

2^{ème} PARTIE

PREVISION A L'AIDE DES CARTES DE KOHONEN

Chap.4 **Problématique**

Chap.5 **La MEP : une méthode de prévision dans le cas d'une série chronologique qui cumule deux évolutions de temps ayant chacune sa cadence propre.**

Chap.6 **Application de la MEP à l'exemple de *la prévision de la consommation électrique nationale polonaise***

Chap.7 **Quelques réflexions sur la méthode**

4 Préviation de courbes à l'aide des cartes de Kohonen : Problématique.

4.1 Le problème

Définition:

Supposons que l'on mesure le temps grâce à deux unités hiérarchiquement emboîtées (par exemple *le jour et l'heure* ou *la semaine et le jour* ou *l'heure et la seconde* etc.), l'unité lente – le jour, la semaine ou l'heure – étant multiple de l'unité rapide – respectivement l'heure, le jour ou la seconde. On qualifie de « basse fréquence, période, séquence, échelle lente » ce qui est relatif à l'unité lente et de « haute fréquence, instant, unité de temps, échelle rapide » ce qui est relatif à l'unité rapide.

Le problème consiste à élaborer une méthode de prévision qui prenne en compte la structure temporelle intrinsèque d'une série chronologique qui cumule deux

évolutions ayant chacune sa cadence propre. On se limite au cas où ces « cadences propres » correspondent à deux échelles de temps hiérarchiquement emboîtées, c'est-à-dire au cadre de la définition précédente.

De plus, on désire effectuer une prévision à long terme qui ait une qualité identique pour tout le futur. On ne se satisfait donc pas des méthodes qui ajustent bien les premières valeurs, mais qui perdent leur qualité d'estimation sur la partie à prévoir la plus lointaine. En particulier on écarte celles qui sont performantes au sens d'une erreur moyenne sur la durée à prévoir mais qui perdent leur fiabilité quand on considère le maximum de l'erreur.

4.2 Domaine d'application

La prévision des courbes de charge électrique – c'est-à-dire des 24 valeurs de puissance électrique utilisée pendant une journée et mesurée chaque heure – à partir d'un relevé de consommation électrique $\{Y_t\}$ est un problème important pour les compagnies d'électricité. En effet, sous évaluer le besoin d'énergie a pour conséquence l'obligation d'avoir recours à des centrales thermiques plus rapides à mettre en marche, mais également plus coûteuses que les centrales nucléaires. Au contraire, utiliser inutilement une centrale nucléaire représente une dépense inutile très importante. Pour pouvoir contrôler la production d'électricité en satisfaisant à la fois la demande intérieure et les contrats de vente, il est essentiel de pouvoir prévoir ces courbes de charge avec la même qualité tout au long de la journée. Ce problème a été, jusqu'à maintenant, abordé à partir de modèles récurrents qui ont pour entrées le passé $\{Y_t, t \leq t\}$ et pour sortie l'estimation de la première heure à venir $\{\tilde{Y}_{t+1}\}$ qui est, elle-même, présentée en entrée pour la prévision de l'heure suivante et ainsi de suite.

Ces courbes de charge dépendent du type de jour (dimanche, samedi, jour de semaine, jour férié, etc.), comme le montrent les études [107, 82, 84]). Ce type de jour peut être décrit à partir d'une série A_t de q variables qualitatives nominales $\{A_t^1, \dots, A_t^q\}$ qui accompagnent la

série chronologique $\{Y_t\}$, par exemple le jour de semaine (lundi, mardi, etc.) ou le mois. Dans la pratique, le plus souvent, le modèle utilisé est de type Arimax (présenté au chapitre 4.4.1). Il a l'inconvénient d'avoir la même forme, donc la même formule de prédiction tout au long de l'année. Pour ce genre de problème, on constate également le phénomène classique d'aplatissement des prévisions dans le cadre de la prédiction à long terme.

4.3 Exemple

Les données :

L'étude qui, à l'origine, a motivé notre travail est *la prédiction de la consommation nationale française d'électricité*. L'objectif était d'estimer la consommation demi horaire du lendemain, soit les 48 valeurs **du jour** suivant (et non les 48 valeurs suivantes). La consommation horaire a la propriété d'avoir une structure variable avec **le type** de jour (*jours fériés, samedis, dimanches, jours ouvrés, etc.*) qui se cumule avec les évolutions **du niveau** et **de l'amplitude** dues à la *température*. Les résultats de cette étude ont fait l'objet d'une publication présentée en annexe.

Pour des questions de confidentialité, il n'est pas possible de se servir de cette étude pour illustrer la présentation de la méthode. Néanmoins, nous disposons d'une base de données, concernant *la consommation électrique polonaise*, qui nous permet de faire une démonstration de l'utilisation de cette technique dans le cadre de données réelles. Malheureusement, nous ne possédons pas certaines connaissances telles que le relevé des températures qui permettraient de rendre cette prédiction plus performante. Nous invitons donc le lecteur à suivre la démarche sur des données de consommation électrique polonaise et de se référer à la prédiction de la consommation française d'électricité pour apprécier la qualité de l'estimation par cette méthode.

Premières remarques :

La base de données de *la consommation d'électricité nationale polonaise* est constituée d'un relevé horaire (Y_t) entre le 01 janvier 1986 et le 31 décembre 1993, une unité valant 20Mwh. Un premier aperçu général confirme ce que le bon sens suggère : on trouve une certaine répétition à 24 heures ou d'une semaine à l'autre comme l'illustre la figure 44 où est tracée *la consommation électrique horaire entre le dimanche 22 février 1987 et le 07 mars 1987*. En particulier la poussée de consommation domestique autour de 20 heures se retrouve quotidiennement ainsi qu'une petite pointe entre 11h00 et 13h00 qui coïncide avec la préparation du déjeuner. Sur les figures 45, 46 et 47, on constate aussi des variations de courbe de charge entre *un lundi de mars et un dimanche du même mois ou un lundi d'août*. En particulier il existe un changement de structure entre *un jour travaillé et un jour chômé* qui s'explique par le fait que la montée de consommation entre 5h00 et 8h00 – qui correspond à la mise en route des usines, du chauffage des lieux de travail et le début des activités professionnelles – est spécifique des jours ouvrés (ce phénomène est par exemple visible sur la figure 46). Outre des comportements de consommation différents à certaines heures, il existe des variations du niveau journalier. Un exemple entre des lundis d'hiver et d'été est fourni par les figures 46 et 47. Le chauffage est la première cause de ce phénomène auquel on peut ajouter parfois la baisse de l'activité professionnelle pendant les périodes de vacances.

Dans *la consommation nationale électrique française*, les jours à tarifs spéciaux (appelés *jours ejp* par l'EDF) et les jours fériés devaient aussi être abordés de façon particulière. En Pologne certains samedis sont ouvrés, la consommation d'un tel samedi peut donc se rapprocher plus du vendredi précédent que du samedi chômé de la semaine précédente, etc.

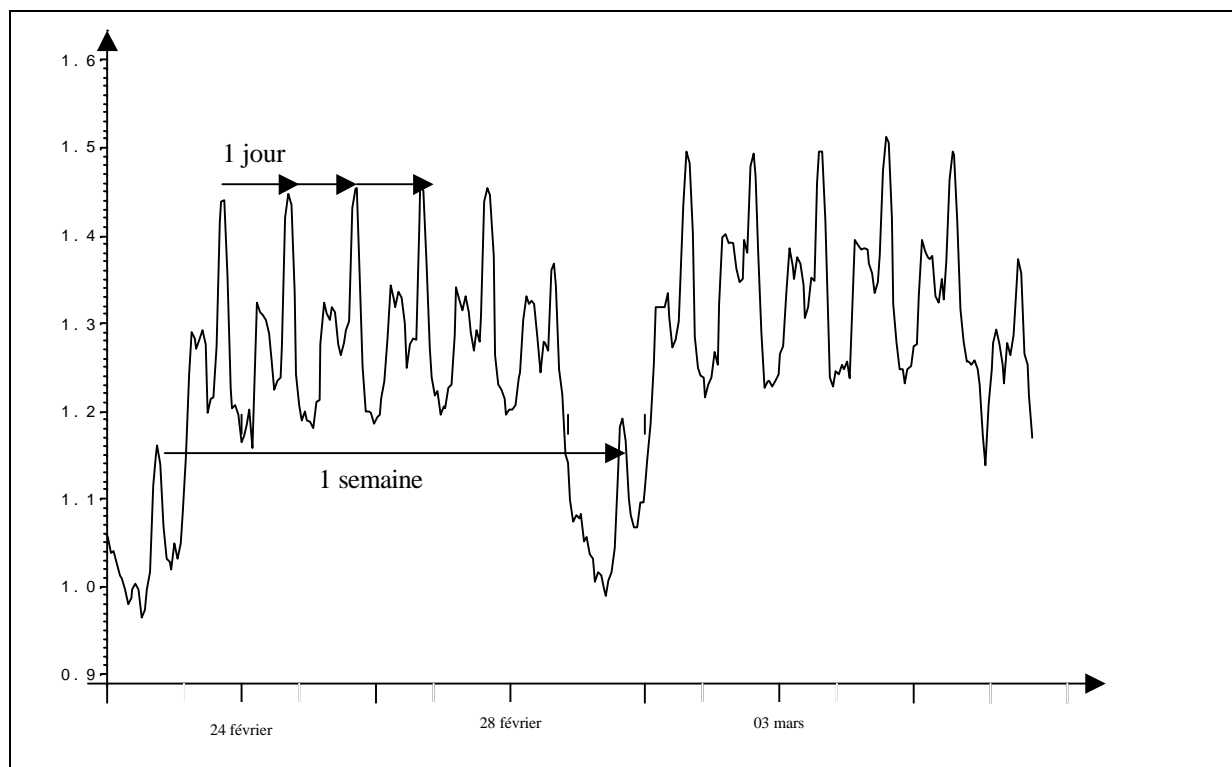


Figure 44: Deux semaines successives du dimanche 22 février 1987 au 07 mars 1987

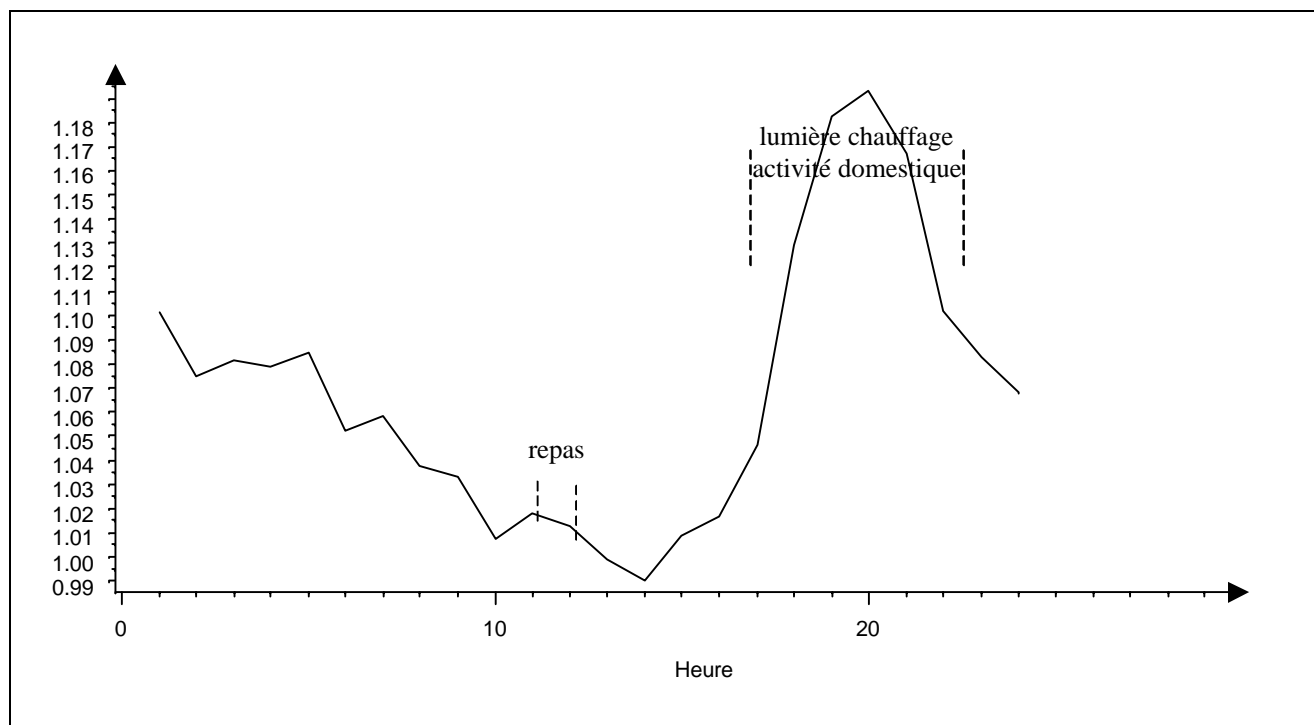


Figure 45: Courbe de consommation du dimanche 01 mars 1987

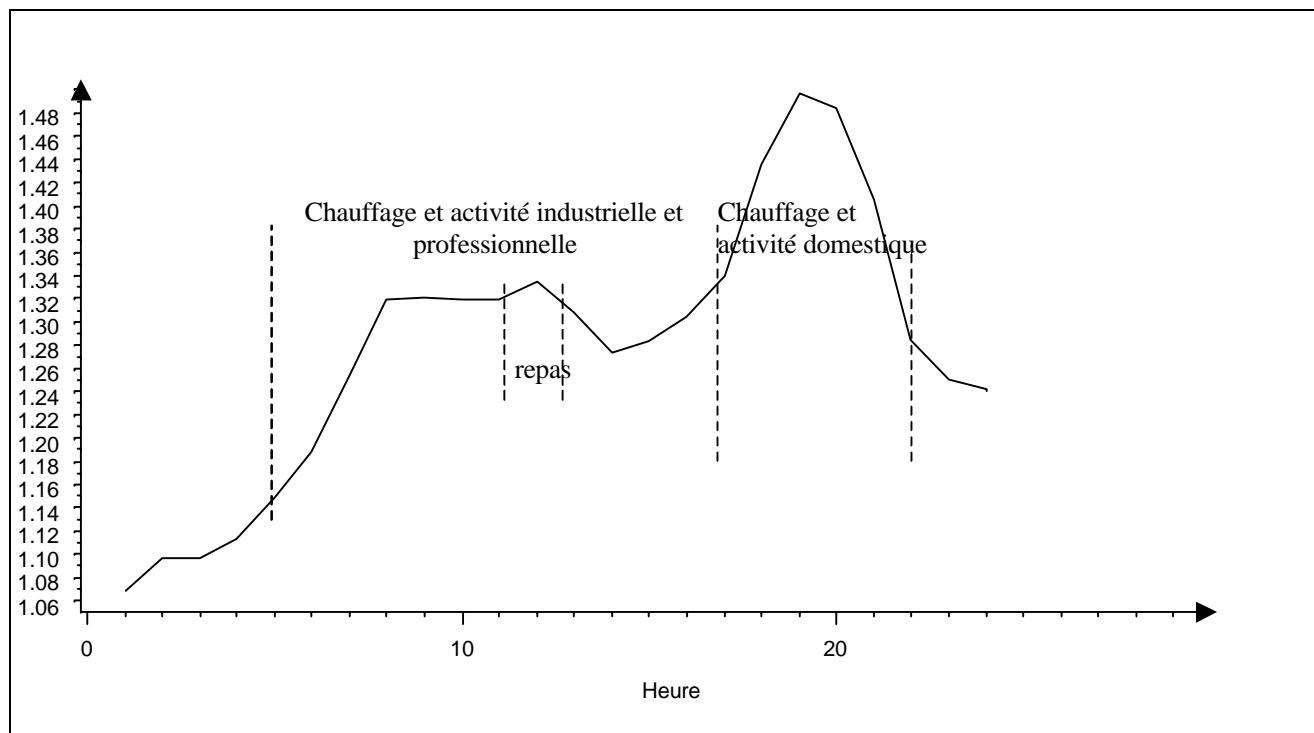


Figure 46: Courbe de consommation du lundi 02 mars 1987

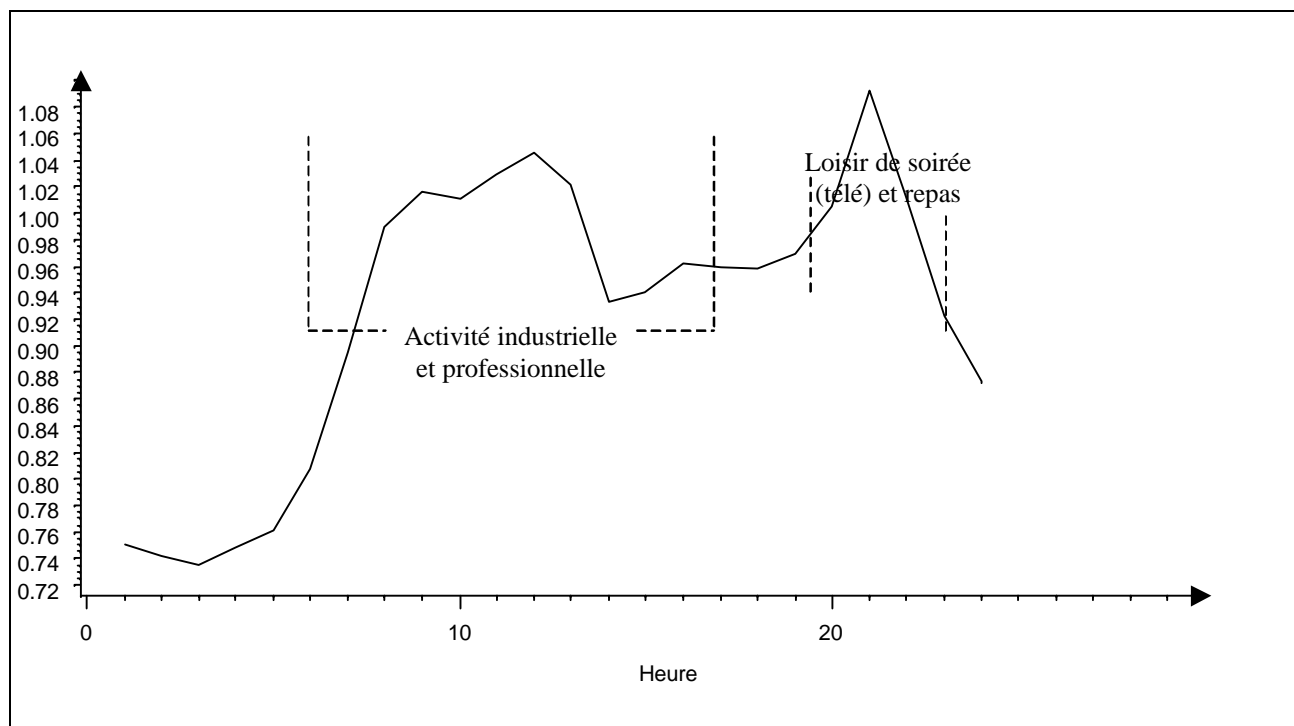


Figure 47 : Courbe de consommation du lundi 08 août 1988. Le niveau moyen est plus faible que celui de la figure 3

