

Techniques « Soft-Computing » pour l'Identification de Systèmes. Une Perspective d'Optimisation

Gonzalo Joya
Dpto. Tecnología Electrónica
ETSI Telecomunicación
Universidad de Málaga
29017 Málaga
joya@dte.uma.es

Paris, le 28 février 2003



Dpto. Tecnología Electrónica
Universidad de Málaga

Plan

- Identification d 'un Système Dynamique
- Estimation Paramétrique en temps réel
 - Modèle d 'Hopfield
- Estimation paramétrique hors de temps
 - Algorithmes Génétiques
- Un cas d 'étude simulé: Epidémie VIH-SIDE à Cuba
- Résultats
- Conclusions
- Références



Identification d'un Système Dynamique

Un système dynamique:

- Il a un fonctionnement interne non directement observable
- Il est formulé par un système d'équations différentielles ordinaires

Identification

- Il faut caractériser le fonctionnement du système
- Il faut trouver le modèle EDO qui décrit le système



Identification d'un Système Dynamique

Identification type «boîte noire»

Il n'existe aucune
connaissance additionnelle

Identification type «boîte grise»

Le modèle physique a des
paramètres inconnus

Estimation paramétrique

Identification en temps réel

L'estimation évolue avec les
observations du système

Réseaux de neurones d'Hopfield

Identification hors temps réel

Le modèle est évalué une fois à partir
d'un ensemble
d'observations historiques

Algorithmes Génétiques



*Dpto. Tecnología Electrónica
Universidad de Málaga*

Estimation Paramétrique en temps réel

Description du problème

$$y = \dot{x} = f(x, u, \theta)$$

Système Dynamique

$$\dot{\hat{\theta}} = g(\hat{\theta}, x, u)$$

Règle d'adaptation des paramètres estimés

$$\hat{\theta} - \theta$$

Erreur d'estimation

$$\|e\|^2 = \|y - f(x, u, \hat{\theta})\|^2$$

Erreur de prédiction

Objectif de minimisation

Estimation Paramétrique en temps réel
Estimation par gradient

$$\dot{\hat{\theta}} = -k \frac{\partial \|e\|^2}{\partial \hat{\theta}}$$

Estimation par gradient

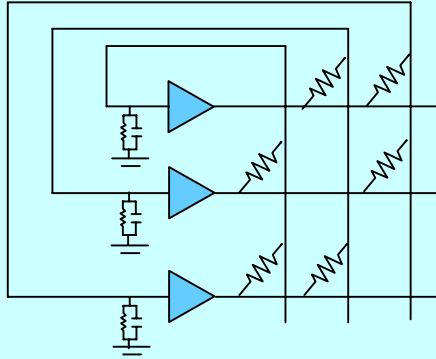
$$y = \dot{x} = A(x, u) \theta$$

Système Linéaire de Paramètres

Règle d'adaptation

$$\dot{\hat{\theta}} = -k \frac{\partial \|e\|^2}{\partial \hat{\theta}} = 2k \left(-A^T A \hat{\theta} + A^T y \right)$$

Modèle d 'Hopfield Application à l 'Optimisation



$$\frac{du_i}{dt} = \sum_j t_{ij} s_j - I_i$$

$$s_i(t) = \tanh(u_i(t))$$

Réseaux rebouchés d 'Hopfield
Dynamique D 'Abe

Fonction d 'Energie

$$E(\mathbf{s}) = -\frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{W} \mathbf{s} + \mathbf{s}^T \mathbf{I}$$

$$E(\mathbf{s}) = -\frac{1}{2} \sum_j \sum_i t_{ij} s_i s_j + \sum_{ii} I_i s_i$$

