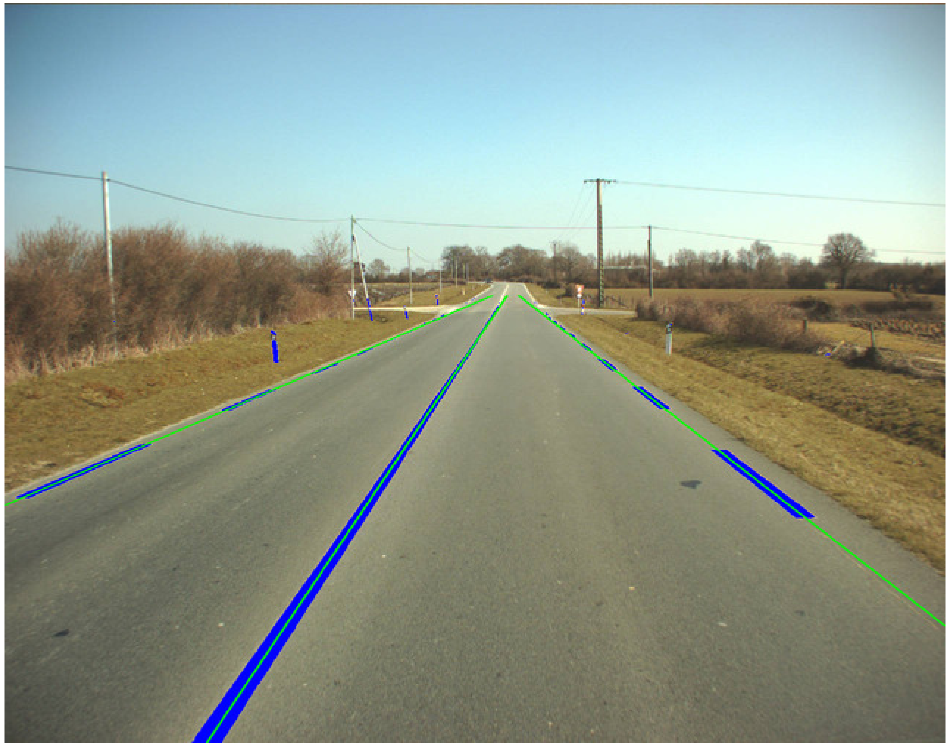
- Acquisition mono caméra frontale.

Les étapes



- Acquisition mono caméra frontale.
- Extraction des centres des marquages $\Rightarrow$ rapidité.

Les étapes

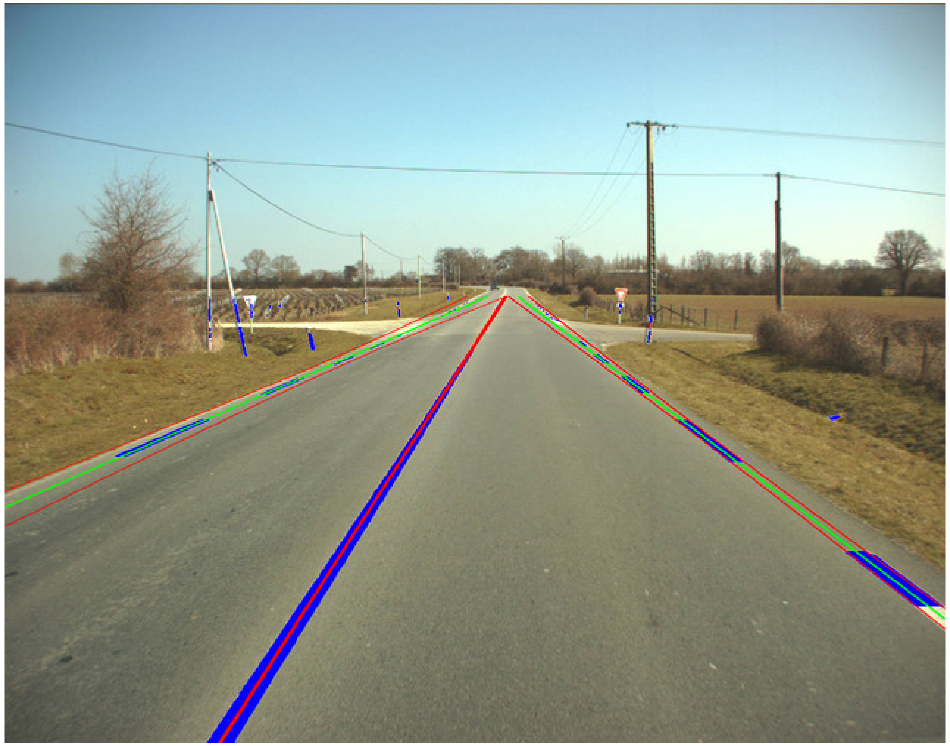


- Acquisition mono caméra frontale.
- Extraction des centres des marquages $\Rightarrow$ rapidité.
- Régression de courbes.

Les étapes

- Acquisition mono caméra frontale.
- Extraction des centres des marquages $\Rightarrow$ rapidité.
- Régression de courbes $\Rightarrow$ incertitudes.