4.4 Les modèles classiques

La prédiction de la consommation électrique est le sujet de nombreuses études dans le monde. Parmi les techniques linéaires qui ont été appliquées ([60 et 96], on peut distinguer la famille des modèles Arma (ils sont au centre du modèle PRECOCE [4] appliqué par l'EDF et des études [11, 83, 48, 98]). De plus, depuis la publication de l'étude de Lapedes et Farber (1987)[67] et les résultats théoriques sur les qualités de prédiction à court terme des réseaux de neurones ([59, 54, 20, 21, 58, 87, 105, 102, 72]), de nombreuses expériences d'approximation des séries chronologiques par ces modèles non linéaires ont été faites avec des résultats satisfaisants. Weigend et Gerchenfeld (1994) [101] en fournit plusieurs références, par exemple [16,39,50,92,97] et dans le cadre plus précis des séries électriques [34, 18, 36, 91, 55, 84, 17]. Une comparaison des techniques neuronales est proposée dans diverses études telles que [53]. Le réseau le plus souvent utilisé est toutefois le perceptron multicouches [82, 32, 56, 103].

Dans ce paragraphe deux méthodes classiques seront présentées. L'Armax et le perceptron multicouches représenteront respectivement la famille linéaire et neuronale. (on peut citer aussi l'étude [2, 40] qui compare les modèles linéaires et non linéaires). Ils seront de plus confrontés au problème de la prédiction de la consommation électrique polonaise. On s'intéressera par exemple à la façon dont elles prennent en compte les particularités des données constatées précédemment, c'est-à-dire l'existence de structures journalières de consommation sensibles au type de jour.

4.4.1 Un modèle linéaire: L'Armax

L'Armax est un modèle de type linéaire et paramétrique qui est parmi les plus utilisés dans la prédiction des séries temporelles. Rappelons quelques définitions et notations de base pour présenter cette méthode de prédiction dont les propriétés sont détaillées dans de nombreux

ouvrages. Parmi les classiques, on peut citer celui de Brockwell et Davis (1991) [15], ainsi que ceux de Box et de Jenkins (Box et Jenkins 1976 [14]) et Ansley (Ansley, (1979) [1]) pour les techniques de prévisions.

Définition de la stationnarité:

Un processus stochastique $\{Y_t\}_{t \geq 0}$ est :

- *stationnaire au sens strict* si les vecteurs (Y_1, \dots, Y_p) et $(Y_{1+k}, \dots, Y_{p+k})$ ont la même distribution pour tout entier p et k .

- *stationnaire au sens large* (ou *stationnaire du second ordre*) si $E(Y_t^2) < \infty$, $E(Y_t)$ est constant et si $Cov(Y_t, Y_{t+k})$ ne dépend que k . Dans la suite, *stationnaire* désignera un processus stationnaire au sens large.

- La *différentiation d'ordre d* d'un processus $\{Y_t\}_{t \geq 0}$ est l'opération qui produit le nouveau processus $\{(Y_t - Y_{t-d})\}_{t \geq d}$, noté $\{\Delta^d(Y_t)\}$. On l'utilise en particulier, lorsque ce dernier est stationnaire, on dit alors qu'on a stationnarisé $\{Y_t\}$. Dans le cadre de la prévision des données polonaises, les répétitions d'un jour à l'autre ou à une semaine d'intervalle décrites à la section 4.3.2 laissent penser qu'une différenciation d'ordre 24 et 168 (une semaine) peuvent être nécessaires pour obtenir un processus stationnaire.

Définition d'un modèle *Armax(p,q)*:

Un processus $\{Y_t\}$ stationnaire au sens large suit un *modèle Armax(p,q)* où $\{A_i\}_{1 \leq i \leq m}$ sont m variables exogènes, s'il existe un bruit blanc (e_t), deux polynômes f et q qui s'écrivent sous la forme $f(u) = 1 + f_1u + \dots + f_pu^p$ et $q(u) = 1 + q_1u + \dots + q_qu^q$ avec des coefficients a_1, \dots, a_m tels que pour tout t :

$$Y_t + f_1Y_{t-1} + f_2Y_{t-2} + \dots + f_pY_{t-p} = e_t + q_1e_{t-1} + \dots + q_qe_{t-q} + \dots + a_1A_t^1 + \dots + a_mA_t^m$$

où a_1, \dots, a_m sont les paramètres d'ajustement des variables exogènes A^1, \dots, A^m .

On appelle *opérateur retard d'ordre d* l'application B telle que $B(Y_t) = Y_{t-d}$.

Un processus $\{Y_t\}$ suit un modèle *Armax(p,q)* de moyenne m si $\{Y_t - m\}$ suit un modèle *Armax(p,q)*.

Un processus $\{Y_t\}$ suit un modèle *Arimax(p,d,q)* si $\{\Delta^d(Y_t)\}$ suit un modèle *Armax(p,q)*.

Les modèles Armax sont très utilisés pour les problèmes de prévision tels que celui des données polonaises de consommation électrique. Dans cet exemple, une différenciation d'ordre 168 (une semaine) ou un opérateur retard du même ordre (Y_{t-168}) peuvent permettre de traduire l'écart entre un jour ouvré et un dimanche. Par contre, la différence entre un jour ouvré et un jour férié n'est pas un phénomène saisonnier, elle ne peut être prise en compte dans un modèle Armax ni par une différenciation ni par un opérateur retard. Dans un modèle Armax, une indicatrice de jour férié introduite en variable exogène pourrait compenser un changement de niveau commun aux 24 heures. Mais ici, on est en présence d'un changement de structure, soit 24 changements de niveaux différents, ce qui fait un nombre de paramètres très important à estimer. Mal prendre en compte un jour parce qu'il est férié est d'autant plus gênant que l'on connaît sa caractéristique à l'avance. De plus cette remarque s'étend aux jours de changement d'horaires (qui décalent une partie de la consommation d'une heure) ou à l'alternance entre les samedis ouvrés et travaillés (dans ce cas, la différenciation d'ordre 168 ne s'applique plus). Elle concerne aussi les jours *ejp*, à tarification particulière réservée aux entreprises, qui ne vont pas avoir le même impact sur la consommation pour les heures travaillées et la soirée ou la nuit.

On constate donc que l'on est confronté à de nombreux changements de structure qui pénalisent la performance d'un modèle Armax. Il est de plus à souligner que ces changements correspondent à des phénomènes journaliers. Une approche différente de l'Armax consisterait donc à prendre en compte la notion de type de jour.

4.4.2 Un modèle neuronal: Le perceptron multicouches

Dans la famille des réseaux de neurones, le perceptron multicouches fournit un modèle non linéaire de prévision. Il peut en particulier généraliser les modèles Armax au cadre non linéaire et on note alors *Narmax* le modèle correspondant. On va voir dans cette section comment utiliser un tel modèle pour l'adapter au problème des données électriques polonaises.

- Introduction:

Les modèles connexionistes qui sont inspirés des connaissances biologiques sur le fonctionnement du cerveau sont apparus dès les années 40. W. Mc Culloch et W.Pitts (Mc

Culloch et Pitts, (1943) [78]) ont introduit le neurone formel défini à partir de son potentiel et d'une fonction d'activation. Le premier est une somme pondérée des entrées, la seconde est une fonction y des entrées de type sigmoïde comme par exemple $y(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

Rosenblatt a associé un algorithme d'apprentissage au perceptron simple qui est le nom donné à un neurone formel (Rosenblatt, 1962 [86]). Néanmoins, Minsky et Paper montrèrent rapidement (Minsky et Paper, (1969) [80]) les limites de ce perceptron simple incapable de résoudre des problèmes de base – en particulier séparer des ensembles non linéairement séparables. Le perceptron multicouches qui désigne une architecture en réseau constitué de plusieurs couches de perceptrons simples est tout de suite apparu comme une solution naturelle. Mais l'algorithme d'apprentissage de Rosenblatt ne s'étendait pas au perceptron multicouches.

Ce n'est que dans les années 80 que le perceptron multicouches est devenu populaire, notamment grâce aux travaux parallèles de l'équipe de Lecun et al. (Lecun et al., 1985 [70]) en France et celle de Rumelhart et al. (Rumelhart et al. 1986 [87]) aux Etats-Unis sur l'algorithme de rétropropagation du gradient (des centres de gradient du premier ordre) dont est issu un algorithme d'apprentissage du perceptron multicouches par minimisation d'une fonction d'erreur.

L'utilisation du perceptron pour prévoir les séries stationnaires a été justifiée par ses propriétés d'approximation démontrées par Cybenko (1989) [31] ou Hornik, Stinchcombe and White (1989) [57], Attali et Pages [3], Barron [7]. En effet, un perceptron multicouches avec une couche cachée pourvue d'un nombre suffisant de neurones peut approximer n'importe quelle fonction continue sur un compact de \mathbf{R}^p , donc en particulier les séries stationnaires.

1) Modèle autorégressif NAR (Neuronal autorégressive) avec un perceptron multicouches à 1 couche cachée constituée de n unités et pour fonction de transfert la sigmoïde y :

Pour réaliser un tel modèle, on utilise une architecture de réseau du type de la figure 48. Le problème du choix du nombre d'unités et de couches a fait l'objet de nombreux travaux, on peut citer Weigend et al. (1990)[100] , Le Cun et al. (1990) [69] et Cottrell et al. (1995) [23 et 24].

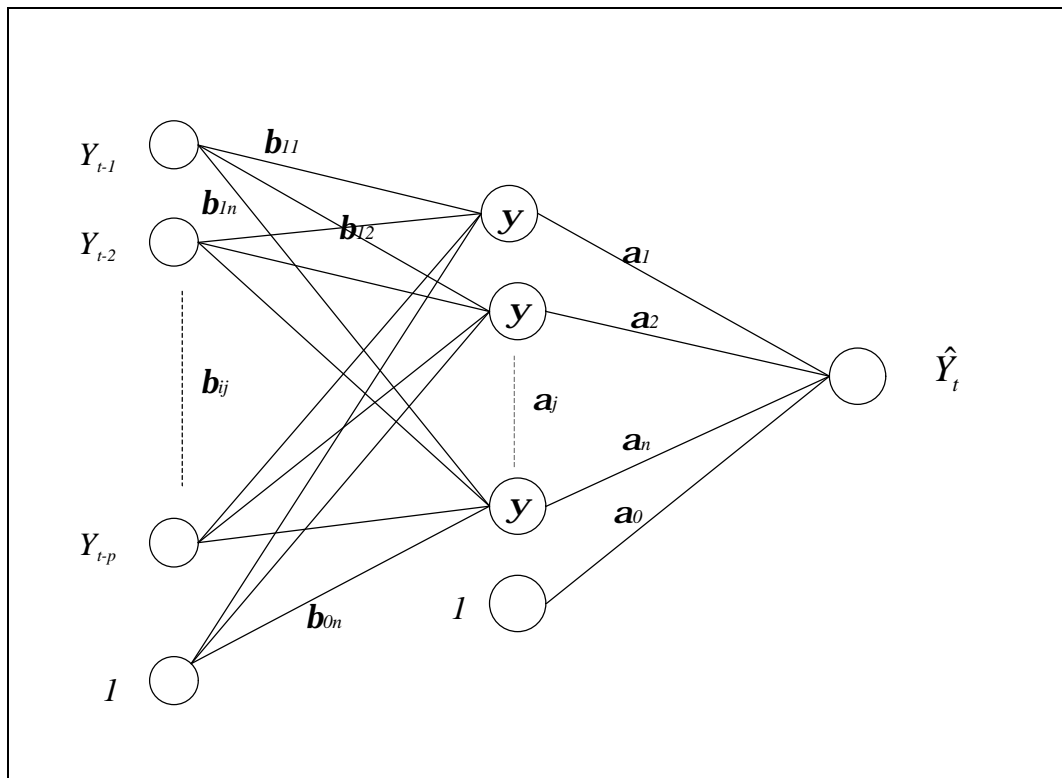


Figure 48 : Perceptron multicouches pour un NAR

$$\text{On a } Y_t = \sum_{j=1}^n a_j y \left(\sum_{i=1}^p b_{ij} Y_{t-i} + b_{01} \right) + a_0 + e_t \quad (1)$$

où les e_t sont des variables indépendantes équidistribuées de loi $N(0, \mathbf{s}^2)$, $(a_k)_{0 \leq k \leq n}$ et $(b_{ij})_{0 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq n}$ sont les paramètres du modèle (et les poids des connexions).

Estimer un tel modèle nécessite d'estimer $n(p+1)+1$ paramètres.

Remarque:

Dans la pratique, des méthodes mixtes ont été essayées. Elles consistent à réaliser une pré-classification et à construire un perceptron pour chaque classe trouvée. De telles méthodes sont présentées par exemple dans Garcia-Tejedor et al. (1994) [49], Muller et al. (1994) [81], Peng T.M. et al.(1992)[84], Park D.C. et al.(1991) [82], Lee K.Y. et al. (1992) [71]. Leurs limites sont développées dans la suite.

2) Modèle NARMAX(p,q) avec variables exogènes :

Le modèle de type perceptron qui généralise l'Armax(p,q) au cadre non linéaire peut s'écrire sous la forme (2),

$$Y_t = \sum_{j=1}^n a_j y \left(\sum_{i=1}^p b_{ij} Y_{t-i} + \sum_{l=1}^m b'_{lj} A_t^l + \sum_{k=1}^q b''_{kj} e_{t-k} + b_{0j} \right) + a_0 + e_t \quad (2)$$

où $(a_k)_{0 \leq k \leq n}$, $(b_{ij})_{0 \leq i \leq p \text{ et } 1 \leq j \leq n}$, $(b'_{lj})_{1 \leq l \leq m \text{ et } 0 \leq j \leq n}$ et $(b''_{kj})_{1 \leq k \leq q \text{ et } 1 \leq j \leq n}$, sont les paramètres du modèle et $A=(A^l)_{1 \leq l \leq m}$ le vecteur des variables exogènes et e_t des variables indépendantes équidistribuées de loi $N(0, \sigma^2)$.