Application à l 'Optimisation

Pour optimiser $F(\mathbf{x})$

Faire $E \equiv F$ et $\mathbf{s} \equiv \mathbf{x}$

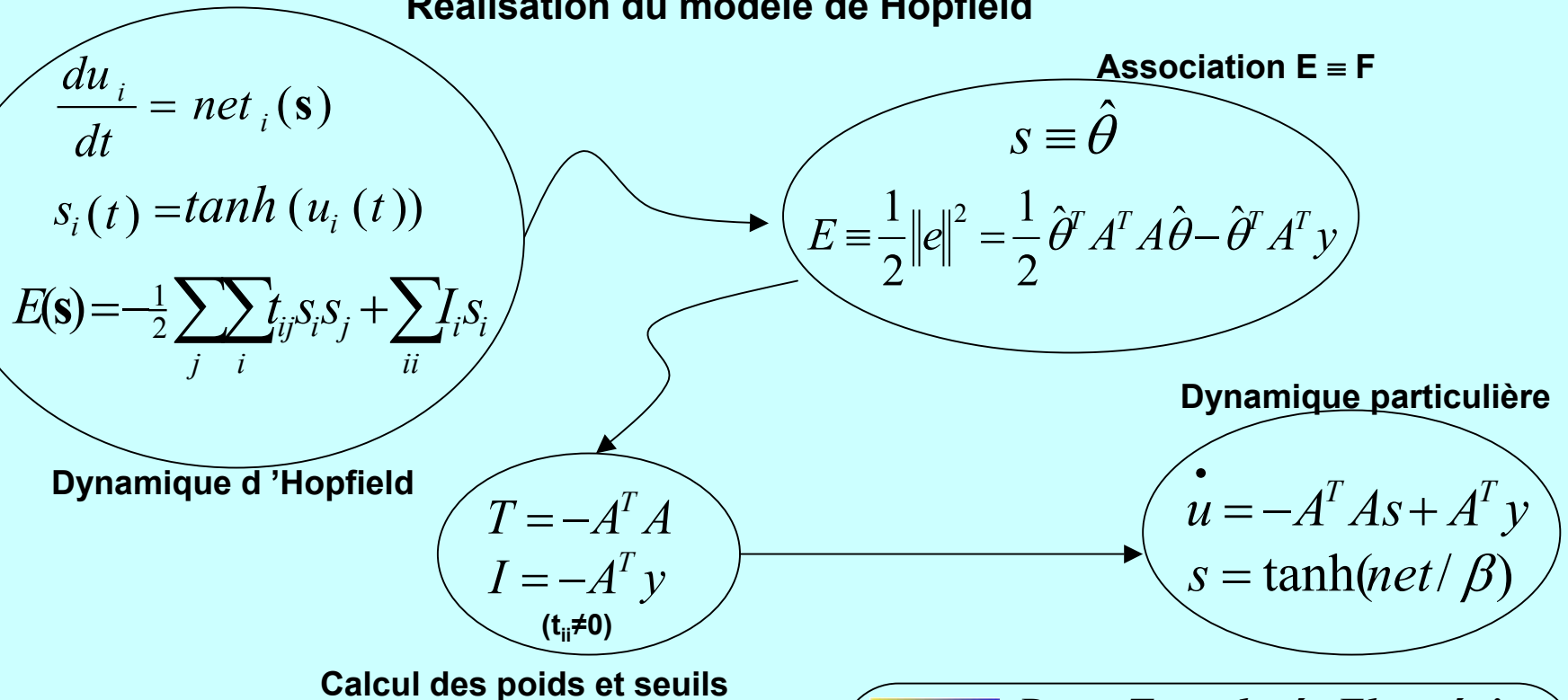
Obtenir \mathbf{W} et \mathbf{I}

Estimation Paramétrique en temps réel

Par des Réseaux d 'Hopfield

$$F(\hat{\theta}) = 2k \left(-A^T A \hat{\theta} + A^T y \right)$$

Réalisation du modèle de Hopfield



Estimation Paramétrique hors temps réel

Description du problème

Trouver les θ qui minimisent J

EDO

$$\dot{x} = f(t, x, \theta)$$

Ensemble discret d'observations

$$y^i = x(\tau_i) + \varepsilon_i$$

$$J(\theta) = \sum \frac{\|x(\tau_i) - y^i\|^2}{\sigma_i^2}$$

$$\hat{\theta} = \arg(\min J(\theta))$$

Valeurs obtenues par la
Méthode Linéarisation Locale

$$\tilde{J}(\theta) = \sum \frac{\|\tilde{x}_{\tau_i} - y^i\|^2}{\sigma_i^2}$$

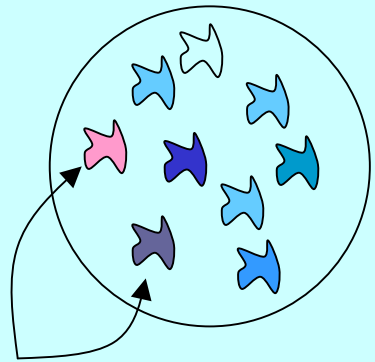
Minimisation obtenue par
un **Algorithme Génétique**

$$\hat{\theta} = \arg(\min \tilde{J}(\theta))$$



Estimation Paramétrique hors temps réel

Description de l'Algorithme Génétique



Population



Vecteur des paramètres

$$\theta_i = (\theta_{i1}, \dots, \theta_{i2})$$

Fonction Objective (Fitness)

Pour chaque 

- Calculer les \tilde{x}_{τ_i} par la méthode LL

- Obtenir son « fitness » $\tilde{J}(\theta)$

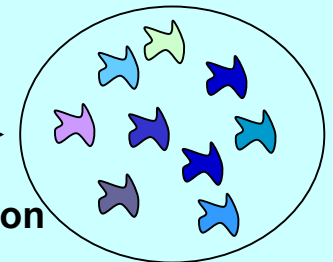
Les Individus
ou chromosomes

Sélection par Tournoi