Les étapes

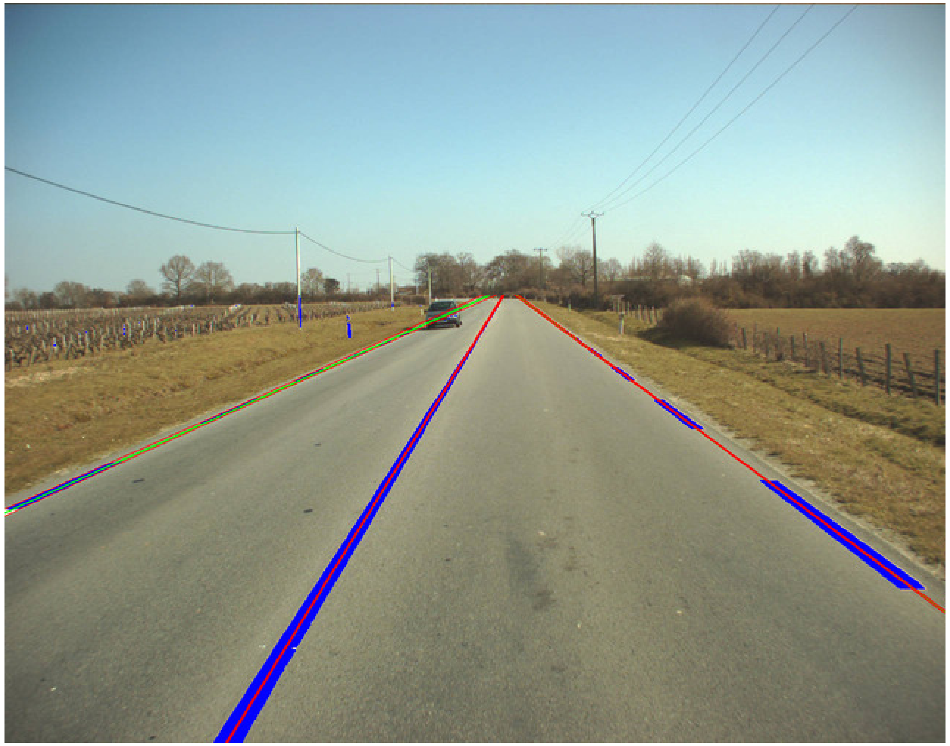


- Acquisition mono caméra frontale.
- Extraction des centres des marquages ⇒ rapidité.
- Régression de courbes ⇒ incertitudes.
- Suivi par un Kalman.

Les étapes

- Acquisition mono caméra frontale.
- Extraction des centres des marquages ⇒ rapidité.
- Régression de courbes ⇒ incertitudes.
- Suivi par un Kalman.

Les étapes



- Acquisition mono caméra frontale.
- Extraction des centres des marquages $\Rightarrow$ rapidité.
- Régression de courbes $\Rightarrow$ incertitudes.
- Suivi par un Kalman.

Les difficultés

Usure

Occultation

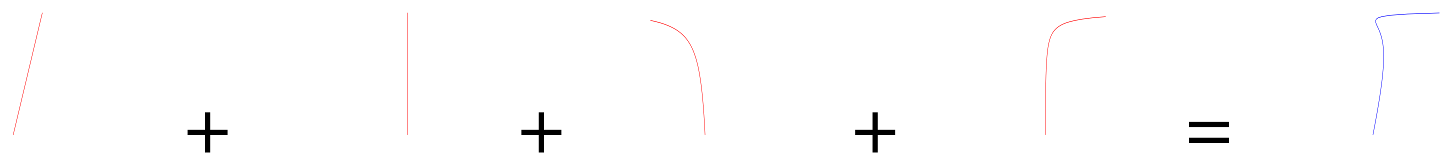
éclairage

Beaucoup de perturbations ⇒ bruit non Gaussien.

Représenter les marquages

$$y = xa_0 + a_1 + \frac{a_2}{x} + \cdots + \frac{a_d}{x^{d-1}} + b = X(x)^t A + b$$

- (x, y) est un centre de marquage, repère sur la ligne d'horizon.
- $A = (a_i)_{0 \leq i \leq d}$ est le vecteur des paramètres de la courbe $\Rightarrow$ linéarité.
- $X(x) = (x^{1-i})_{0 \leq i \leq d} = X$ est un vecteur de fonctions de base :



- b est le bruit.

Généralisation à plusieurs courbes

Principe du maximum de vraisemblance
$\Rightarrow$ minimiser l'erreur :

$$e_M(A) = \sum_{i=1}^{i=n} -\ln\left(\sum_{j=1}^{j=m} e^{-\frac{1}{2}\phi\left(\left(\frac{X_i^t A_j - y_i}{s}\right)^2\right)}\right) \qquad (4)$$

avec $A = (A_j), j = 1, \cdots, m$ regroupe l'ensemble des paramètres des courbes.

Reformulation Lagrangienne $\Rightarrow$ généralisation des moindres carrés pondérés itératifs au cas de l'estimation simultanée de plusieurs courbes [TIC 2008].

Algorithme généralisé

1. Initialiser le nombre m de courbes, le vecteur $A^0 = (A_j^0)$, $1 \leq j \leq m$, et poser $k = 1$.
2. Pour chaque paire (i^{me} point, j^{me} courbe), calculer $w_{ij}^k = (\frac{X_i^t A_j^{k-1} - y_i}{s})^2$ et $\lambda_{ij}^k = \frac{e^{-\frac{1}{2}\phi(w_{ij}^k)}}{\sum_{j=1}^{j=m} e^{-\frac{1}{2}\phi(w_{ij}^k)}} \phi'(w_{ij}^k)$
3. Résoudre le système linéaire :

$$bdia_{1 \leq j \leq m}(\sum_{i=1}^{i=n} \lambda_{ij}^k X_i X_i^t) A^k = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{i=n} \lambda_{i1}^k y_i X_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{i=n} \lambda_{im}^k y_i X_i \end{bmatrix}$$

4. Si $\|A^k - A^{k-1}\| > \epsilon$, incrémenter k, et aller en 2, sinon la solution est $A = A^k$.

Utilisation de l'a priori

Par un choix astucieux de C_{pr} et A_{pr}, il est possible de :