Estimer un tel modèle (schématisé par la figure 49) nécessite ainsi d'estimer $n(p+m+q+1)+1$ paramètres et l'architecture devient dans ce cas celle de la figure suivante :

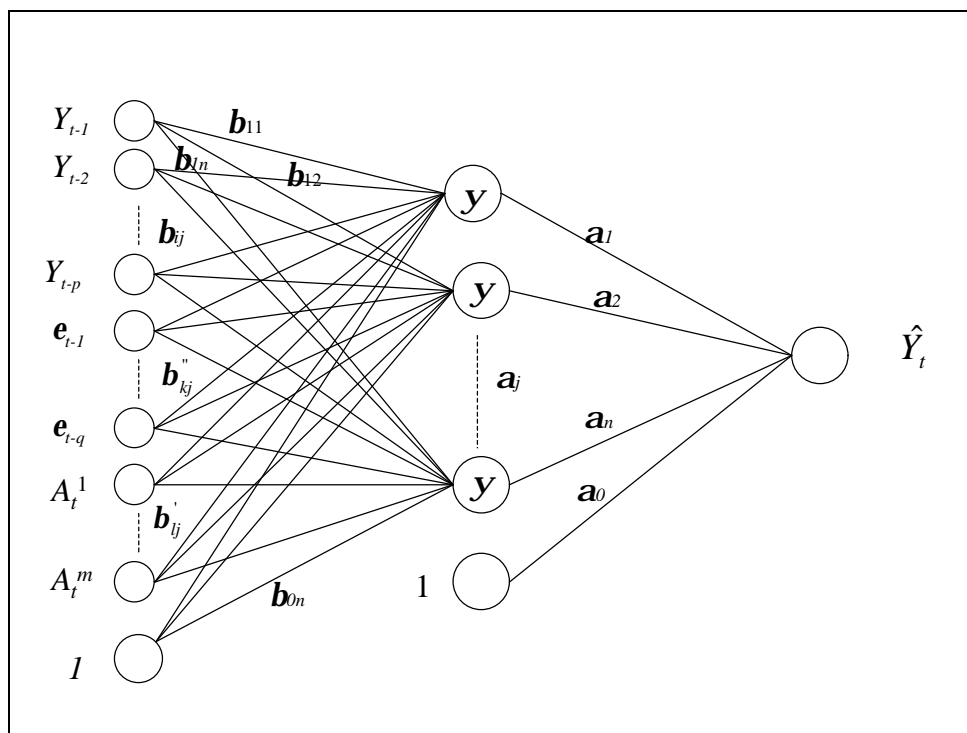


Figure 49 : Perceptron multicouches pour un NARMAX

3) Estimation à plusieurs pas avec un perceptron multicouches :

Pour estimer Y_{t+1} , l'idée qui vient naturellement à l'esprit est de remplacer Y_t par \hat{Y}_t dans l'une des formules (1) et (2) pour respectivement un NAR et un NARMAX comme le suggère la figure suivante. Néanmoins, cette technique régulièrement utilisée dans le cadre linéaire est ici impossible pour des raisons développées ci-après, liées à la fonction de récurrence (décrits également dans [106]).

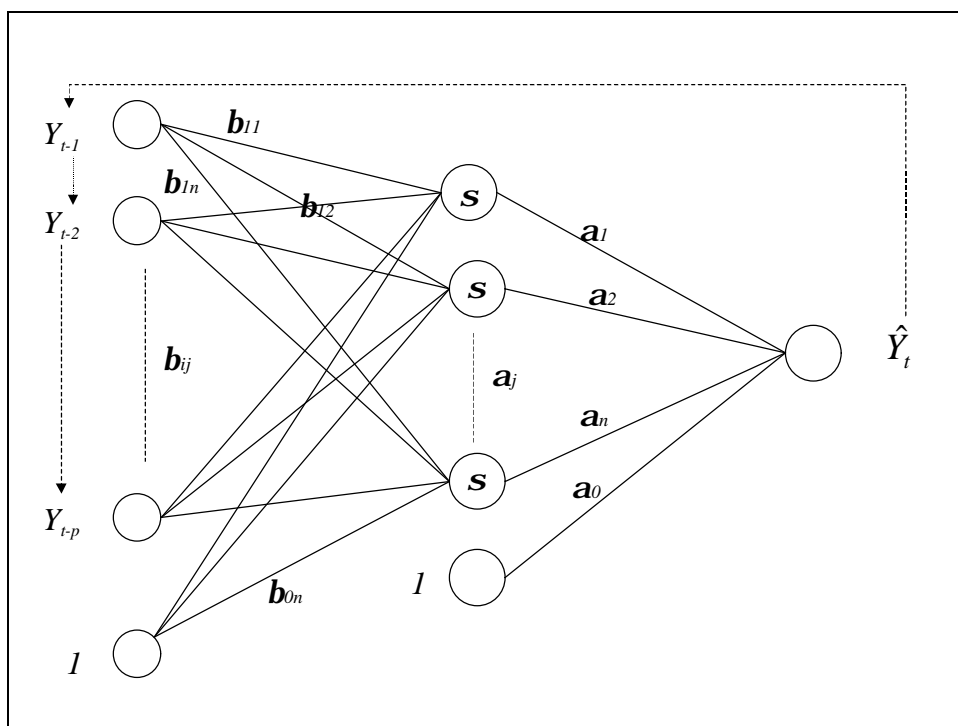


Figure 50 : Perceptron multicouches susceptible de modéliser un modèle récurrent avec un NAR

- Considérons l'exemple simple d'un perceptron à 2 unités cachées qui modélise un NAR pour prévoir deux unités de temps successives :

On se place dans le cas où l'on cherche à prévoir la série temporelle $\{Y_t\}$ par le modèle fourni par le perceptron de la figure 51 qui ne prend en compte que le retard d'ordre 1. on a donc:

$$Y_t = f(Y_{t-1}) + e_t$$

$$\hat{Y}_t = f(Y_{t-1})$$

$$\text{avec } f(x) = 9y\left(\frac{3}{2}x\right) - 5y\left(\frac{3}{2}x\right)$$

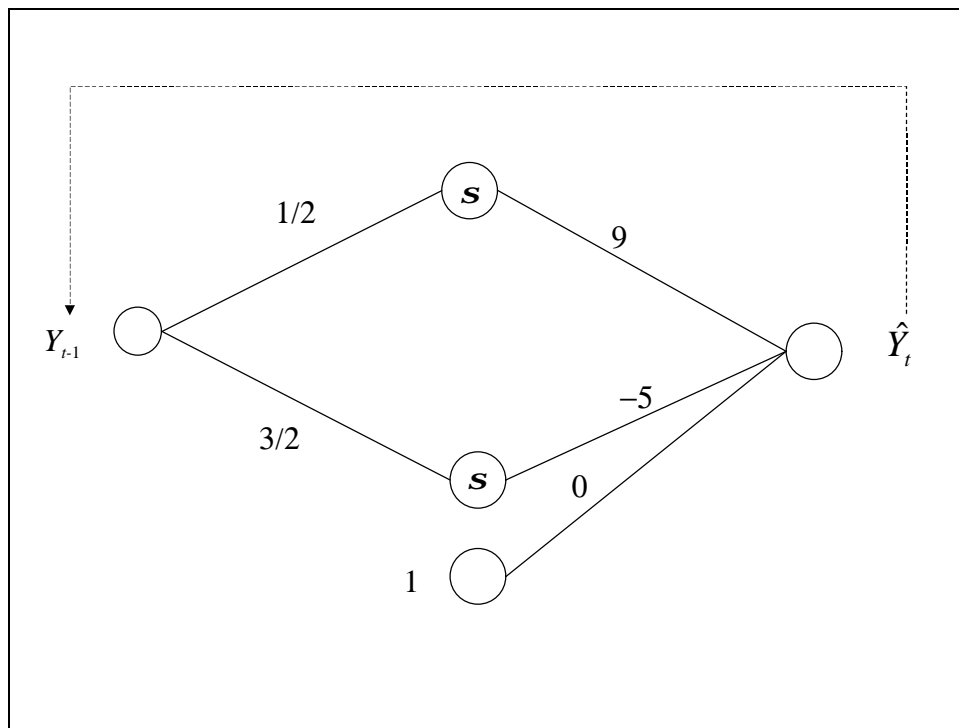


Figure 51 : Exemple d'un perceptron multicouches utilisé pour faire une récurrence

Etudions la suite (x_t) suivante:

$$x_{t+1} = f(x_t)$$

$$\text{où } f(x) = 9y\left(\frac{3}{2}x\right) - 5y\left(\frac{3}{2}x\right)$$

La fonction f a 3 points fixes répulsifs en 0, 2.1, -2.1 et deux points fixes attractifs en 3,44 et -3,44 (figure 52).

Le comportement de la suite suivant la valeur de l'initialisation x_1 est:

$$\text{Si } x_1 \geq 2.1 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 3,44 \text{ (figure 55).}$$

$$\text{Si } x_1 \leq -2.1 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -3,44 \text{ (figure 56).}$$

$$\text{Si } -2.1 < x_1 < 2.1 \quad \forall t \hat{I} N, x_t \in]-2.1 ; 2.1[\text{ (figures 53 et 54).}$$

Les valeurs oscillent. On peut noter par exemple que $f(-x) = -f(x)$ et donc pour les valeurs de x telles que $f(x) = -x$ (c'est-à-dire -0.8 et 0.8) vérifiant $f(f(x)) = f(-x) = -f(x) = -(-x) = x$ et sont donc des valeurs d'adhérence de la suite.

Cas particulier:

Pour $x_1=0.001$	$x_6>0.6$
Pour $x_1=-0.001$	$x_6<-0.6$

Quand on confronte les deux suites $(x_t)_{0.001}$ et $(x_t)_{-0.001}$ pour des initialisations respectives de 0.001 et -0.001 , on constate qu'un écart de 0.002 à l'initialisation peut générer en 6 itérations un écart 600 fois plus grand. Cette suite est donc très sensible à l'initialisation.

Une solution pour prévoir I valeurs successives avec un Narmax est de construire I perceptrons multicouches du type de celui de la figure 50. Mais ceci oblige à estimer $I(n(p+n+q+1)+1)$ paramètres ce qui devient rapidement très important. Dans le cadre particulier des données polonaises, I vaut 24 ce qui rend le nombre de paramètres à estimer beaucoup trop grand pour faire du perceptron multicouches un modèle de prévision à plusieurs pas adéquat.

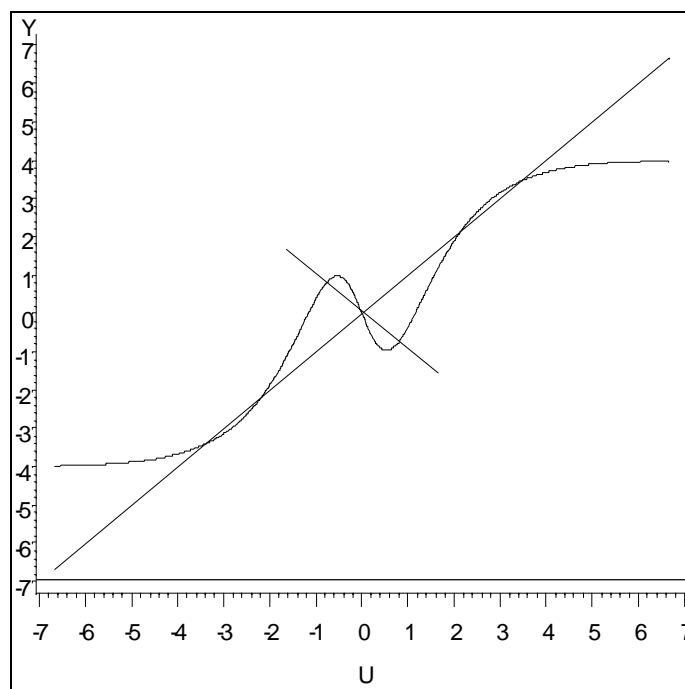


Figure 52 : Superposition de la fonction d'activation et des droites $y=x$ et $y=-x$