Croisement Linéaire

Mutation aléatoire

Nouvelle Population



Estimation Paramétrique hors temps réel

Description de l'Algorithme Génétique

Quelques caractéristiques des opérateurs

Sélection par Tournoi

Chaque individu participe deux fois dans un tournoi par couples

Le meilleur individu aura deux répliques dans la prochaine génération

Le pire individu ne sera pas dans la prochaine génération

Croisement Linéaire

On peut faire une combinaison linéaire

(Les vecteurs chromosomes ont des composantes continues)

Si un individu est croisé, un de ses possibles descendants

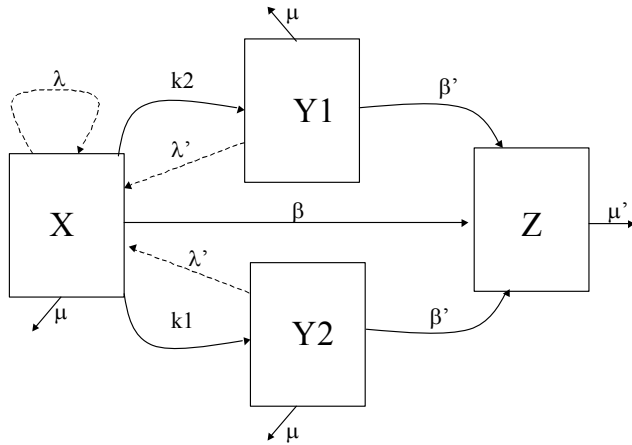
sera très proche de lui → on conserve les beaux individus → Possibilité de Minima Locaux

Mutation aléatoire

Aide à éviter les Minima Locaux



Un cas d'étude simulée: Epidémie VIH-SIDA à Cuba. (H. de Arazoza)



$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= (\lambda - k_1 - \beta - \mu)X + \lambda'(Y1 + Y2) - k_2 \frac{X(Y1 + Y2)}{X + Y1 + Y2} \\ \frac{dY1}{dt} &= (-\mu - \beta')Y1 + k_2 \frac{X(Y1 + Y2)}{X + Y1 + Y2} \\ \frac{dY2}{dt} &= (-\mu - \beta')Y2 + k_1 X \\ \frac{dZ}{dt} &= \beta X + \beta'(Y1 + Y2) - \mu' Z \end{aligned}$$

$\lambda=0.5594$, $\mu=0.0053$, $\mu'=0.76$,
 $\beta=1/b$ (con $b=8.82$), $\beta'=1/b'$ (con $b'=7.41$),
 $\lambda'=r/\lambda$ (con $r=0.0482$), $k_1=0.2161$, $k_2=0.2322$.