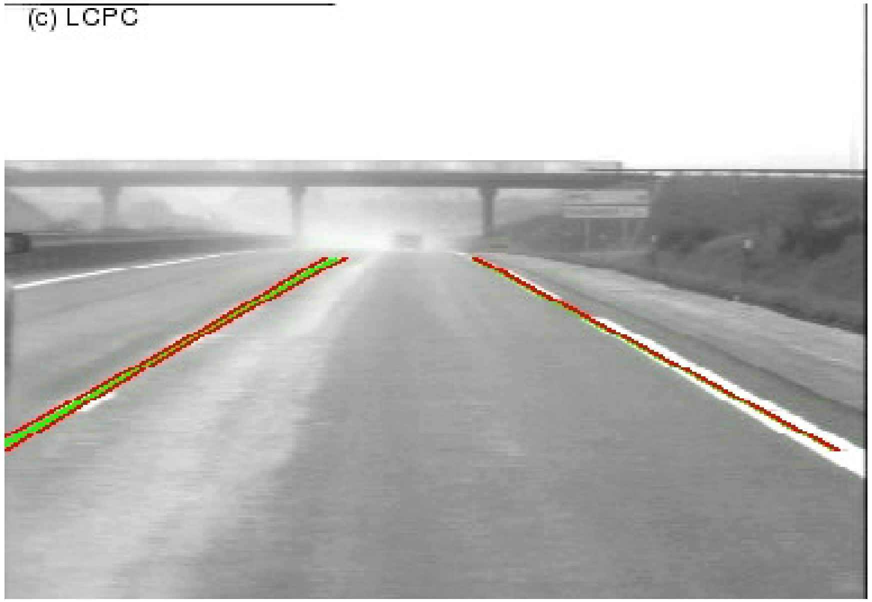
- Préférer les courbes rectilignes,
- forcer le parallélisme dans l'image ou au sol,
- pousser au passage par un point ou à avoir des orientations symétriques.

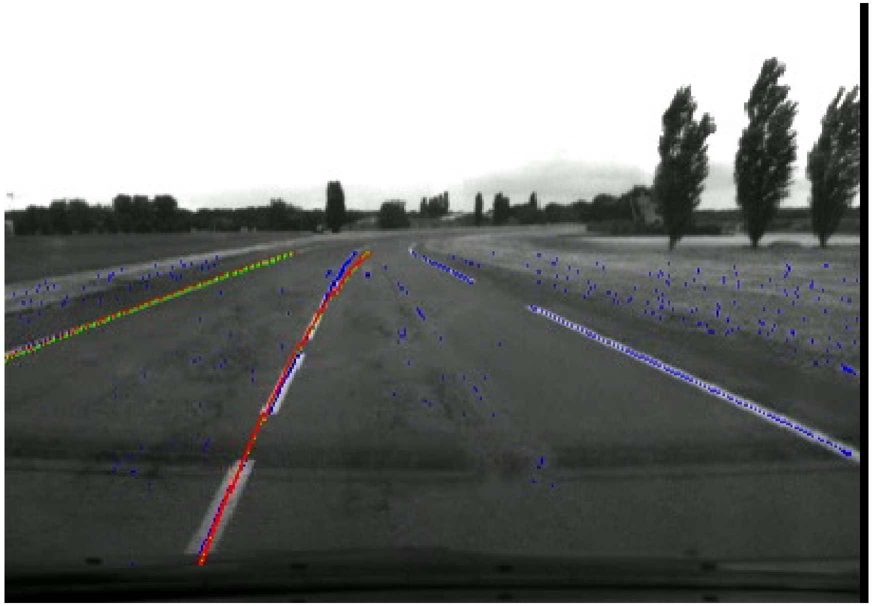
Matrice de covariance

- Pas de solution explicite pour cette matrice de covariance, seulement des approximations.
- Terme correctif nécessaire pour tenir compte de la corrélation du bruit.
- La précision de la détection pour la ligne x est $\pm\sqrt{X(x)^t C_j^{-1} X(x)}$, ou C_j est la matrice de covariance de la j^{me} courbe.

$\Rightarrow$ permet l'intégration dans un filtre de Kalman pour le suivi.

Résultats





⇒ suivi lors d'un changement de voie.

Trois applications

1. Mesurer la position du véhicule sur la route.
2. Estimer le profil 3D de la route.
3. Estimer la forme de la chaussée.