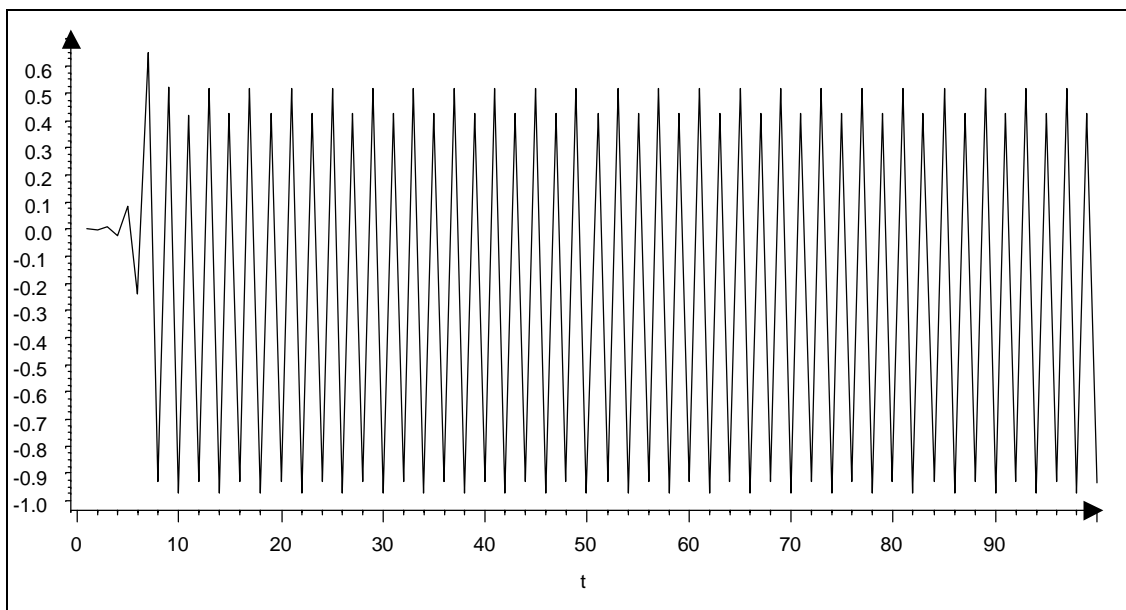


Figure 53 : La suite (x_t) pour une initialisation $x_1=0.001$

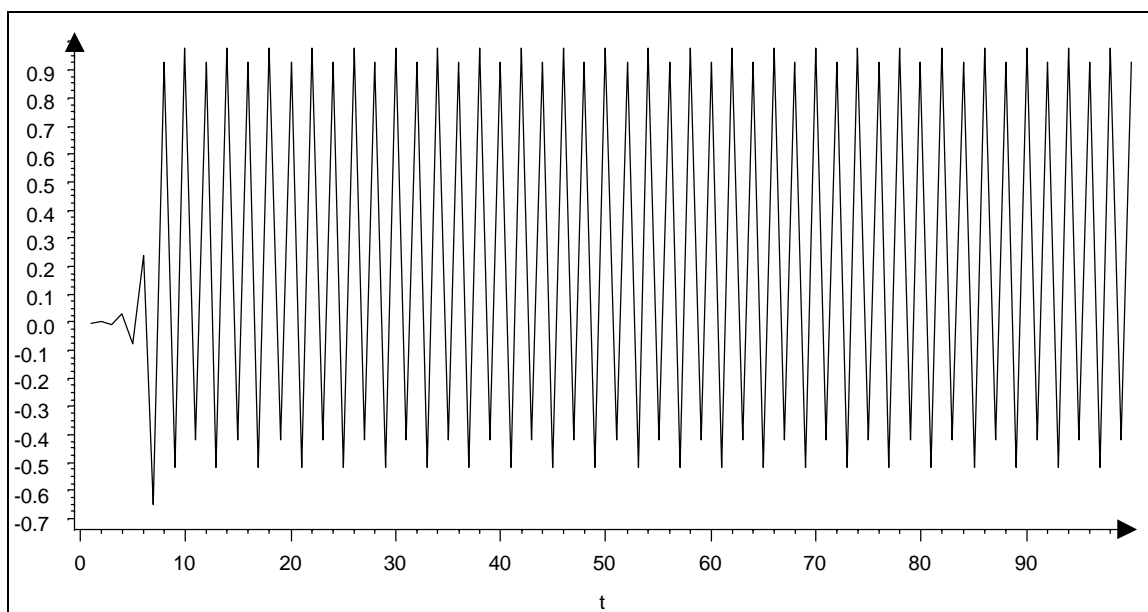


Figure 54 : La suite (x_t) pour une initialisation $x_1=-0.001$

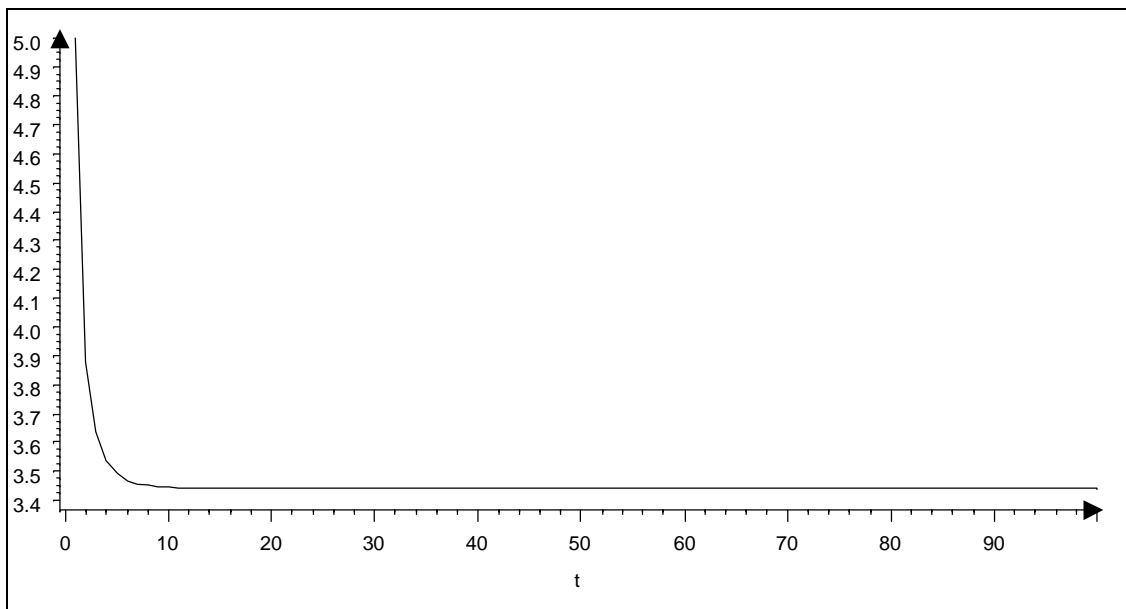


Figure 55 : La suite (x_t) pour une initialisation $x_1=5$

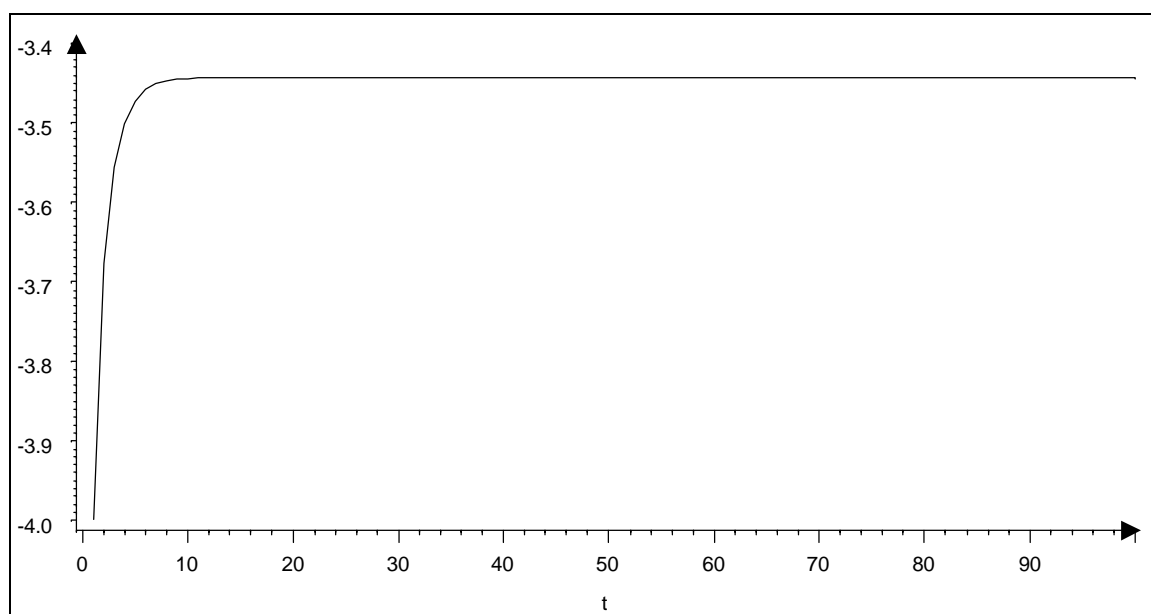


Figure 56 : La suite (x_t) pour une initialisation $x_1=-4$

4.4.3 Conclusion

Les difficultés d'adaptation de l'Armax et du perceptron multicouches au problème de la prévision de la consommation électrique proviennent de deux raisons distinctes. La première est due à la récurrence sur 24 itérations. On a montré en effet qu'elle est à exclure pour le perceptron multicouches. L'Armax, quand à lui, commettra plus d'erreur en fin de journée qu'en début et ne satisfait donc pas à la condition de prévoir aussi bien tout au long de la journée. Par contre ces modèles sont tout à fait adaptés à la prévision d'un paramètre journalier comme par exemple la moyenne, le minimum, le maximum, etc. Dans ce cas, on estime en effet une seule valeur à une échéance. L'autre raison est la prise en compte des jours particuliers (des exemples tels que les jours fériés ont été cités dans la section 4.3), ce que fait mal l'Armax. De nombreuses études s'appuient sur une classification des jours comme par exemple [61] ou les études mixtes classification-perceptron précitées.

A ce stade, pour s'adapter aux données, il apparaît naturel de diviser l'information pour isoler la partie qui concerne le type de jour. Les dates des jours fériés, samedis ouvrés etc. étant connues, seule la consommation électrique qui en résulte est à évaluer. On est donc dans un cadre décisionnel où des modèles basés sur des classifications (par exemple bayésiens) paraissent justifiés, la classification de Kohonen présentée dans la première partie a d'ailleurs donné satisfaction lorsqu'elle a été utilisée([107], [19]). Par contre, l'information qui ne dépend pas du type de jour peut-être traitée par des modèles récurrents comme ceux que l'on vient de voir. En particulier, si elle se réduit à un ou deux paramètres journaliers le perceptron multicouches devient tout à fait adapté. On va proposer dans le paragraphe suivant un modèle de prévision basé sur le découpage de l'information et la réduction du nombre de paramètres. On pourra constater que cette méthode résout en même temps le problème de la récurrence sur 24 heures et la prise en compte du type de jour en introduisant une notion de profil de consommation.

5. La MEP : Une méthode de prévision dans le cas d'une série chronologique qui cumule deux évolutions de temps ayant chacune sa cadence propre

5.1 Introduction

On a vu précédemment que le modèle Armax ne prend pas en compte les changements de structures non périodiques et que le perceptron multicouches ne permet pas de faire de la prévision à plusieurs pas. On a donc cherché un modèle adapté, par exemple, aux spécificités des données de consommation électrique polonaises dont des exemples ont été donnés à la section 4.3. En particulier, on peut rappeler la présence d'un changement de structure

journalière entre *un jour travaillé* et *un jour férié* ou un *dimanche*. Cela nous invite à prendre en compte la notion de jour et ainsi **superposer deux échelles**, *le jour* et *l'heure*. On s'est ainsi intéressé à une approche différente de celle des modèles récurrents, qui consiste notamment à **étudier les journées prises dans leur ensemble**. Les unités de temps sont *le jour* et *l'heure* et le vecteur à estimer est la courbe de charge journalière qui est dans notre exemple un vecteur de dimension 24, $X_k = (X_k^1, \dots, X_k^{24}) = (X_k^h)_{1 \leq h \leq 24}$, où X_k^h est la consommation électrique à l'heure h du jour k . Ce choix devrait éviter les inconvénients décrits dans la présentation des méthodes classiques (chapitre 4.4).

Les données de courbes de charge s'intègrent donc au problème plus général défini précédemment au chapitre 4.1 et la méthode que nous allons présenter constitue donc une tentative de réponse à ce problème. *L'heure* devient ainsi l'unité "*haute fréquence*" et *le jour* l'unité "*basse fréquence*". On peut remarquer que l'unité de l'échelle rapide (l'heure) est imposée par la mesure des données alors que l'échelle lente, ici le jour, est déduite des observations préalables et des propriétés de la variable à prévoir.

Pour une courbe de charge de dimension 24, on distingue alors *sa forme (le profil)* de dimension 24, son *niveau de consommation globale (la moyenne)* de dimension 1 et *sa variabilité* représentée par *l'écart type* de dimension 1. On définit le profil P_k du jour k comme la courbe de charge de la journée centrée par la moyenne des 24 valeurs de consommation du jour et réduite par l'écart type de ces 24 valeurs. Ce profil est ainsi un vecteur de dimension 24.

La moyenne et l'écart type de chaque jour peuvent être estimés par une méthode quelconque de type Armax ou neuronale, qui est ici adaptée, car on ne prévoit qu'une seule valeur pour le jour suivant (il s'agit d'estimer 1 paramètre à 1 pas). Le profil, quant à lui, est déterminé à partir d'une classification qui permet à la fois la construction de classes et leur regroupement par un critère de voisinage. Une classification de type Kohonen qui diminue la somme des carrés intra-classes étendue aux classes voisines s'est révélée être un excellent outil pour réaliser cet objectif, comme on va le voir dans la suite.

Nous allons présenter dans ce chapitre la méthode que nous avons utilisée pour prévoir la consommation électrique polonaise dans le cadre général défini au chapitre 4.1.

5.2 Définitions et notations:

Données:

Soit une série chronologique $(Y_t)_{0 \leq t \leq T}$ de T valeurs mesurant un événement temporel qui varie en suivant deux évolutions de temps ayant chacune sa cadence propre. La première a une cadence qui correspond à 1 unité de temps, on dit que la première évolution est *instantanée* et on appelle *instant* la durée de sa réalisation. La seconde, quant à elle, se réalise au cours de p unités, p étant constant et on appelle *période* la séquence de temps correspondant à l'événement lent. On a ainsi N périodes de p observations ($N \times p = T$).

A chaque *période* (séquence basse fréquence) d'indice k , on affecte éventuellement q variables qualitatives A_k^1, \dots, A_k^q qui constituent le vecteur A_k de dimension q (A_k^1, \dots, A_k^q) $_{0 \leq k \leq N}$. Elles permettent de définir le *type* de la période d'indice k .

Notations:

On note par le double indice X_k^h la valeur de la série chronologique Y à l'instant h de la période k (par exemple l'heure h du jour k), $X_k^h = Y_{k \times p + h}$.

On note p le nombre d'événements *haute fréquence* qui se produisent au cours d'une période *basse fréquence*, p est supposé constant.

On note X_k la suite de valeurs successives communes à la période k , appelée *courbe de charge de la période k* .

$$X_k = (X_k^1, \dots, X_k^p)$$

On note t la variable – résultante de la conjonction des variables A^1, \dots, A^q – qui renseigne le type de la période et $t(k)$ le type de la période k . Si m_1, \dots, m_q sont les nombres de modalités respectifs des variables A^1, \dots, A^q , alors t a un nombre de modalités inférieur ou égal au produit $m_1 \times \dots \times m_q$. Par exemple, dans le cas de la consommation électrique polonaise, on dispose des variables qualitatives telles que le jour de semaine, le mois et l'indicatrice de jour férié. On peut définir le type du 31/12/98 comme un *mercredi non férié de décembre* et le 01/01/99 comme un *jeudi férié de janvier*.

Définitions:

La valeur moyenne de X pour la période k , notée M_k est donnée par :

$$M_k = \frac{1}{p} \sum_{h=1}^p X_k^h$$

L'écart type pour la période k , notée s_k , est donné par la formule:

$$s_k = \sqrt{\frac{1}{p} \sum_{h=1}^p (X_k^h - M_k)^2} \text{ et vérifie la propriété } \|X_k^h - M_k\|^2 = p s_k^2$$

Le profil pour la période k , noté P_k , représente la courbe de charge centrée réduite. C'est un vecteur de dimension p et de norme 1, $P_k = (P_k^1, \dots, P_k^p)$, donné par la formule

$$P_k^h = \frac{X_k^h - M_k}{\|X_k - M_k\|} = \frac{X_k^h - M_k}{\sqrt{p} \times s_k}$$

Le profil est un vecteur de la sphère de rayon 1 dans l'espace de dimension p .

On a donc **la décomposition suivante de la courbe X_k de la période k en profil, moyenne et écart type :**

$$X_k = M_k \mathbf{1}_p + \sqrt{p} s_k P_k$$

où $\mathbf{1}_p$ est le vecteur à p composantes toutes égales à 1

Cette formule est centrale dans la méthode de prévision.

5.3 Méthode de prévision – la MEP

On appelle *MEP* (moyenne – écart type – profil) la méthode de prévision proposée. Elle s'effectue en plusieurs étapes qui seront appliquées plus loin dans le cadre de l'analyse de la *consommation électrique polonaise*. Elle peut se résumer comme suit :

- 1) On classe les N profils P_k en U classes (C_1, \dots, C_U). Le choix de la classification est libre, on utilisera celle de Kohonen qui offre des possibilités de visualisation qui seront présentées ultérieurement. On note G_u le représentant (ou le vecteur code) de la classe C_u .
- 2) A chaque période d'indice k , on associe sa classe d'affectation $C_{(k)}=C_{u(k)}$, soit celle qui vérifie: $\|G_{u(k)} - P_k\| = \min_{u=1 \dots U} \|G_u - P_k\|$
- 3) On définit **le type $t(k)$ de chaque période k** à partir des variables qualitatives (A^1, \dots, A^q) qu'on enregistre dans la variable t .
- 4) A chaque classe C_u , on associe $\mathcal{P}(u / t_0)$ qui est la probabilité qu'une courbe X_k appartienne à la classe C_u sachant qu'elle a le type t_0 , elle est estimée par la fréquence empirique

$$\tilde{\mathcal{P}}(u / t_0) = \frac{\sum_{k=1}^N \mathbf{1}_{\{C(k)=C_u\}} \times \mathbf{1}_{\{t(k)=t_0\}}}{\sum_{k=1}^N \mathbf{1}_{\{t(k)=t_0\}}}$$

où $\mathbf{1}_{\{condition\}}$ est la fonction qui prend la valeur 1 si la condition est respectée, 0 sinon.

5) On définit **la règle d'affectation** qui à la période d'indice k associe le profil $\tilde{P}_k = \tilde{P}_{t(k)}$ commun à tous les jours k' qui ont le même type $t(k)$.

\tilde{P}_k est donné par la formule:

$$\tilde{P}_k = \frac{\sum_{u=1}^U \tilde{P}(u/t(k)) G_u}{\left\| \sum_{u=1}^U \tilde{P}(u/t(k)) G_u \right\|}$$

\tilde{P}_k est ainsi de norme 1 et conserve la propriété d'être un profil.

6) On prévoit séparément M_k et s_k par une méthode de prévision récursive de type Armax ou de type neuronale telle que le perceptron multicouches. Comme on prévoit à la période $k-1$ la valeur à la période k , on est dans le cadre où ces techniques donnent de bons résultats. On note \tilde{M}_k et \tilde{s}_k les estimés respectifs de M_k et s_k .

7) On prévoit X_k par \tilde{X}_k , donné par la formule

$\tilde{X}_k = \tilde{M}_k + \sqrt{p} \tilde{s}_k \times \tilde{P}_k$

6 Application de la MEP à l'exemple de la *prévision de la consommation électrique nationale polonaise*

Données :

Nous allons prévoir la courbe de charge à partir *du relevé de la consommation électrique horaire nationale polonaise du 01 janvier 1986 au 31 décembre 1993 effectué par la compagnie nationale polonaise d'électricité*, ce qui constitue 2922 jours avec 24 valeurs horaires.

Définitions:

Conformément à la notation du chapitre 5, on note X_k^h la valeur de *la consommation électrique* du jour k à l'heure h .

L'unité de temps étant le jour, un individu X_k représentant *la courbe de charge du jour* k est donc déterminé par la donnée de 24 valeurs successives. On note:

$$X_k = (X_k^1, \dots, X_k^{24})$$

La consommation moyenne du jour k se calcule comme suit:

$$M_k = \frac{1}{24} \sum_{h=1}^{24} X_k^h$$

L'écart type est donné par la formule:

$$s_k = \sqrt{\frac{1}{24} \sum_{h=1}^{24} (X_k^h - M_k)^2}$$

Le profil du jour k , noté P_k est donné par la formule:

$$P_k^h = \frac{X_k^h - M_k}{\|X_k - M_k \mathbf{1}_{24}\|}$$

On a donc $X_k = M_k + \sqrt{p} s_k P_k$

Intérêt particulier de la méthode :

On a supposé d'une part que le profil évoluait indépendamment de la température et d'autre part que la météorologie était entièrement prise en compte dans la moyenne et l'écart type, ce qui est très intéressant dans le cadre d'une prévision. Les résultats de la classification et l'étude détaillée des erreurs effectuée à posteriori ont confirmé cette hypothèse.

6.1 Classification des profils

N'importe quel type de classification peut être appliqué. Néanmoins, dans le chapitre 7.3 sont développés des éléments qui argumentent plutôt vers le choix d'une classification réalisée à l'aide de l'algorithme de Kohonen. Les sections suivantes présentent la classification hiérarchique, puis celle qui utilise les cartes de Kohonen.

6.1.1 Utilisation d'une classification hiérarchique

Rappelons que la classification hiérarchique de type Ward a été présentée au chapitre 2.2. On utilise la méthode cluster-ward du logiciel SAS pour faire une première classification grossière des différents profils.

Si on s'intéresse aux regroupements correspondants à un changement de niveau d'inertie important, on constate que le niveau à 8 classes est trop simpliste. Ceux au delà de 10 classes étant trop difficiles à interpréter, on a donc choisi un découpage en 10 classes.

En considérant le tableau 1 qui décrit chacune des 10 classes à partir du croisement des jours et des mois, **on propose la description qualitative des classes suivante:**

- Classe 1 : jours de semaine d'avril août et septembre
- 2 : dimanches d'avril à août
- 3 : jours de semaine et samedis de mai à août
- 4 : jours de semaine d'octobre à février et lundis de mars ainsi que les samedis de novembre à janvier
- 5 : dimanches février mars et octobre
- 6 : samedis et dimanches d'avril et septembre
- 7 : samedis de mai à août
- 8 : samedis d'octobre à février
- 9 : dimanches d'octobre à janvier
- 10: jours de semaine de février mars et octobre sauf le lundi

Tableau 1 : Table de contingence qui croise les jours et les mois pour chacune des 10 classes de la classification hiérarchique.