$X(0)=250$, $Y1(0)=26$,
 $Y2(0)=68$, $Z(0)=3$

**400 valeurs sont obtenues
(Il y a un changement dans les
paramètres a partir de
la mesure 200)**

**Z représente le nombre de personnes qui
ont développé le SIDA**

**Y1 représente le nombre de personnes qui
Portent le VIH et qui sont détectées**

**X représente le nombre de personnes qui
portent le VIH mais qui ne sont pas connues**

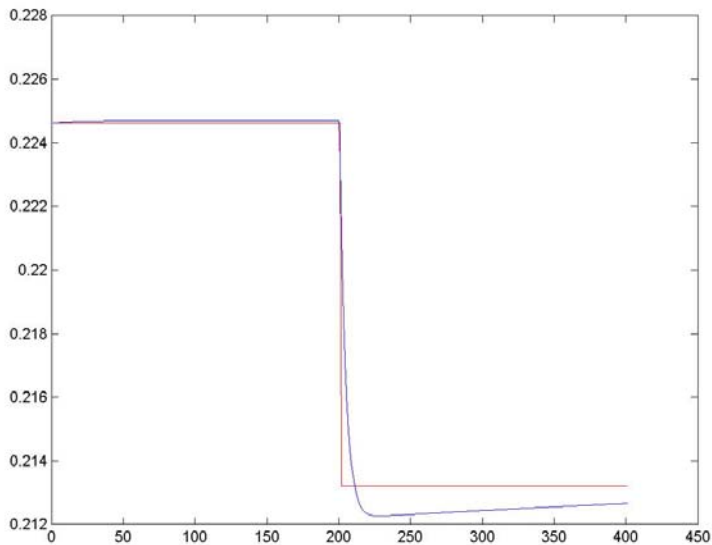
**Y2 représente le nombre de personnes qui
portent le VIH et qui sont détectées par hasard**

Résultats

Estimation Paramétrique en temps réel

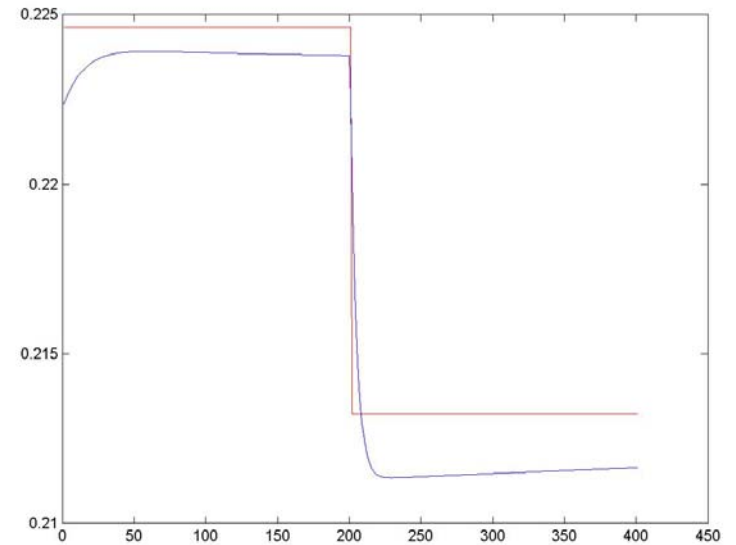
(M.A. Atencia, G. Joya, F.Sandoval)