Véhicule avec stéréovision

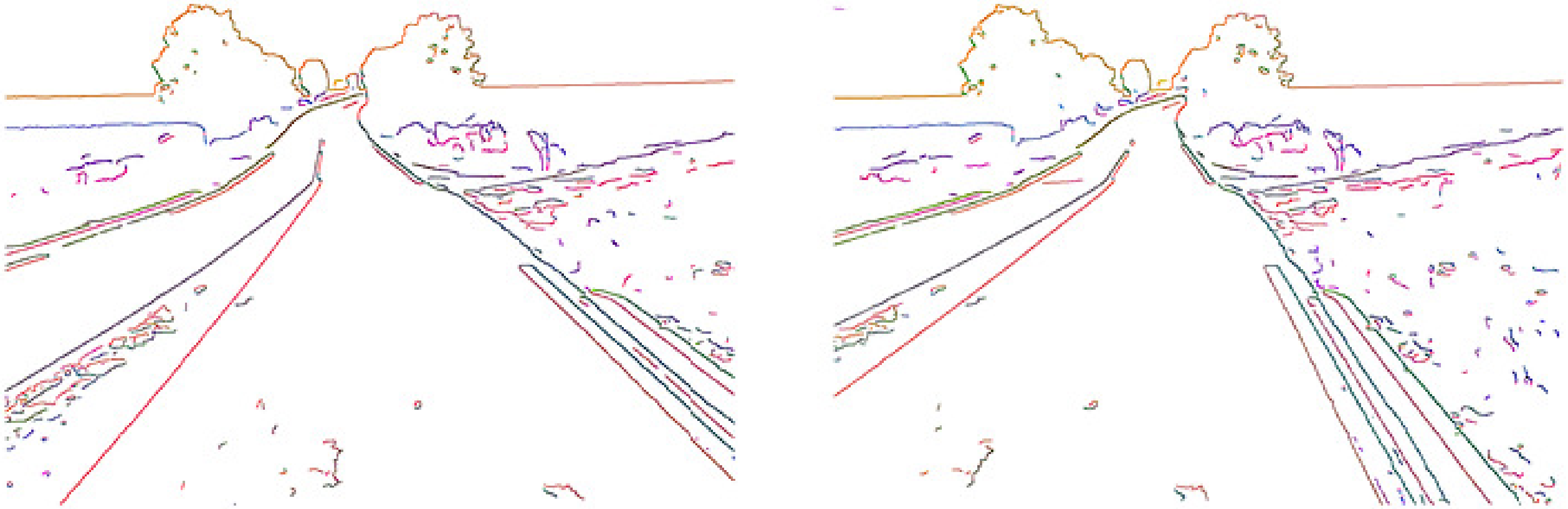
Paire stéréoscopique en géométrie proche de celle rectifiée.

Extrait : LRS.

Les étapes

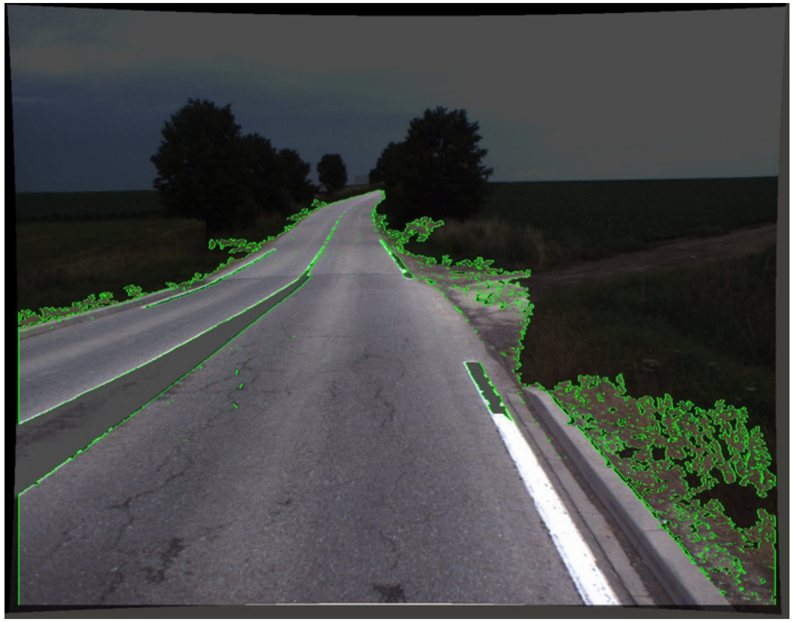

- Acquisition stéréo, calibrage, rectification.

Les étapes



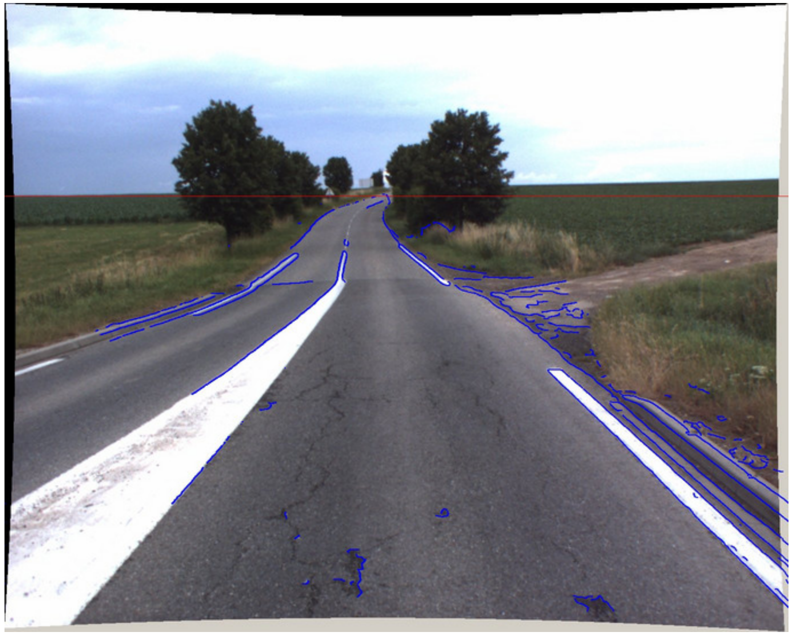
- Acquisition stéréo, calibrage, rectification.
- Extraction des contours $\Rightarrow$ rapidité.