CLASSE	MOIS	LUNDI	MARDI	MERCREDI	JEUDI	VENDREDI	SAMEDI	DIMANCHE
1	3	5	6	4	4	2	.	.
1	4	22	32	33	32	32	9	.
1	5	.	1	8	6	1	.	.
1	6	.	1	.	1	.	.	.
1	7	.	2	.	2	.	.	.
1	8	15	27	22	22	18	1	.
1	9	26	29	30	31	32	7	.
2	3	1	5
2	4	7	23
2	5	1	1	1	5	3	8	36
2	6	.	.	.	5	.	2	32
2	7	.	1	1	.	1	6	34
2	8	.	1	1	1	.	7	34
2	9	1
3	4	6	2	2	2	1	3	.
3	5	33	33	26	23	31	10	.
3	6	35	34	34	28	34	7	.
3	7	34	32	35	34	35	6	.
3	8	20	7	12	12	17	9	.
4	1	33	34	34	35	35	11	.
4	2	33	18	22	19	19	8	.
4	3	23	2	3	.	2	2	.
4	4	1	.	.
4	8	1	.
4	9	7	.	2	.	1	.	.
4	10	34	17	21	18	19	5	1
4	11	33	33	32	32	33	8	.
4	12	31	34	34	34	31	14	.
5	1	7
5	2	5	25
5	3	1	22	28
5	4	1	.
5	9	4	9
5	10	6	19
5	11	1	1	1	1	1	1	5
6	3	2	3
6	4	6	.	.	1	.	11	10
6	8	3	2
6	9	22	24
7	4	3	1
7	5	1	.	.	1	1	18	.
7	6	25	2
7	7	1	23	1
7	8	1	15	.
7	9	1
8	1	22	.
8	2	20	.
8	3	6	.
8	9	1	.
8	10	1	1	.	1	2	24	.
8	11	.	.	1	.	.	24	.
8	12	2	.	.	.	1	14	2
9	1	1	1	2	1	2	2	28
9	2	7
9	10	1	15
9	11	1	.	.	1	.	1	30
9	12	2	2	2	2	3	7	33
10	2	.	14	10	13	13	.	.
10	3	6	28	28	31	30	4	.
10	9	.	6	3	3	1	.	.
10	10	.	17	14	17	15	.	.

Remarques:

- La première constatation concerne la remarquable correspondance entre les caractéristiques calendaires (*type de jour et mois*) et les classes qui se dégagent des résultats au point qu'ils semblent être les critères qui permettent de caractériser les classes. A titre d'exemple, la classe 1 est essentiellement constituée *des jours travaillés*¹ des mois de *mi-saison avril et septembre* auxquels il faut ajouter certains *jours travaillés d'août* et les jours de *mars* postérieurs au changement d'heure.

- La deuxième constatation porte sur le fait que **la classification ne fait pas ressortir d'effet de température, mais au contraire, des effets saisonniers**. En effet, il est clair que certains jours de mars ont la même température que ceux de novembre par exemple, et pourtant, ils ne sont pas regroupés dans la classification. Une conclusion similaire s'impose lorsque l'on suit les jours et leur classement par ordre chronologique et que l'on constate une régularité qui ne correspond pas aux aléas de température (spécialement en hiver). **Ce résultat confirme l'hypothèse d'indépendance du profil et de la météorologie.**

- Refaire la classification avec un plus grand nombre de classes n'apporte pas de précisions, les ruptures entre les classes étant moins nettes du point de vue calendaire.

- On constate que certaines catégories se répartissent sur plusieurs classes (par exemple les mardis de mars se retrouvent dans 3 classes 1, 4 et 10). La classification hiérarchique ne fournit pas de moyen simple et rapide pour savoir si ces classes sont voisines ou non. Cela pose un problème qui sera détaillé dans le chapitre 7.3.

Limites de la classification hiérarchique:

Les limites de la classification hiérarchique concernant l'application de notre méthode seront décrites plus loin. Néanmoins, on peut déjà se rendre compte que si les mardis de mars se retrouvent sur 3 classes, notre méthode leur affectera un représentant qui est construit comme le barycentre de 3 vecteurs dont il n'est pas immédiat de savoir si ils sont semblables. Ce problème augmente avec le nombre de classes. On peut voir aussi ce représentant comme un barycentre de tous les éléments de ces 3 classes qui représentent presque la moitié des individus, et donc on n'aura pas la précision souhaitée.

¹ Nous n'avons pas la possibilité de vérifier si les samedis de la classe CL10 sont des samedis travaillés.

Conclusion:

Cette classification hiérarchique montre que les profils semblent indépendants de la température. De plus, on a remarqué un suivi temporel qu'il serait très intéressant de conserver lors d'une classification plus fine comprenant d'avantage de classes.

Une classification de type Kohonen qui permet de mieux visualiser les ressemblances entre individus et qui ordonne les représentants des classes (le cas échéant, en deux dimensions), favorise l'interprétation des résultats, la mise en valeur de la saisonnalité et permet d'augmenter considérablement le nombre de classes tout en gardant un résultat exploitable.

6.1.2 Utilisation de la classification de Kohonen (présentée au chapitre 2)

On effectue, dans ce chapitre, une classification au moyen de **l'algorithme de Kohonen**. Cette méthode possède la particularité, outre de classer, d'organiser les représentants des classes suivant une notion de voisinage qui est visualisé dans une carte (ici à deux dimensions). Cette classification sert à faire ressortir les profils des situations stables et à les ordonner, ce qui est intéressant dans le cadre de la prévision.

Les choix techniques qui ont été faits sont les suivants. Chaque jour est présenté 12 fois lors de l'apprentissage, ce qui fait *35064 itérations*. *Le voisinage* passe de 49 voisins à 25 puis 9 et enfin 1 voisin à respectivement $5/12^{\circ}$, $10/12^{\circ}$ et $11/12^{\circ}$ du temps d'apprentissage. *Le choix de la carte* s'est porté sur 100 unités disposées sur une carte 10x10. L'initialisation de la carte est faite avec 100 profils pris au hasard dans la base de données.

6.1.2.1 Variantes de l'algorithme de Kohonen susceptible d'améliorer la classification des courbes de charge :

Dans le chapitre 2.3² qui présente l'algorithme de Kohonen, il est indiqué que certaines modifications de l'algorithme peuvent être intéressantes dans certains cas. Dans le paragraphe suivant, sont présentées certaines variantes sur la structure de la carte et sur l'apprentissage.

- Variantes sur la structure :

On peut modifier la structure d'un réseau en grille en considérant un réseau en cylindre ou tore.

- Le cylindre:

On appelle cylindre un réseau de type grille où on impose *aux unités de deux bords opposés d'être voisines* comme l'illustre la suite de figures 57, 58, 59.

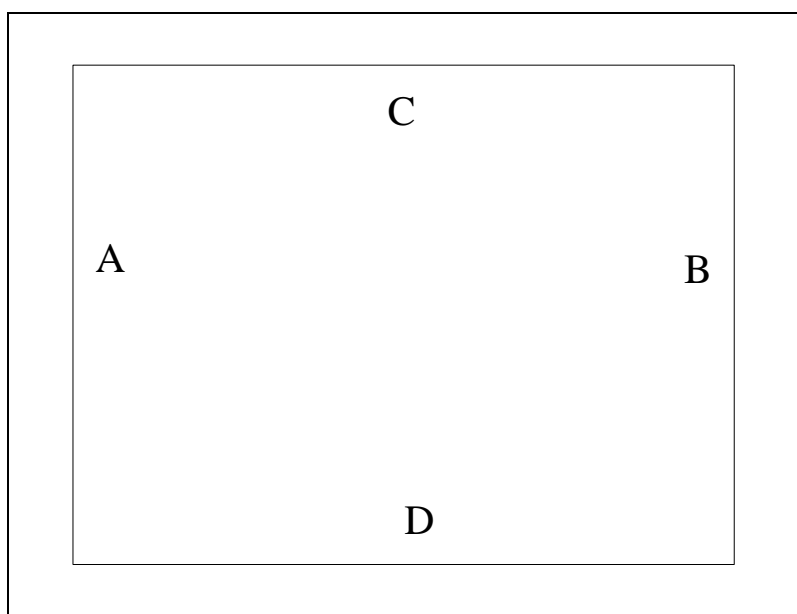


Figure 57 : Structure de carte rectangulaire classique

² Chapitre 2.3 paragraphe Variantes de l'algorithme de Kohonen

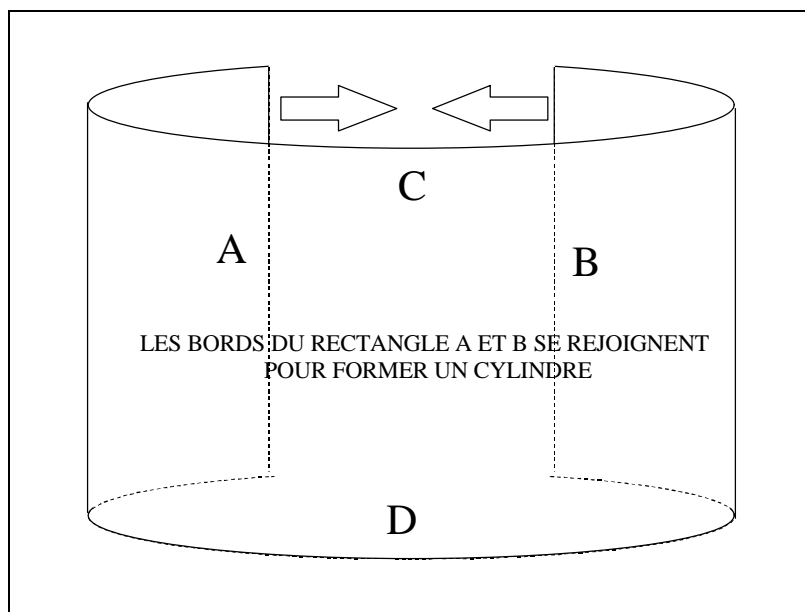


Figure 58 : Les bords A et B se rejoignent

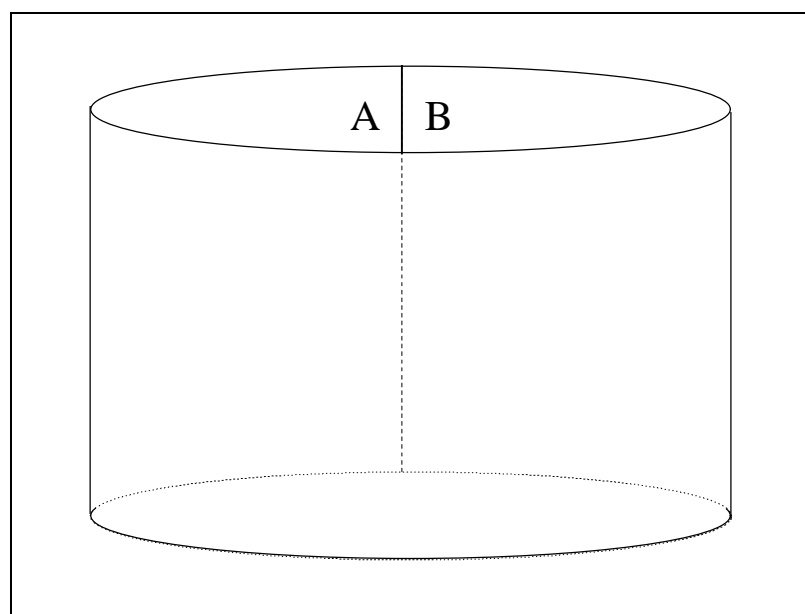


Figure 59 : Structure de carte cylindrique

- Le tore :

Le tore est une grille où les quatre bords sont voisins de leurs bords opposés respectifs comme sur la figure 60 (il peut aussi être perçu comme un cylindre où les 2 bases se rejoignent).

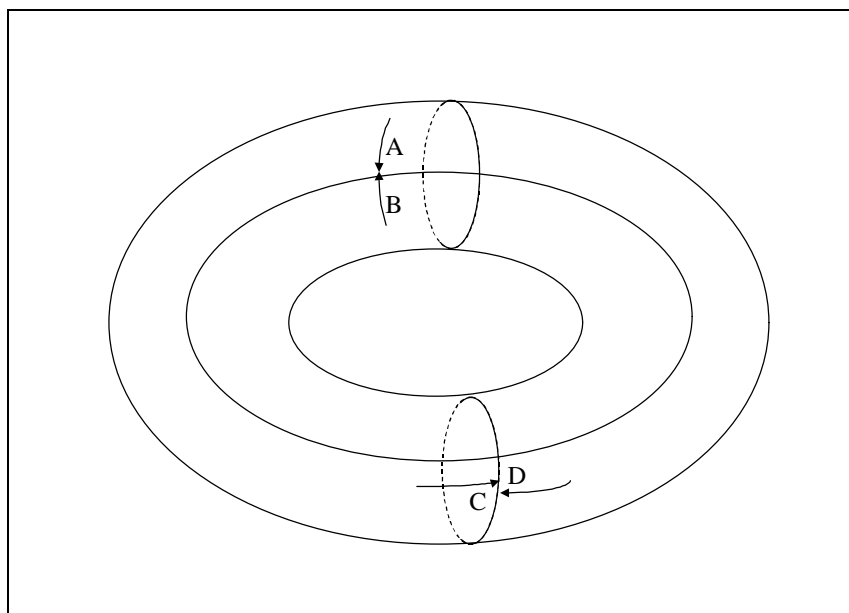


Figure 60 : Structure en tore

- Choix de la structure dans l'étude de la consommation électrique nationale polonaise :

Le cylindre favorise la mise en évidence d'une saisonnalité et en particulier du mouvement annuel hiver → printemps → été → automne → hiver. Dans le cas de la consommation d'électricité, l'hiver et l'été sont fortement opposés alors que les saisons intermédiaires sont plus proches. La grille rectangulaire a donc tendance à privilégier la représentation de l'opposition entre l'hiver et l'été en les plaçant sur des unités extrêmes de la carte et à centrer les saisons intermédiaires de sorte que cela provoque un regroupement du printemps et de l'automne. Une grille plus grande aurait peut-être résolu le problème, mais le cylindre a fourni de bons résultats en forçant l'étalement de la saisonnalité à la fois dans l'étude de la consommation d'électricité nationale polonaise et française³.

³ Cf. annexe

Il est très difficile de définir une règle pour savoir dans quel cas le cylindre apporte un plus ou non. Seul un bilan à posteriori comme dans cette étude peut montrer l'intérêt de cette structure.

- Variante sur l'apprentissage : La renormalisation des poids à chaque étape.

Les vecteurs codes G_u sont initialisés dans l'enveloppe convexe E de l'ensemble des éléments à classer X . Ils évoluent suivant la formule présentée au chapitre 2.3 $G_u(t+1) = G_u(t) + \mathbf{h}(t)(X(t+1) - G_u(t))$ et sont donc, à chaque étape t , un barycentre de deux vecteurs de E . Ils sont donc tout au long de l'apprentissage dans l'enveloppe convexe E .

Par exemple, si les éléments à classer possèdent une propriété linéaire ($\sum_{j=1}^p a_j X^j = cste$), les vecteurs G_u auront aussi cette propriété qui se transmet aux barycentres.

Par contre, si les éléments X possèdent une propriété non linéaire et en particulier, si les vecteurs X sont sur la sphère unité, comme c'est le cas des profils journaliers de consommation électrique, les vecteurs codes seront à l'intérieur et non sur la boule unité comme l'illustre la figure 61. Et dès que 2 vecteurs X distincts sont affectés à l'unité u ,

$$\sum_{j=1}^p G_u^{j^2} < 1 .$$

Il est possible d'aménager l'algorithme pour que les vecteurs codes restent à chaque étape sur la sphère unité comme les vecteurs à classer en normalisant le vecteur code $G_u(t)$ à chaque étape de l'apprentissage par la formule suivante⁴:

$$G_u(t+1) = \frac{G_u(t) + \mathbf{h}(t)(X(t+1) - G_u(t))}{\|G_u(t) + \mathbf{h}(t)(X(t+1) - G_u(t))\|}, \text{ pour } u \in V_r(u_0)$$

$G_u(t+1) = G_u(t)$, pour les autres.

En résumé, dans cette étude on choisit donc une *carte cylindrique* pour illustrer la saisonnalité des données et *une renormalisation des poids à chaque itération* afin de les laisser sur la sphère unité et ainsi garder cette propriété des profils.

⁴ Cette formule remplace son équivalent du chapitre 2.4

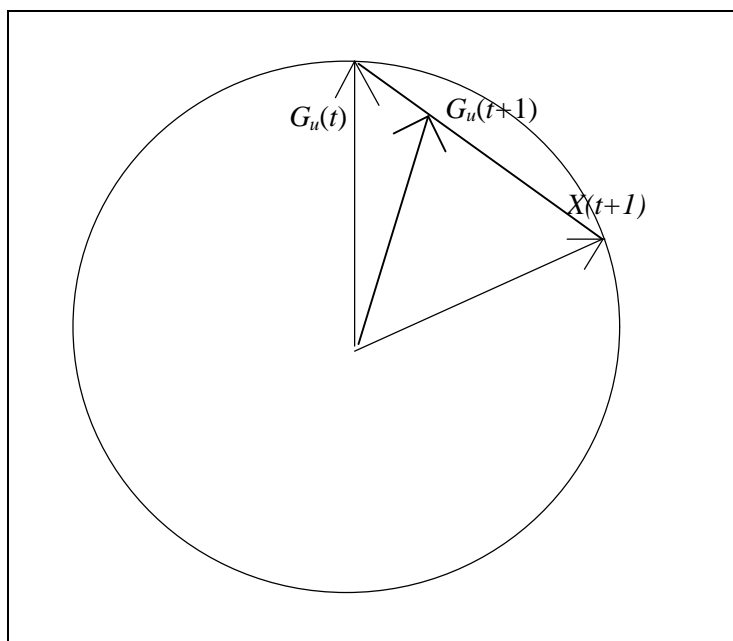


Figure 61 : Le vecteur code $G_u(t+1)$ étant un barycentre de $G(t)$ et de X se trouve à l'intérieur du cercle unité

6.1.2.2 Classification et prévision des profils

A la suite de l'apprentissage de la carte de Kohonen modifié comme expliqué ci-dessus, on obtient **100 classes** dont les représentants sont les vecteurs codes de l'algorithme de Kohonen (vecteurs de 24 composantes). Ils sont ordonnés sur une carte où il faut considérer que les bords verticaux sont voisins (le réseau de voisinage est un cylindre).