Estimation du paramètre ($\lambda - k_1 - \beta - \mu$)



a

La valeur initiale est très proche de la valeur réelle



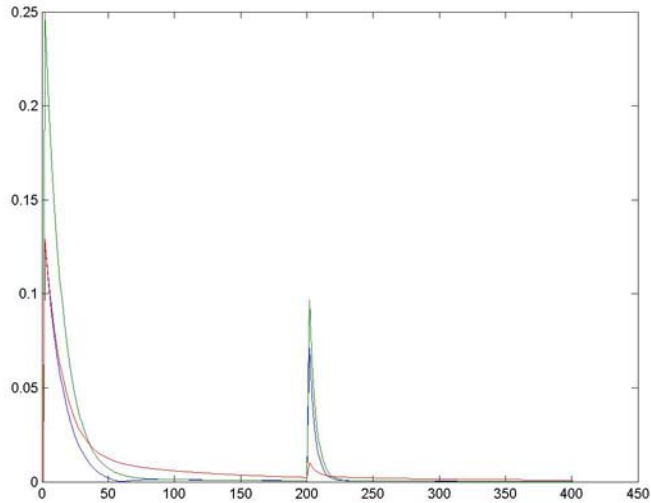
b

La valeur initiale est un peu séparée de la valeur réelle

Résultats

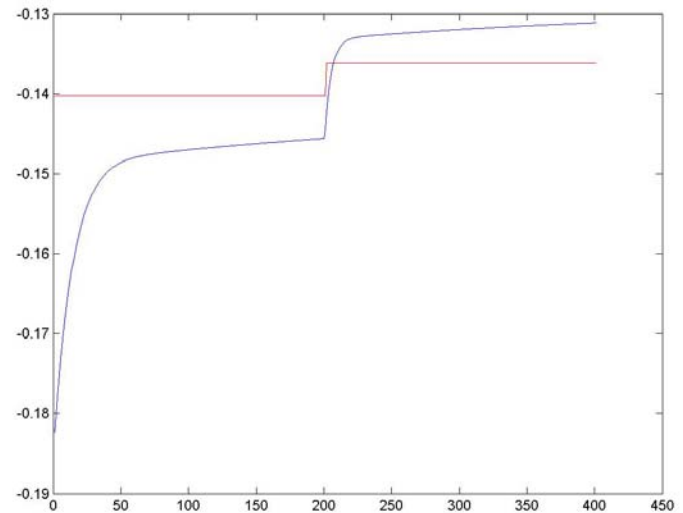
Estimation Paramétrique en temps réel

(M.A. Atencia, G. Joya, F.Sandoval)