Les étapes

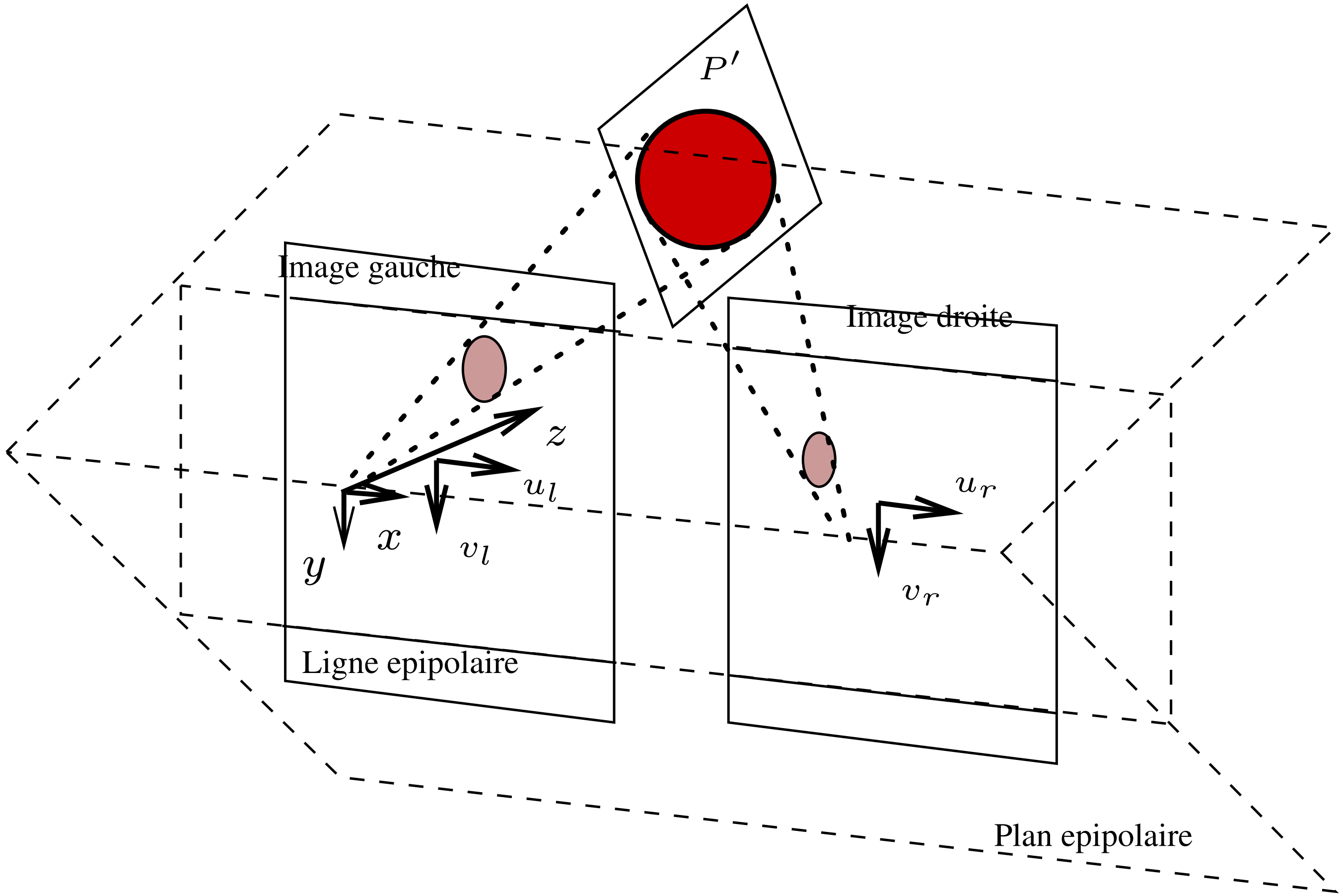
- Acquisition stéréo, calibrage, rectification.
- Extraction des contours $\Rightarrow$ rapidité.
- Segmentation $\Rightarrow$ sélection des contours sur le sol.

Les étapes



- Acquisition stéréo, calibrage, rectification.
- Extraction des contours $\Rightarrow$ rapidité.
- Segmentation $\Rightarrow$ sélection des contours sur le sol.
- Reconstruction 3D du profil de la route.