Représentation des centres de classes :

On peut aisément vérifier sur le graphique de la figure 62, où est tracé pour chaque unité u le vecteur code final correspondant G_u , que **les vecteurs codes des unités voisines sur la carte sont des profils voisins** ainsi que ceux des bords verticaux.

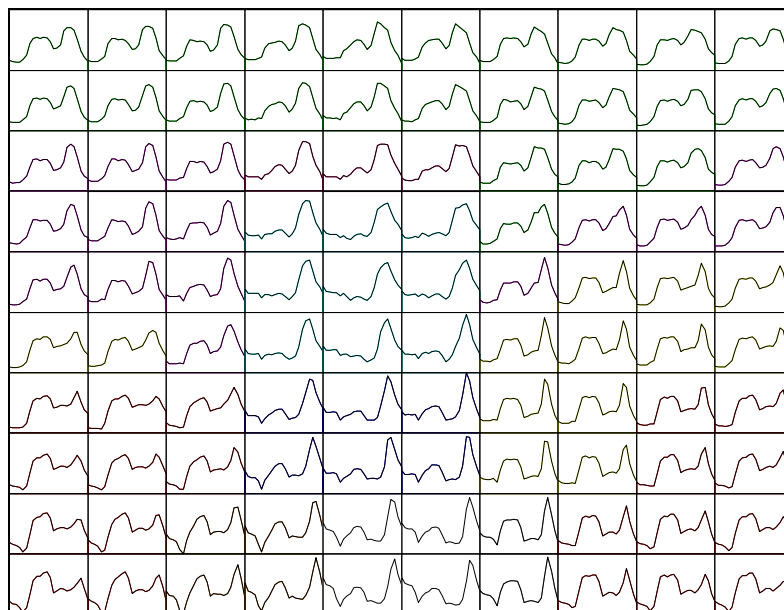


Figure 62 : Les vecteurs codes sont représentés sur la carte dans leur unité d'affectation

Représentation de tous les jours sur la carte :

On affecte ensuite à chacun des 2922 jours, l'unité dont le vecteur code est le plus proche en distance de son profil. Le graphique suivant superpose tous les profils dans l'unité qui leur est affectée et permet de vérifier que la dispersion à l'intérieur de chaque classe est très faible.

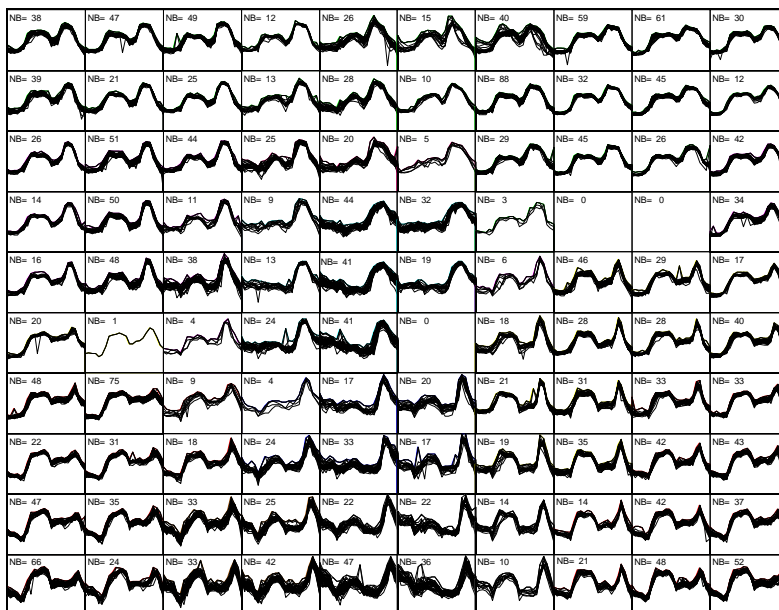


Figure 63 : Tous les profils sont représentés dans leur unité d'affectation

Carte des distances :

On cherche maintenant à positionner le vecteur code G_u par rapport à l'ensemble des individus extérieurs à la classe u , pour avoir un indicateur de l'éloignement de la classe u par rapport au reste du nuage de points. Pour cela, on pourrait mesurer la distance entre G_u et les $U-1$ autres vecteurs codes. En fait, la carte de Kohonen ayant l'avantage d'ordonner les classes selon un critère de proximité, il suffit de mesurer les distances à ses seuls voisins. Le graphique suivant donne pour chaque unité la distance entre le vecteur code associé et celui des 8 unités voisines. Pour plus d'information sur ce graphique, on peut se référer au chapitre 3. Cette carte indique les fossés intra-classes (c'est-à-dire les frontières correspondantes aux grandes distances entre les classes). Elle invite ainsi à regrouper les classes dont les vecteurs codes sont proches et séparer les autres.

Pour réunir les vecteurs codes proches et visualiser les regroupements de classes correspondants, on effectue une classification hiérarchique de ces 100 classes en macro-classes. La carte des distances sert alors à vérifier la cohérence de ces dernières avec les distances entre les vecteurs codes.

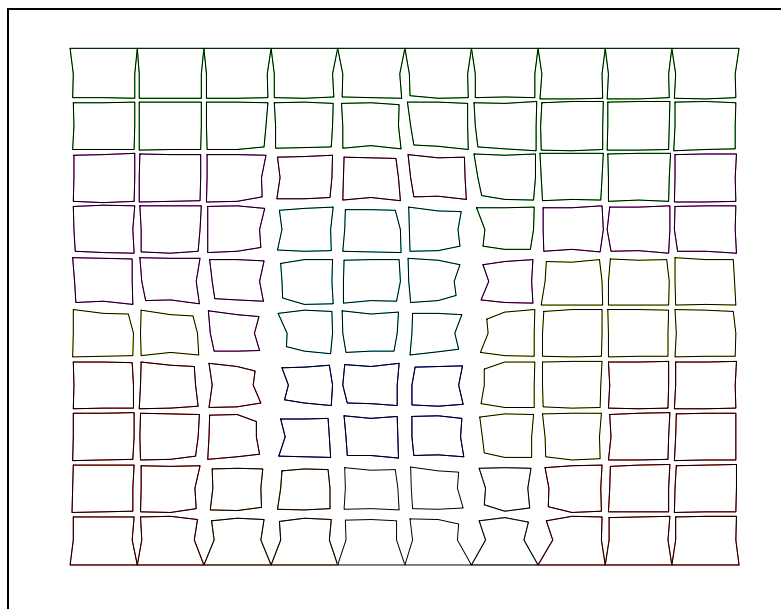


Figure 64 : Carte des distances

Visualisation des macro-classes :

Afin de rendre plus lisible la carte résultat de l'apprentissage (et non dans l'optique de la prévision), **on effectue une classification hiérarchique (méthode `cluster_ward` de SAS) à 10 classes à partir des 100 vecteurs codes précédemment obtenus** (le choix de 10 classes correspondant à un palier d'inertie et un stade où l'interprétation reste aisée). Conformément à la notation du chapitre 3, on appellera ces 10 classes les macro-classes pour les distinguer des 100 micro-classes issues de la classification de Kohonen. En associant à chaque macro-classe une couleur, on peut représenter sur la même carte, les deux classifications comme sur la figure 65. Les cartes *des distances* et de *la dispersion intra-classes* deviennent celles des figures 66 et 67:

On constate sur la carte des distances que les changements de classes correspondent à de grandes distances. On peut de plus distinguer des changements de classes voisines par continuité et d'autres par des ruptures.

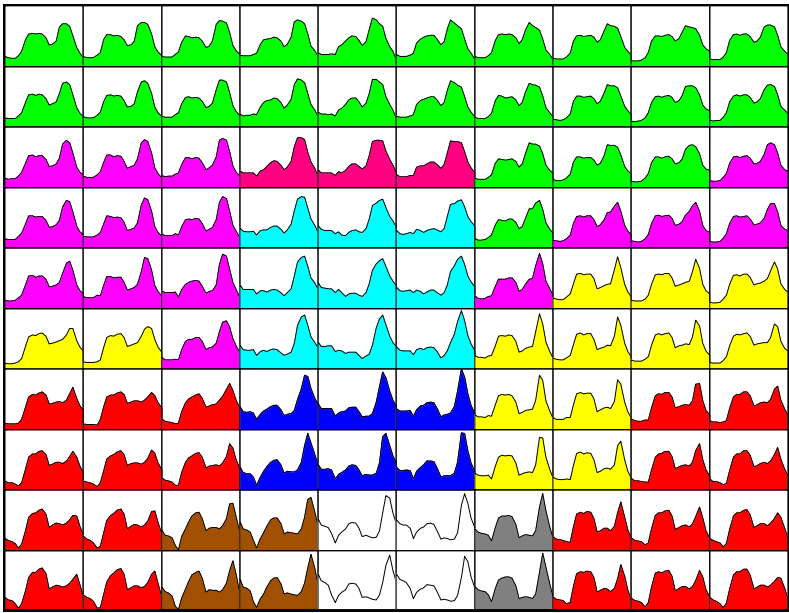


Figure 65 : Superposition des macro-classes et des micro-classes

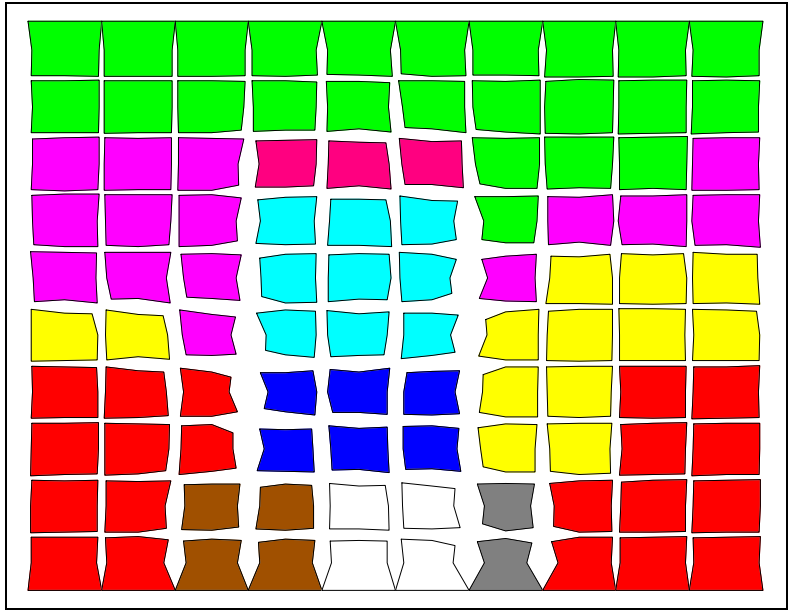


Figure 66 : Nouvelle carte des distances

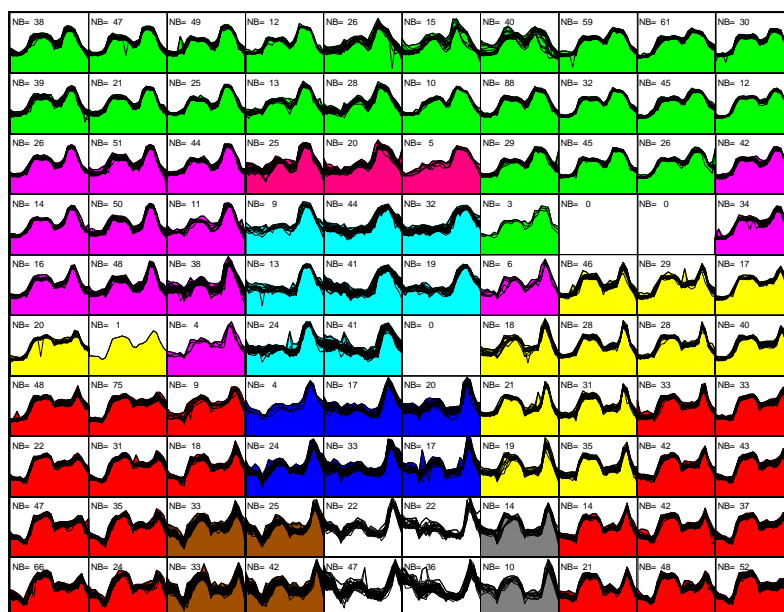


Figure 67 : Les individus sont représentés simultanément dans leur micro-classe et leur macro-classe

Description et typologie des classes :

Pour chaque niveau de classification, on peut, par la suite, essayer de **caractériser chaque classe par des variables exogènes** calendaires (donc déterministes), telles que le type de jour, le mois, et la spécificité de certains jours (jours fériés et ponts).

Niveau macro-classes:

Pour qualifier les différentes macro-classes en terme de "type de jour" et de "mois", on utilise le **tableau 2 de contingence**. qui croise les classes, les jours et les mois.

Tableau 2 : Table de contingence qui croise les jours et les mois pour chaque macro-classe

MACRO-CLASSE	MOIS	LUNDI	MAR->VEN	SAMEDI	DIMANCHE
1	1	33	136	26	.
1	2	17	72	8	.
1	3	.	6	.	.
1	9	1	2	.	.
1	10	13	82	10	1
1	11	33	130	30	.
1	12	33	133	27	.
2	1	.	2	.	.
2	2	16	56	11	.
2	3	29	117	27	.
2	4	.	3	2	.
2	9	6	14	4	1
2	10	21	60	15	.
3	4	10	23	5	.
3	5	33	126	12	.
3	6	34	131	11	.
3	7	35	139	9	.
3	8	24	132	10	.
3	9	1	4	1	.
4	3	5	18	.	.
4	4	18	103	4	.
4	5	.	4	.	.
4	6	1	1	.	.
4	7	.	1	.	.
4	8	12	5	2	.
4	9	26	118	15	.
5	1	1	6	.	34
5	2	.	.	1	32
5	3	.	.	1	16
5	9	.	.	.	7
5	10	.	.	4	34
5	11	1	4	1	34
5	12	2	9	3	33
6	4	.	9	9	.
6	5	.	.	2	.
6	8	.	.	3	1
7	3	2	.	3	15
7	4	5	.	10	15
7	5	2	2	2	4
7	7	.	.	.	1
7	8	.	.	4	12
7	9	.	.	13	25
8	5	.	.	20	5
8	6	.	.	23	13
8	7	.	.	25	25
8	8	.	.	17	5
9	1	.	.	9	1
9	2	.	.	13	.
9	3	.	.	3	.
9	9	.	.	1	.
9	10	1	.	7	.
9	11	1	2	3	1
9	12	.	1	5	2
10	3	.	.	1	5
10	4	1	.	4	19
10	5	.	9	.	27
10	6	.	5	.	21
10	7	.	3	1	9
10	8	.	3	.	18
10	9	.	.	.	1

Le résultat obtenu est illustré par la figure 68 et par le tableau 2 dans lesquels l'on peut vérifier les propriétés suivantes:

On constate sur la figure 65 que les macro-classes regroupent des micro-classes voisines sur la carte pour créer des surfaces connexes et l'association de ces macro-classes à une notion qualitative de type "saisonnier" ou "jour de semaine" est aisée.

De plus les séparations entre les 10 classes coïncident avec les grandes distances entre les poids comme le montrent la figure 66.

On constate un regroupement en fonction d'une part de la notion de jour (jours travaillés, samedis et dimanches), d'autre part de celle de la saison.

Jusqu'ici, ces classifications fournissent une typologie des jours selon les profils de charge. On pourrait se contenter de ce niveau de classification pour définir la *variable type de jour* à partir des 8 modalités "jour de semaine d'octobre", "samedi d'hiver", etc. En fait, a posteriori cette définition du jour est très large et induit une erreur de prévision trop importante. Comme on dispose d'un niveau micro-classes avec une notion de voisinage, il est possible de définir un type de jour plus fin, c'est-à-dire qui respecte la distinction entre ces 8 types. Il suffit pour cela de créer, comme au paragraphe suivant, des catégories qui soient emboîtées dans ces 8 types.