**Erreur de prédiction pour
les trois variables d'état
(Valeurs absolues)**

Estimation du paramètre $(-\mu-\beta')$

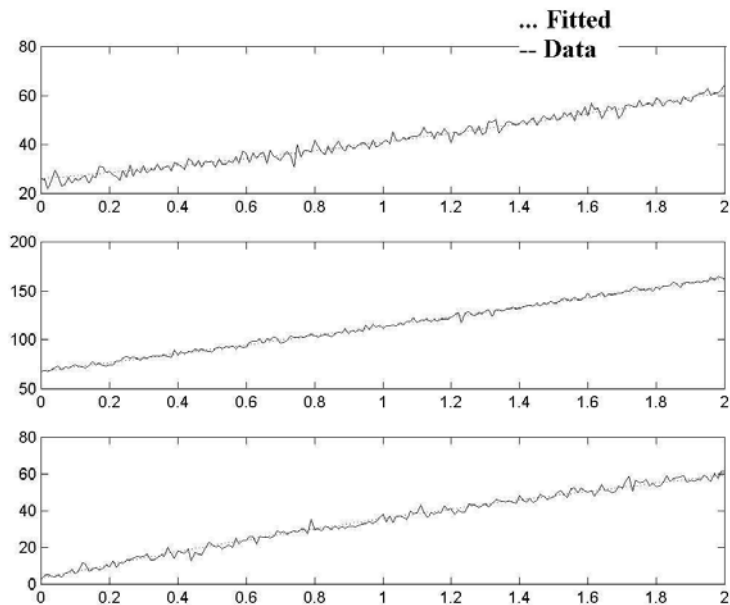


Résultats

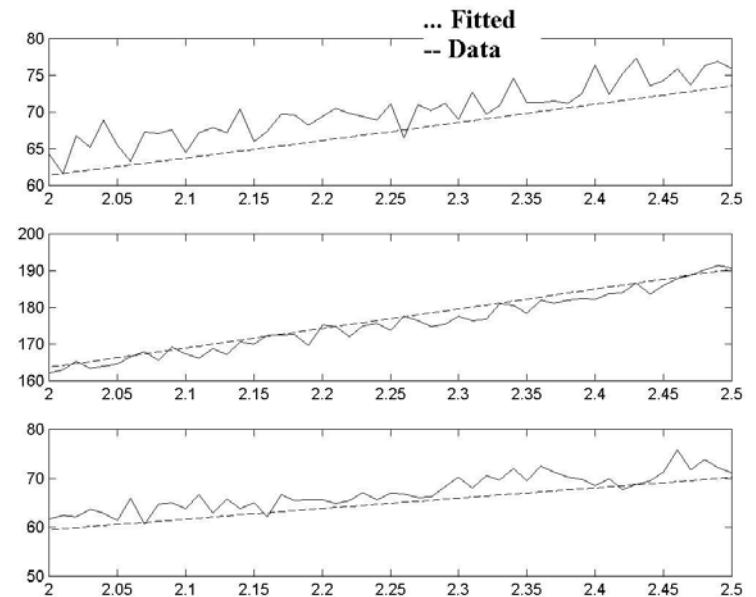
Estimation Paramétrique hors temps réel (L.M. Pedroso-Rodriguez, A.A. Marrero, H. Arazoza)

Parametres réels et estimés								
	k1	k2	λ'	β	μ	μ'	β'	λ
P. Réels	0.2161	0.2322	0.0482	0.1134	0.0053	0.7600	0.1350	0.5594
P. Estimés	0.2073	0.2223	0.0490	0.1292	0.0013	0.8195	0.1158	0.5589

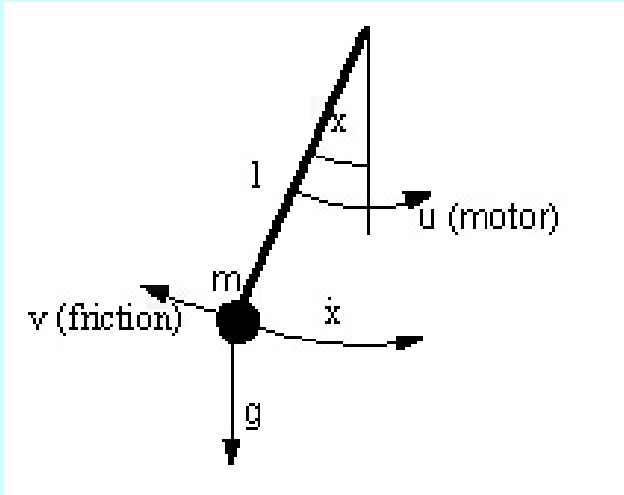
Résultats de l'estimation des observations