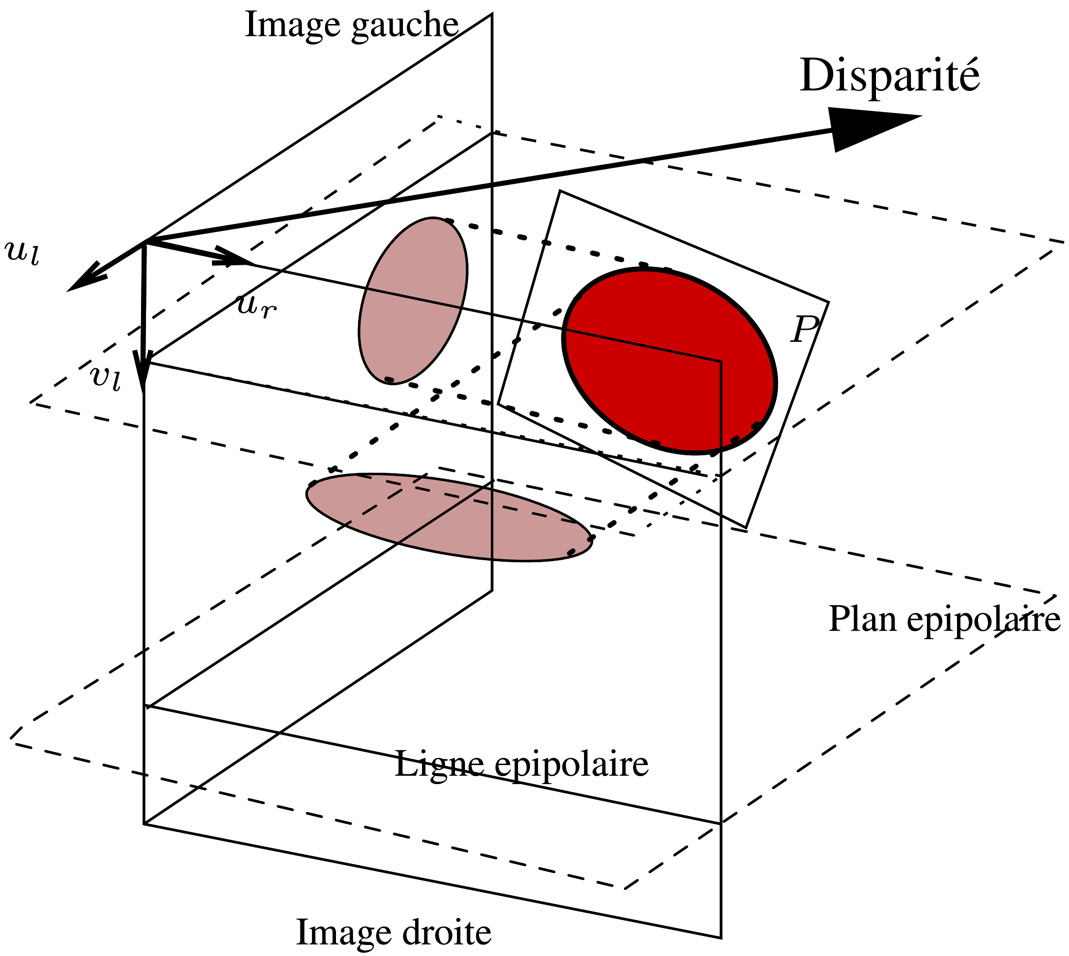
Modèle de route



La forme de la route est représentée par une surface paramétrée linéairement.

problème : l'incertitude augmente avec la distance.

Espace u-v-disparité



Bijection entre les coordonnées 3D et $(u, v, disparite)$ [T 1998] $\Rightarrow$ le modèle de la route est une surface polynômiale dans l'espace des disparités.

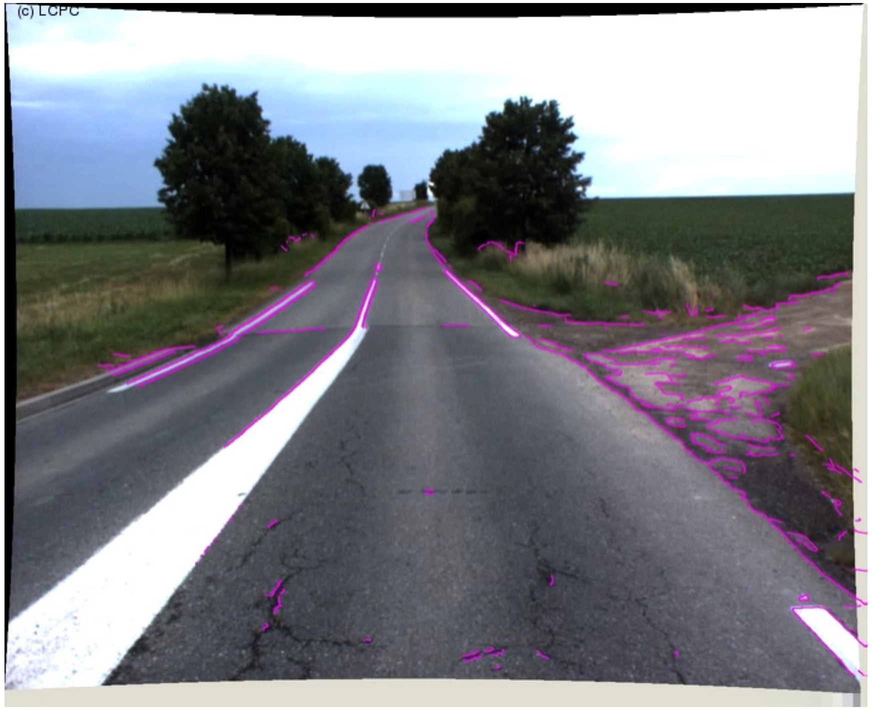
Profil 3D de la route

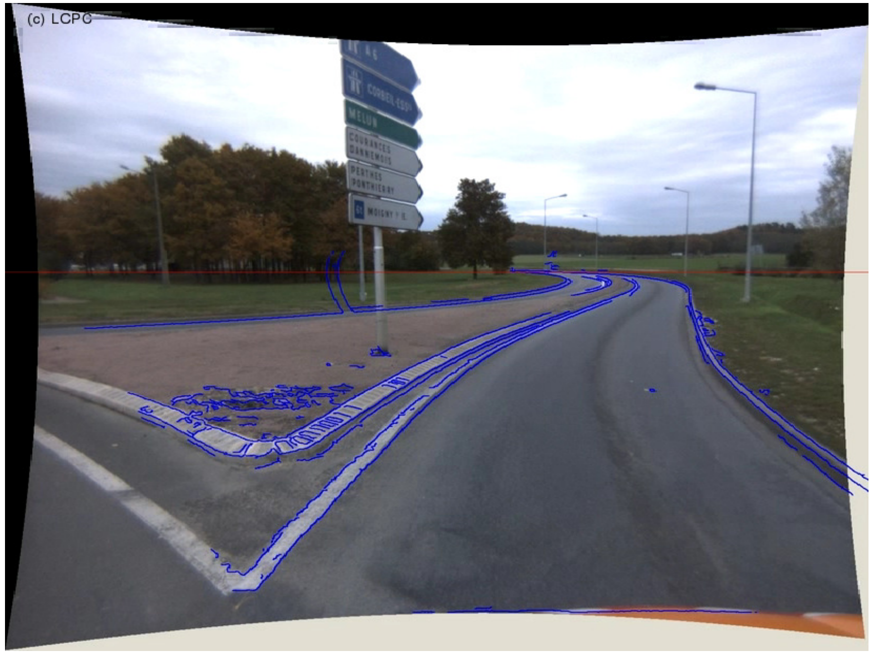
$$u_l - u_r = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + \cdots + a_d v^d + b$$

- (u_r, u_l, v) est un appariement entre deux pixels (u_r, v) et (u_l, v) en géométrie rectifiée.
- $A = (a_i)_{0 \leq i \leq d}$ est le vecteur des paramètres du profil vertical de la route $\Rightarrow$ linéarité.
- $X(v) = (v^d)_{0 \leq i \leq d} = X$ est un vecteur de fonctions de base.
- b est le bruit.