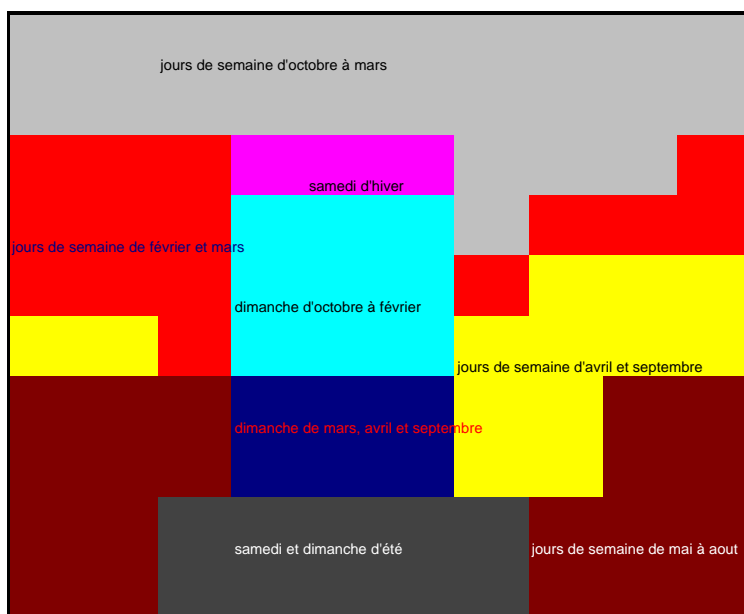


Figure 68 : Caractérisation qualitative des macro-classes

Niveau micro-classes :

On cherche à élaborer une variable type de jour construite à partir des variables calendaires dans le but de trouver une règle qui affecte à chaque jour les micro-classes qui correspondent à son type. Pour cela, on utilise **les tableaux de contingence** qui indiquent d'une part **comment est reparti chaque couple** (jour de semaine, mois) dans les 100 classes (dont le tableau 3 constitue un extrait) et d'autre part **quels sont, pour une classe donnée, les couples** (jour de semaine, mois) **associés** (le tableau 4 en donne un extrait), la première approche est nécessaire pour la prévision alors que la deuxième sert à qualifier les unités.

Exemple d'interprétation du tableau 3:

Les dimanches de février se répartissent sur 5 classes voisines sur la carte (44, 45, 46, 54, 55), les deux tiers étant affectés à la classe 55.

			44	45	46				
			54	55					

Figure 69: Positionnement des unités 44, 45, 46, 54, 55 où sont contenus les dimanches de février

Exemple d'interprétation du tableau 4:

La classe 1 est essentiellement constituée des jours de semaine (mardi à vendredi) des mois de janvier et février.

Tableau 3 : Extrait du tableau de contingence des couples (jour, mois) dans chaque micro-classe

MOIS	JOUR	MICRO-CLASSE	NOMBRE	POURCENTAGE
2	dimanche	44	4	13
2	dimanche	45	1	3.1
2	dimanche	46	4	13
2	dimanche	54	3	9.4
2	dimanche	55	20	63
2	lundi	19	3	9.1
2	lundi	20	7	21
2	lundi	29	7	21
2	lundi	30	8	24
2	lundi	31	1	3.0
2	lundi	40	7	21
2	mar->vend	1	11	8.6
2	mar->vend	2	5	3.9
2	mar->vend	10	7	5.5
2	mar->vend	11	24	19
2	mar->vend	12	19	15
2	mar->vend	13	3	2.3
2	mar->vend	14	1	.78
2	mar->vend	20	2	1.6
2	mar->vend	21	10	7.8
2	mar->vend	22	22	17
2	mar->vend	23	3	2.3
2	mar->vend	30	7	5.5
2	mar->vend	31	1	.78
2	mar->vend	32	13	10
2	samedi	1	1	3.0
2	samedi	11	3	9.1
2	samedi	14	3	9.1
2	samedi	15	1	3.0
2	samedi	22	3	9.1
2	samedi	24	12	36
2	samedi	25	1	3.0
2	samedi	32	1	3.0
2	samedi	33	1	3.0
2	samedi	34	1	3.0

Tableau 4 : Extrait du tableau de contingence qui croise les jours et les mois pour chaque micro-classe

MICRO-CLASSE	MOIS	LUNDI	MAR->VEN	SAMEDI	DIMANCHE
1	1	.	19	2	.
1	2	.	11	1	.
1	10	.	.	4	.
1	11	.	.	1	.
2	1	.	29	.	.
2	2	.	5	.	.
2	10	.	8	1	.
2	11	.	4	.	.
3	1	.	8	.	.
3	10	.	29	.	.
3	11	.	12	.	.
4	1	.	.	1	.
4	10	.	3	.	.
4	11	.	7	.	.
4	12	.	1	.	.
5	1	.	.	1	.
5	11	.	.	12	.
5	12	1	2	10	.
6	1	.	.	2	.
6	10	.	1	.	.
6	11	.	2	2	.
6	12	.	5	3	.
7	1	.	3	5	.
7	11	.	7	4	.
7	12	.	14	7	.
8	1	.	6	1	.
8	11	.	20	.	.
8	12	.	32	.	.
9	1	10	3	.	.
9	10	1	.	.	.
9	11	19	.	.	.
9	12	23	5	.	.
10	1	2	18	.	.
10	2	.	7	.	.
10	10	.	1	.	.
10	11	.	2	.	.

Cartographie des mois et jours :

Les tableaux précédents ne tiennent pas compte des voisinages. il est donc difficile de savoir, lorsqu'un type de jour se répartit dans deux classes différentes, si ces classes sont voisines et donc assimilables ou réellement disjointes. Pour visualiser ce problème, on utilise les cartes des jours et des mois (cf. section 3.6).

La première carte – qu'on appelle *cartographie des jours* (figure 70) – projette la répartition des jours dans les micro-classes. On constate que les mardis, mercredi, jeudi et vendredi ont la même répartition, on les regroupe donc sous une même modalité pour réaliser une nouvelle cartographie des jours plus simple représentée dans la figure 71. Les nouvelles modalités calendaires sont donc:

- 1: dimanche
- 2: lundi
- 3: mardi mercredi jeudi et vendredi
- 4: samedi

La figure 72 représente, quant à elle, la cartographie des mois.

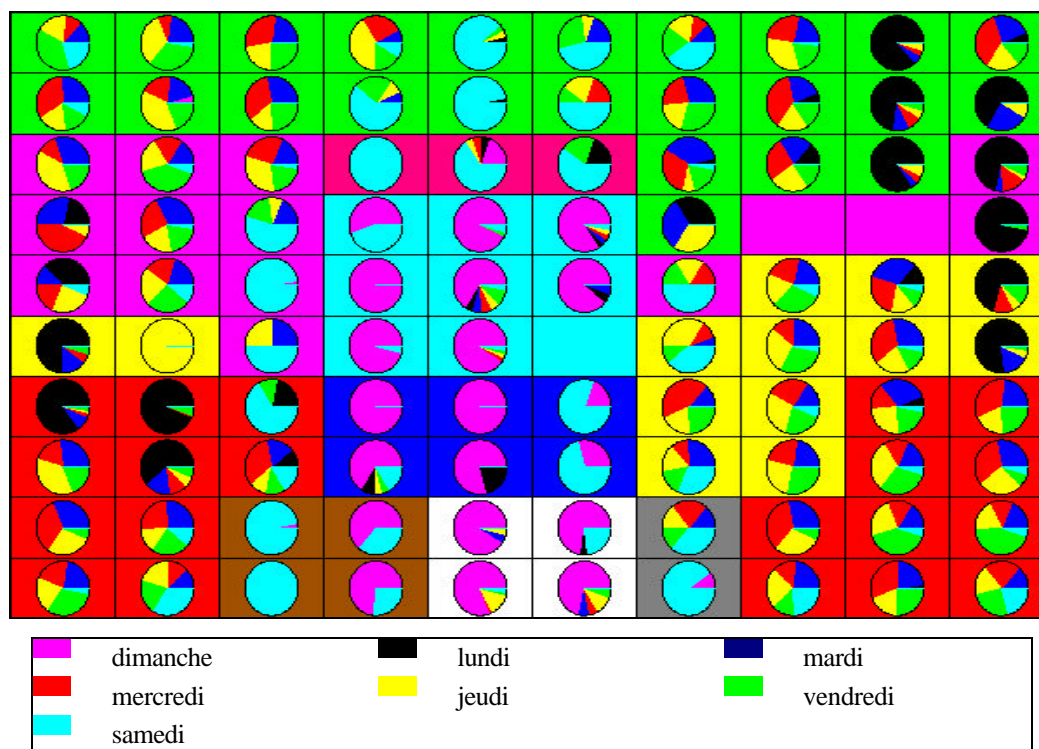


Figure 70 : les jours

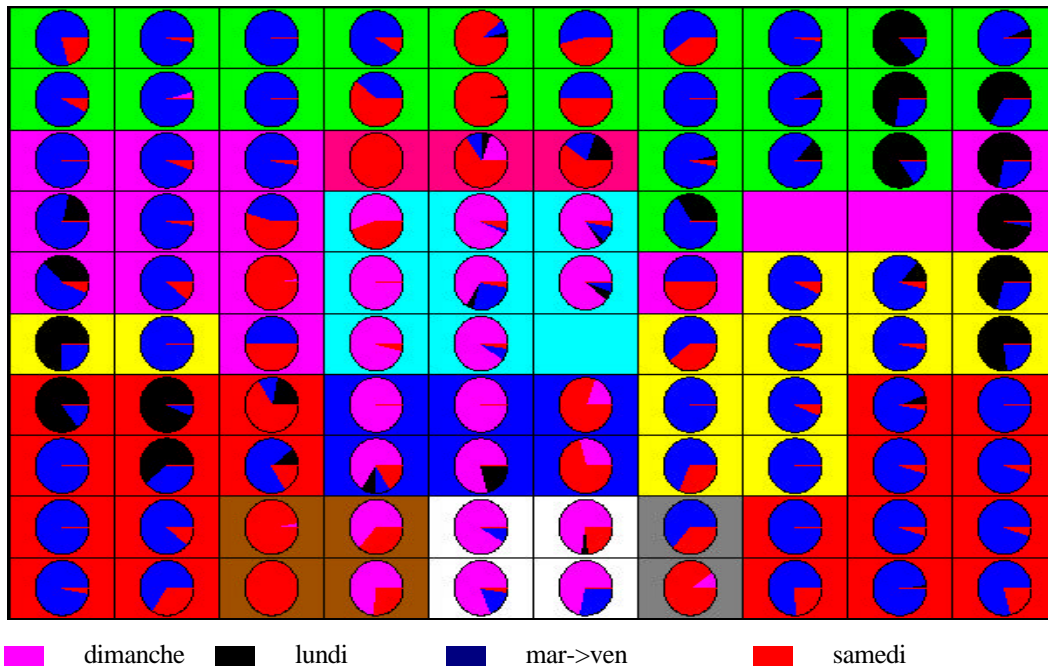


Figure 71 : Les jours avec regroupement des jours de mardi à vendredi

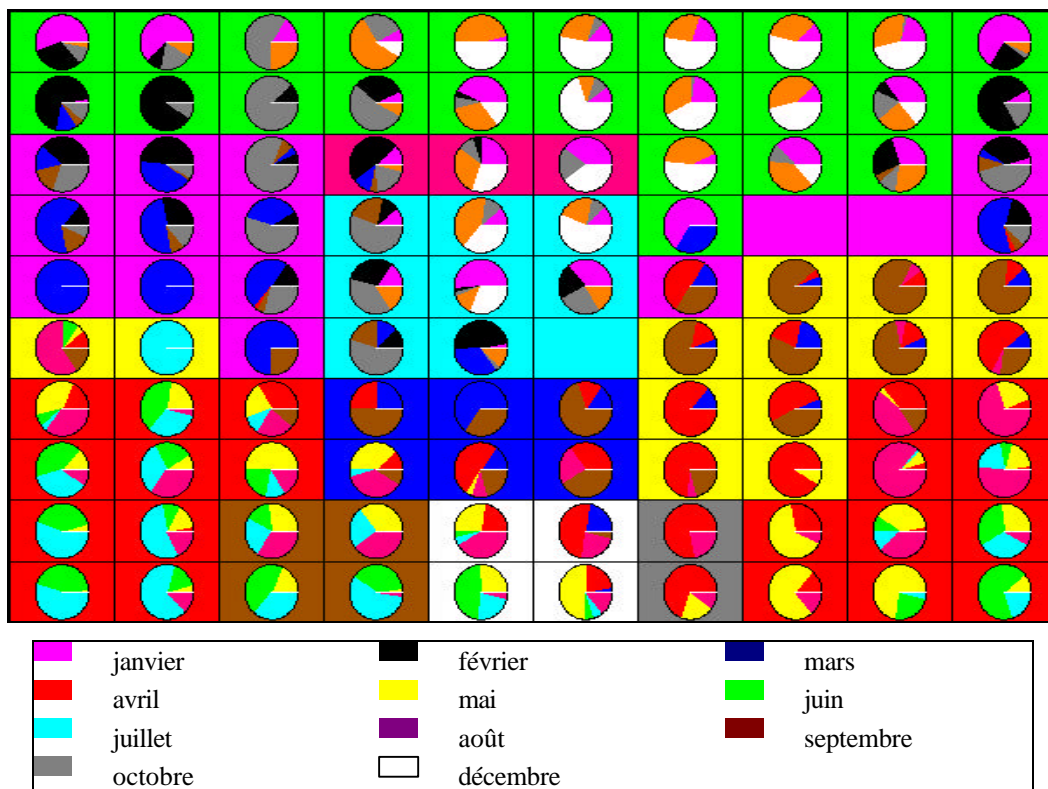


Figure 72 : Les mois

Affinage de la description de la carte:

On constate que le mois de janvier ne couvre pas toute la surface « jours de semaine d'octobre à mars » de la carte mais seulement une région. De plus, les jours de décembre et de février ne se mélangent pas. En fait, chaque mois est réparti dans une région de la carte beaucoup plus réduite que la zone réservée à sa super-classe. De plus, on peut suivre sur la cartographie des mois le passage d'un mois au suivant. Les unités concernées par deux mois successifs sont en effet communes ou contiguës la plupart du temps. Ce phénomène est illustré par les figures 73 et 74. La première indique les grandes lignes pour les « dimanches d'hiver » et les « jours de semaine d'hiver ». La seconde, établie à partir d'une rotation du cylindre autour de son axe, montre comment sont répartis les jours de semaine des mois d'été. Le passage d'une unité à l'autre ne peut cependant pas être daté mais cette répartition des mois sur la carte est facile à exploiter dans le cadre d'une prévision.

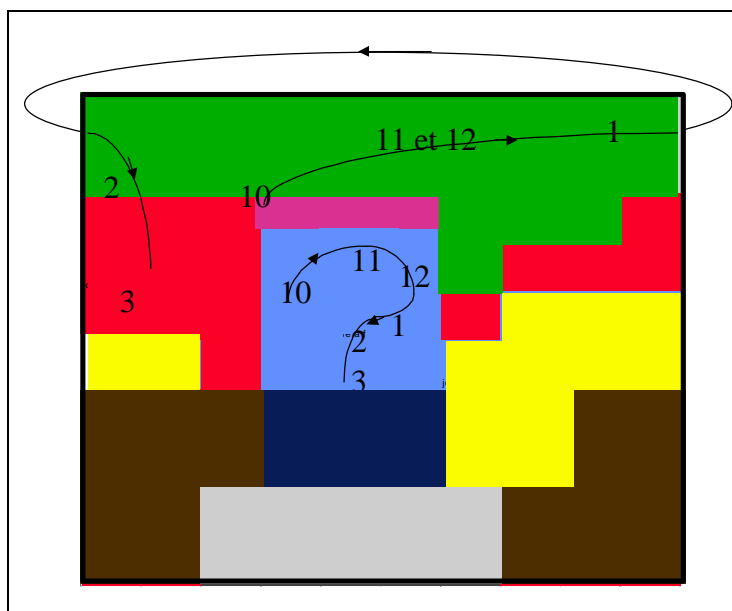


Figure 73 : Disposition sur la carte des mois d'hiver pour les deux catégories - jours de semaine et dimanches

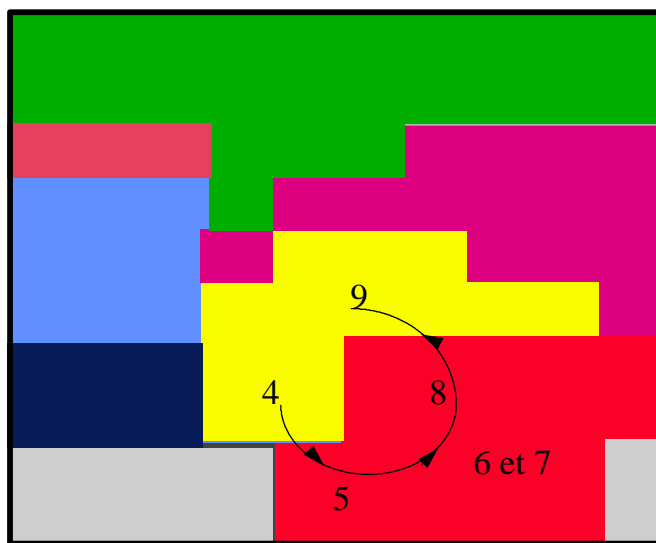


Figure 74 : Disposition sur la carte des mois d'été pour les jours de semaine

Le cas particulier des jours fériés:

Le tableau suivant, qui donne l'unité d'affectation de chaque jour férié, montre que les jours fériés sont classés comme des dimanches du même mois.