Résultats de la prédiction de nouvelles données

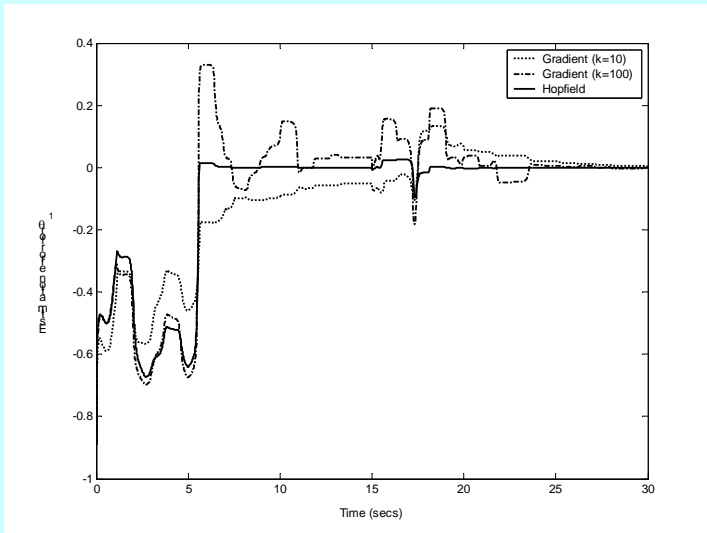


Un autre exemple physique. Le pendule

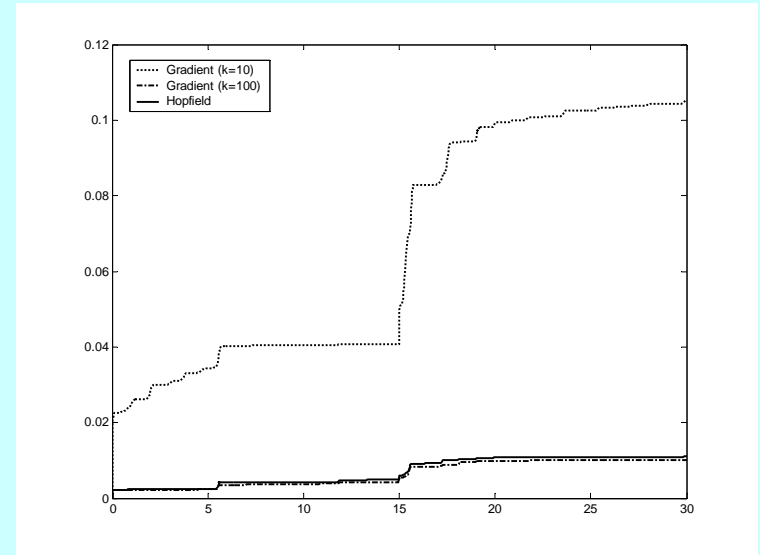


$$y = \ddot{x} = -\frac{g}{l} \sin x - \frac{v}{ml^2} \dot{x} + \frac{1}{ml^2} u$$

$$\theta = \left(-\frac{g}{l}, -\frac{v}{ml^2}, \frac{1}{ml^2} \right)^T \quad A = (\sin x, \dot{x}, u)$$



Erreur d'estimation pour θ_1



Intégrale del' erreur de prédiction

Conclusions

L'estimation des paramètres d'un système modélisé par des ODEs peut être considéré comme un problème d'optimisation

Il peut être abordé par des RNAs (Modèle d'Hopfield) et par des AGs

Le Modèle d'Hopfield permet une estimation en temps réel (Si les paramètres et sorties du système ne changent pas très vite)

Les Algorithmes Génétiques permettent une estimation hors temps réel (Plus appropriés pour processus avec un ensemble limite de mesures séparées en temps)

Un ensemble d'observations peut être estimé par différents vecteurs de paramètres.

(L'approximation des courbes du système peut être bonne, mais l'estimation de ses paramètres peut ne pas être bonne)



Conclusions

Possibilité d'être appliquées à l'identification de systèmes non linéaires en les paramètres



Références

Abe, S. Global convergence and suppression of spurious states of the Hopfield neural networks, *IEEE Trans. On Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 40, No. 4, pp. 246- 257, (1993).

H. de Arazoza, R.A. Lounes, A non-linear Model for a Sexually Transmitted disease with contact tracing, *IMA J. Math. Appl; Med. Biol.* 13, 1614 (2002)

Atencia, M.A., Joya, G., Sandoval, F., Gray Box Identification with Hopfield Neural Networks, *Rev. Investigacion en Operaciones*, (accepté pour publication), (2002)

Atencia, M.A., Joya, G., Sandoval, F., , présenté au IWANN'2003

Joya, G., Atencia, M.A., Sandoval, F., Hopfield neural networks for optimization: study of the different dynamics, *Neurocomputing*, Vol. 43, pp. 219-237, (2002)

L.M. Pedroso-Rodriguez, Aplicacion de Algoritmos Evolutivos a la Solucion del Problema de Parametros en Modelos Definidos por Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Tesis de Diploma, Universidad de La Habana (Cuba) (2002)

L.M. Pedroso-Rodriguez, A.A. Marrero, H. de Arazoza, Nonlinear parametric model identification using genetic algorithms, présenté au IWANN2003. (2003)