$\Rightarrow$ problème de régression robuste sur l'ensemble des appariements [TIC 2007].

Résultats





$\Rightarrow$ robuste à 30% de points erronés dans chaque image.

Trois applications

1. Mesurer la position du véhicule sur la route.
2. Estimer le profil 3D de la route.
3. Estimer la forme de la chaussée.

Les étapes

- Acquisition mono caméra frontale.

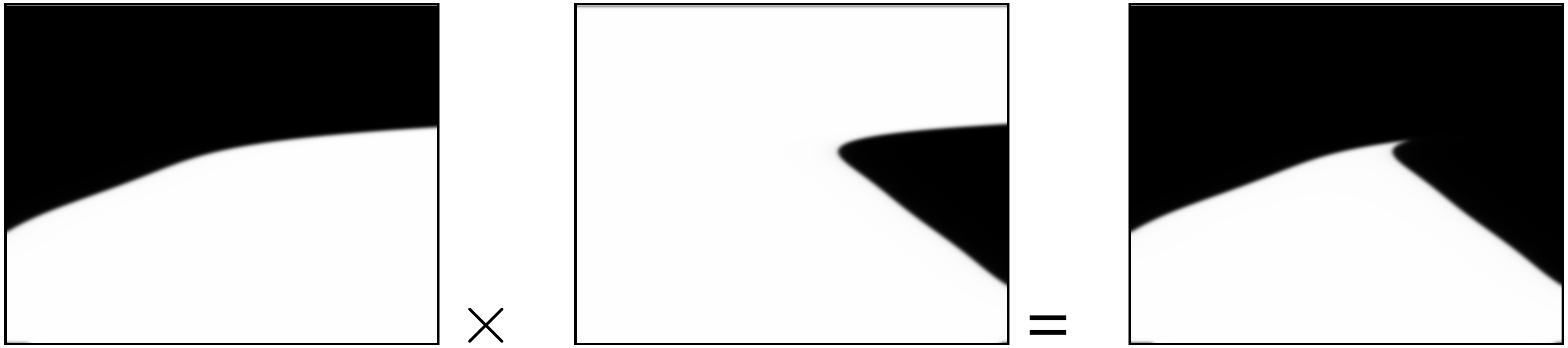
Les étapes

- Acquisition mono caméra frontale.
- Segmentation de la chaussée.

Les étapes

- Acquisition mono caméra frontale.
- Segmentation de la chaussée.
- Modélisation région de la forme de la route.

Modèle de la région route



$$\Omega_{A_l,A_r}(u,v) = \left(g\left(\frac{A_l^t X(v) - u}{s}\right) + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - g\left(\frac{A_r^t X(v) - u}{s}\right)\right)$$

- (u, v) est un pixel de l'image.
- A_l est le vecteur des paramètres du bord gauche et A_r du bord droit $\Rightarrow$ linéarité.
- $X(v)$ est un vecteur de fonctions de base de v.
- g est une fonction seuil lisse et impaire, $g(+\infty) = \frac{1}{2}$.

Régression région

$$erreur(A_l, A_r) =$$

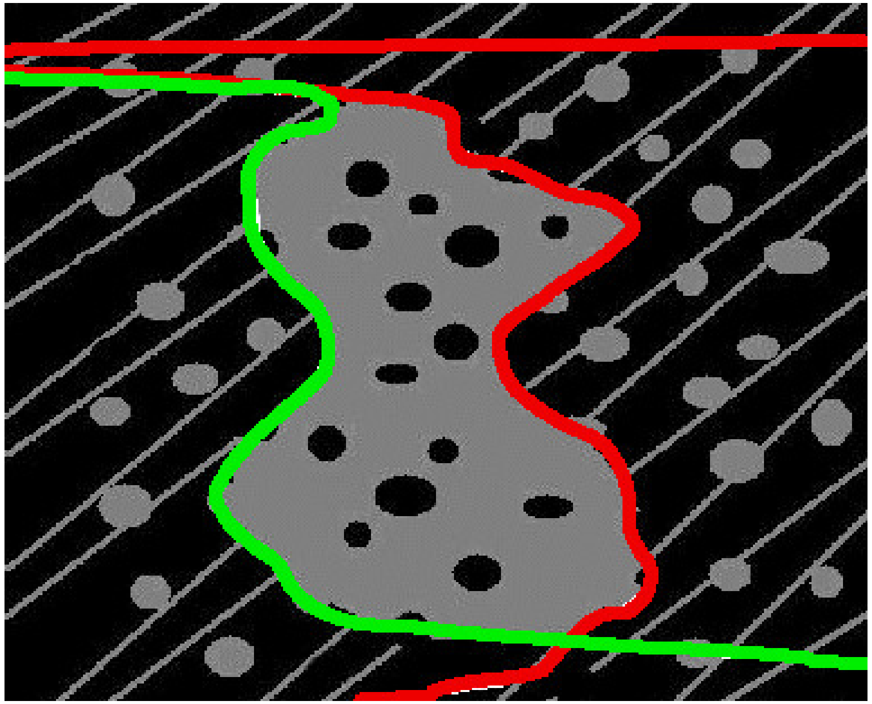
$$\sum_{u,v} \left[P(u,v) - \left(g(\tfrac{A_l^t X_v - u}{s}) + \tfrac{1}{2} \right) \left(\tfrac{1}{2} - g(\tfrac{A_r^t X_v - u}{s}) \right) \right]^2$$

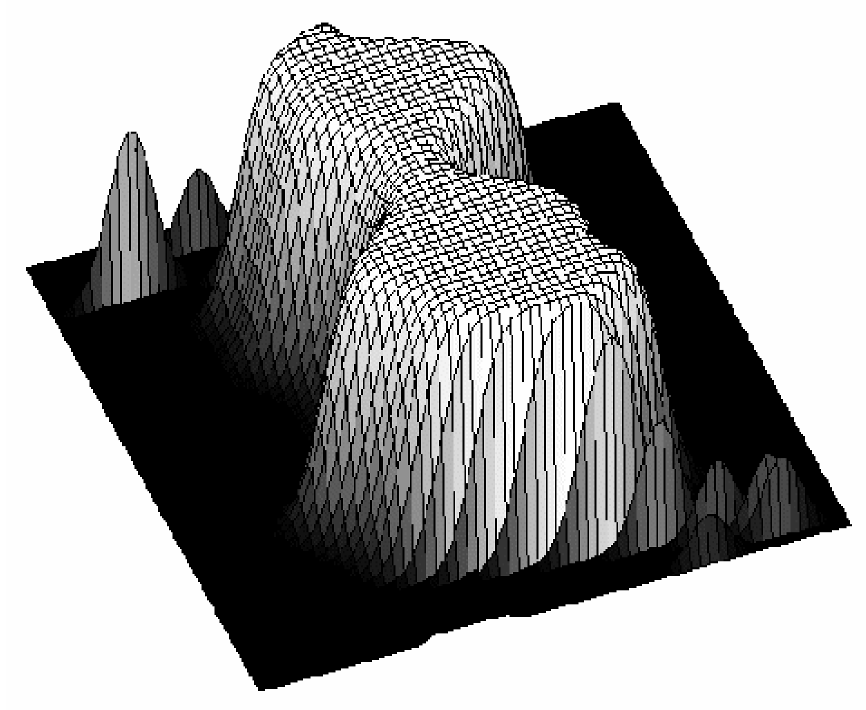
problème : où est le carré des résidus?

Après développement, le carré $g^2(r)$ est réécrit comme $h(r^2)$.

$\Rightarrow$ application de la reformulation Lagragienne du semi-quadratique [BT 2007].

Résultat





$\Rightarrow$ régression région plus robuste qu'avec les contours.

Conclusion

L'approche semi-quadratique :

- Permet de dériver des algorithmes pour résoudre des problèmes variés de régression robuste avec modèle génératif linéaire.
- Il y a certaines hypothèses à vérifier pour assurer la convergence vers un minimum local.
- procédure relativement flexible.

Questions :

- Tenir compte de la corrélation du bruit dans la covariance de l'estimée?
- Liens avec EM?

Références

[Huber 1981] P. J. Huber. *Robust Statistics*. John Wiley and Sons, New York, New York, 1981.

[Geman&Geman 1984] S. Geman and D. Geman. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration ofimages. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6(6):721–741, 1984.

[Geman&Reynolds 1992] D. Geman and G. Reynolds. Constrained restoration and the recovery of discontinuities. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(3):367–383, 1992.

[Charbonnier&all 1997] P. Charbonnier, L. Blanc-Féraud, G. Aubert, and M. Barlaud. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging. *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(2):298–311, 1997.

[Yuille&Rangarajan 2003] A. L. Yuille and A. Rangarajan. The concave-convexe procedure. *Neural Computation*, 15(4):915–936, 2003.

[Champagnat&Idier 2004] F. Champagnat and J. Idier. A connection between half-quadratic criteria and em algorithms. *IEEE Signal Processing Letters*, 11(9):709–712, 2004.

[TIC 2008] J.-P. Tarel, S.-S. Ieng, and P. Charbonnier. A constrained-optimization based half-quadratic algorithm for robustly fitting sets of linearly parametrized curves. *Advances in Data Analysis and Classification*, 2(3):227–239, 2008.

Références

[Mizera&Müller 1999] I. Mizera and C. Müller. Breakdown points and variation exponents of robust M-estimators in linear models. *The Annals of Statistics*, 27(4):1164–1177, 1999.

[Tomasi&Manduchi 1998] C. Tomasi and R. Manduchi. Bilateral filtering for gray and color images. In *Proceedings of 6th International Conference on Computer Vision*, pages 839–846, New Delhi, India, 1998.

[T 1998] J.-P. Tarel. Global 3D planar reconstruction with uncalibrated cameras and rectified stereo geometry. *International Jounal Machine Graphics and Vision*, 6(4):393–418, 1997.

[TIC 2007] J.-P. Tarel, S.-S. Ieng, and P. Charbonnier. Accurate and robust image alignment for road profile reconstruction. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'07)*, volume V, pages 365–368, San Antonio, Texas, USA, 2007.

[BT 2007] E. Bigorgne and J.-P. Tarel. Backward segmentation and region fitting for geometrical visibility range estimation. In *Proceedings of the Asian Conference on Computer Vision (ACCV'07)*, volume II, pages 817–826, Tokyo, Japan, 2007.