Tableau 5 : Numéro de l'unité d'affectation de chacun des jours fériés

ANNEE	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993
1er janvier	45	45	45		45	45	45	45
Pâques	75	75	75		75	75	75	86
1er mai	96	96		74	96	96	96	
Constitution					96	74		74
Fête-Dieu	96	95	95	95	95	96	95	95
22 juillet	85	95	95					
15 août	96			96	96	85		
1er novemb	46		46	55	55	55		46
11 novemb	3					25	25	25
25 décemb	45	45		45	45	45	45	
26 décemb	35		36	36	36	36		

Conclusion :

La classification en macro-classes permet de séparer les jours de semaine, les samedis et les dimanches. Les samedis sont situés dans des classes intermédiaires entre celles des dimanches et celles des jours de semaine. Certains samedis se trouvent dans la zone des classes de jours de semaine – à la frontière de cette zone, comme par exemple les classes 5 14 15 16 – (on sait que certains samedis sont travaillés en Pologne). Malheureusement, faute de calendrier précis, on n'a pas pu vérifier l'hypothèse que les samedis ouvrés soient précisément les samedis classés comme des « *jours de mardi à vendredi* » qui formeraient ainsi la continuité entre les week-end et les jours de travail.

La fracture entre l'hiver et le printemps et celle entre l'été et l'automne se font au changement horaire. Par contre, les ruptures entre avril et mai ou entre août et septembre ne répondent pas à une règle calendaire évidente. Une étude sur une période plus longue pourrait peut-être identifier la date de rupture de façon plus précise. De plus, les jours fériés sont classés comme des dimanches du même mois.

La classification micro-classes permet d'affirmer qu'on trouve un mouvement au sein des macro-classes qui correspond au cycle des mois. De plus, on peut distinguer les lundis des autres jours de semaine.

Construction de la variable type de jour :

L'analyse de la classification par l'algorithme de Kohonen qui vient d'être effectuée montre que les profils se regroupent suivant certaines variables calendaires telles que *le mois*, *le jour de semaine*, *l'indicatrice de jour férié*, *l'indicatrice d'horaire d'été*, *l'indicatrice d'horaire d'hiver* etc.

On appellera *mars* (respectivement *septembre*) les jours de mars (respectivement septembre) jusqu'au changement horaire. Les jours suivants le changement horaire seront rattachés au mois suivant (*avril*, respectivement *octobre*). Par exemple, le 31 mars 1986 est un jour d'avril pour notre notation. De plus, on appelle dimanche *un dimanche* ou *un jour férié*.

On appelle alors **type du jour** k noté $t(k)$ la conjonction (jour de semaine, mois) où la notion de jour de semaine et de mois correspondent à la remarque précédente (*un jour férié* est un *dimanche* et les jours de mars ou de septembre qui suivent le changement horaire sont du type jours d'avril, respectivement d'octobre).

On distingue alors 48 modalités calendaires qui correspondent aux 12 mois de la nouvelle notation (voir ci-dessus) et aux 4 types de jours (lundis, dimanches, samedi, autres).

Prévision du profil :

Considérons un type $t=(\text{jour de semaine, mois})$ parmi les 48 possibles. A partir du tableau 2, on connaît la probabilité empirique $\tilde{\mathcal{P}}(u/t)$ pour un tel élément d'être classé dans l'unité u dont le représentant est G_u .

Le profil prévu associé à t vaut alors:

$$\tilde{P}(t) = \frac{\sum_{u=1}^{100} \tilde{\mathcal{P}}(u/t) \times G_u}{\left\| \sum_{u=1}^{100} \tilde{\mathcal{P}}(u/t) \times G_u \right\|}$$

Par exemple, considérons un dimanche de février. A partir du tableau 2, on définit:

$$\tilde{P}(\text{dimanche de février}) = \frac{4}{32} \times G_{44} + \frac{1}{32} \times G_{45} + \frac{4}{32} \times G_{46} + \frac{3}{32} \times G_{54} + \frac{20}{32} \times G_{55}$$

Le graphique suivant superpose les 5 profils G_{44} , G_{45} , G_{46} , G_{54} , G_{55} tracés en bleu avec $\tilde{P}(\text{dimanche de février})$ tracé en rouge.

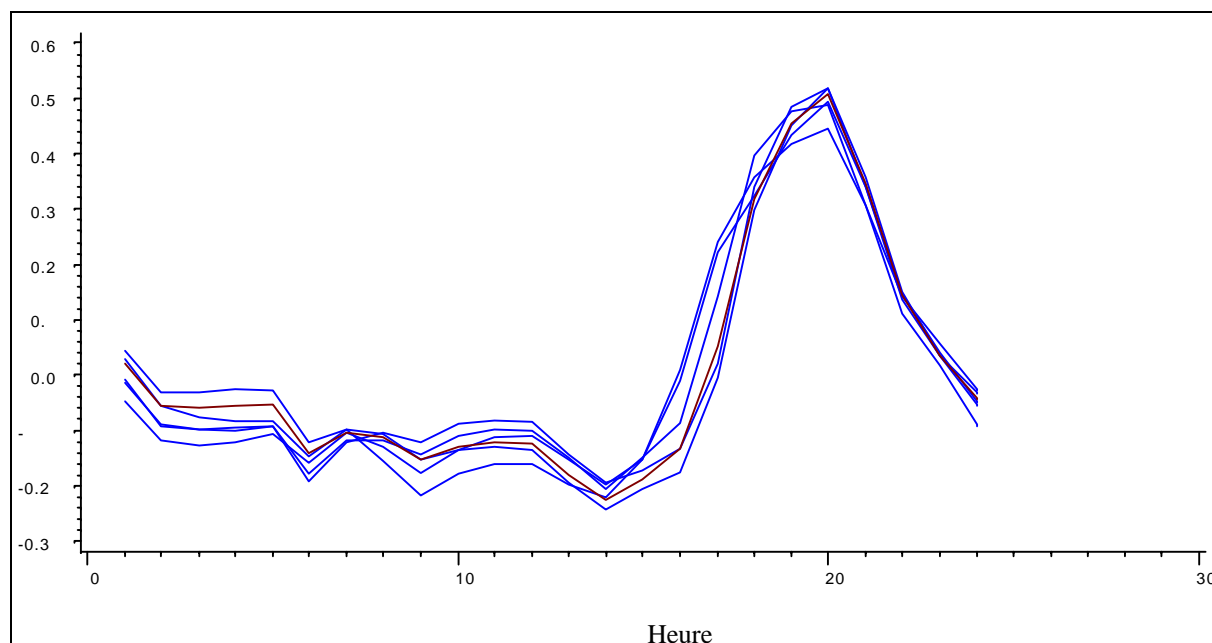


Figure 75 : Superposition des représentants des 5 classes qui contiennent des dimanches de février (courbes bleues) et du profil estimé de ce type de jour (courbe rouge)

6.2 Estimation des courbes de charges électrique et performances

Après avoir défini la règle de prévision des profils, on va maintenant estimer l'ensemble de la courbe de charge électrique polonaise. On validera la méthode MPE en la comparant avec un modèle armax classique qui prend en compte l'information des données par demi-heure et qui prévoit l'heure h du lendemain comme la prévision à l'échéance h du modèle. On présentera dans ce chapitre un bilan de l'erreur globale qui compare les deux modèles mais aussi indique la part d'erreur apportée par chacune des trois composantes de la MEP.

6.2.1 Estimation des courbes de charge électrique par le méthode MPE.

Pour prévoir la courbe de charge électrique polonaise, il suffit de compléter l'estimation du profil présenté dans la section 6.1 par celle de la moyenne et de l'écart type.

Estimation de la moyenne et de l'écart type :

La moyenne est estimée par un modèle armax(7,1 7,(1 2 3)(7)) avec une différentiation préalable d'ordre 1 et 7. On utilise, de plus, l'apport de la variable supplémentaire qui vaut 1 si le jour est férié et 0 sinon.

Le modèle utilisé est le suivant :

$$(1-B)(1-B^7)(1-0.04 \times B^7)M_t = (1-0.93 \times B^7)(1-0.23 \times B - 0.10 \times B^2 - 0.10 \times B^3)e_t - 0.17 \times \mathbf{1}_{\{\text{jour férié}\}}$$

On utilise le même type de modèle pour prévoir l'écart type :

$$(1-B)(1-B^7)(1-0.06 \times B^7)s_t = (1-0.85 \times B^7)(1-0.76 \times B - 0.07 \times B^2 - 0.037 \times B^3)e_t - 0.037 \times \mathbf{1}_{\{\text{jour férié}\}}$$

Estimation de la courbe de charge X_k du jour k :

L'estimation \tilde{X}_k de X_k se fait naturellement par la formule suivante:

$$\tilde{X}_k = \tilde{M}_k \mathbf{1}_p + \sqrt{p} \tilde{\mathbf{S}}_k \tilde{P}_k$$

Les figures suivantes superposent les courbes X_k et \tilde{X}_k (respectivement bleue et rouge). L'estimation de la courbe de charge résultant de trois prévisions (la moyenne, l'écart type et le profil), il est intéressant de connaître la contribution de chacune à l'erreur globale c'est-à-dire évaluer la performance d'une prévision où M est connu (ce qui revient à estimer $\mathbf{s}P$) et celle où M et \mathbf{s} sont connus (seul P est alors estimé). Dans ce dernier cas, il convient de considérer la qualité d'estimation de P mais aussi de $\mathbf{s}P$. Dans un premier temps on illustrera ces différents cas sur deux échantillons de la base de données. La semaine *du lundi 02 mars 1987 au dimanche 08 mars 87* est une semaine d'hiver à priori classique, celle *du jeudi 30 avril 87 au mercredi 07 mai 87* est une semaine qui contient un jour férié (*01 mai*) qui est un vendredi et fait partie des jours qui créent de grandes erreurs. Par la suite, on comparera la méthode *MEP* à un modèle armax de référence.

Ajustement des profils (quand \mathbf{s} et M sont connus) par la méthode *MEP* :

Avec cette méthode, on ajuste plutôt bien les formes (graphiques 76 et 77) quel que soit le type de jour, y compris le jour férié. Les ponts ne sont pas pris en compte dans notre modèle (comme pour l'armax) et il ne faut donc pas trop tenir compte du *samedi 02 mai 87*. Par contre, un décalage dans le temps des profils, comme celui du *dimanche 08 mars 87* (on perçoit sur la figure 76 que la prévision est en retard d'une heure dans la soirée), est une source d'erreur typique de la méthode. Pour ce jour précis, on peut voir que cette erreur⁵ n'a pas d'effet sur le maximum ou le minimum et le décalage entre la forme estimée et la réelle n'est que d'une heure. Ceci est intéressant car notre estimation permet d'être plus efficace que ne le mesure l'erreur dans une problématique du type « Quelle charge électrique maximale la société d'électricité nationale polonaise devra elle fournir demain ? » et « A quelle heure? ». De plus, « l'erreur par décalage horaire » possède sûrement une propriété temporelle qu'une étude spécifique complémentaire permettrait de réduire ou de contrôler.

Représentation de P_k :

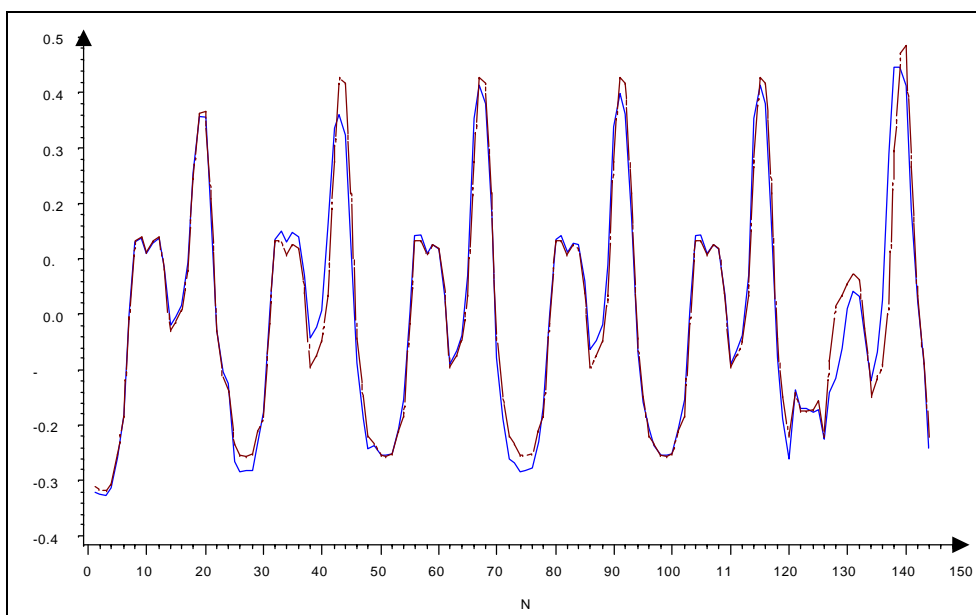


Figure 76 : Représentation du profil P entre le lundi 02 mars et le dimanche 08 mars 97

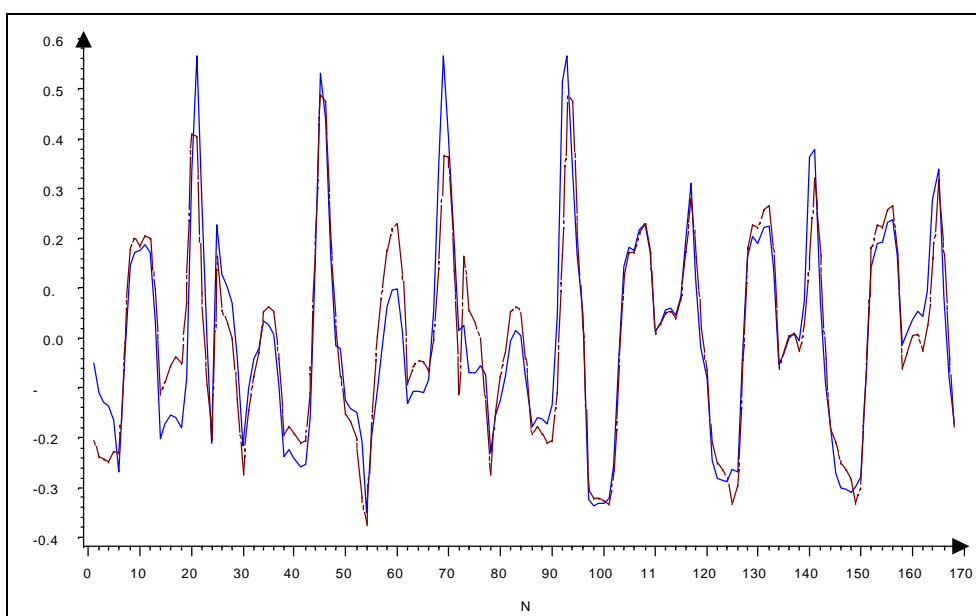


Figure 77 : Représentation du profil P entre le jeudi 30 avril et le mercredi 06 mai 87

⁵ On isole ici l'erreur en niveau pour se concentrer sur les propriétés de l'erreur en forme

Représentation de $s \hat{P}_k$, seul P étant estimé :

On reste dans le cas où M et s sont connus, mais on représente la courbe $s P$ au lieu du profil P .

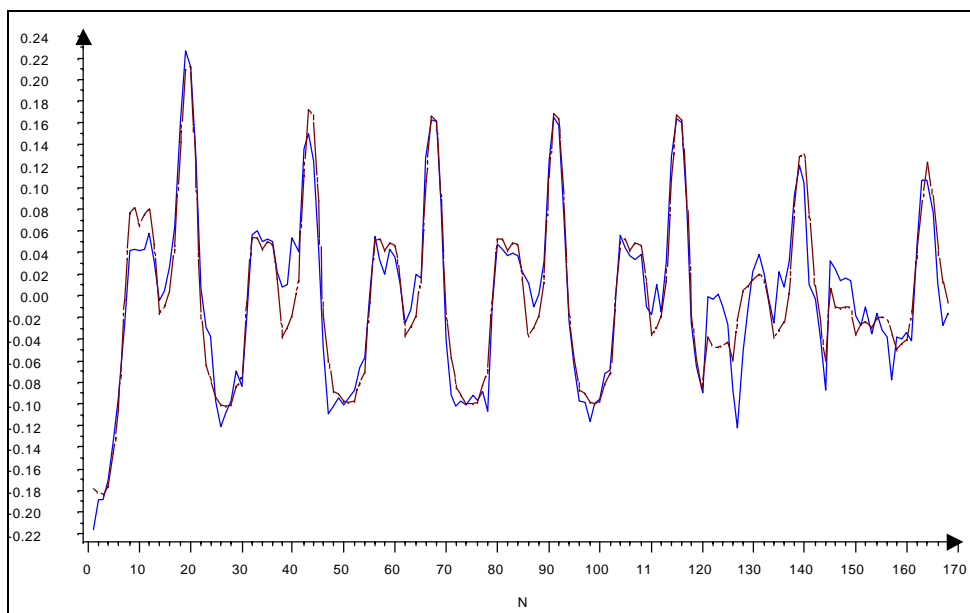


Figure 78 : Représentation de sP entre le lundi 02 mars 87 et le dimanche 08 mars 97

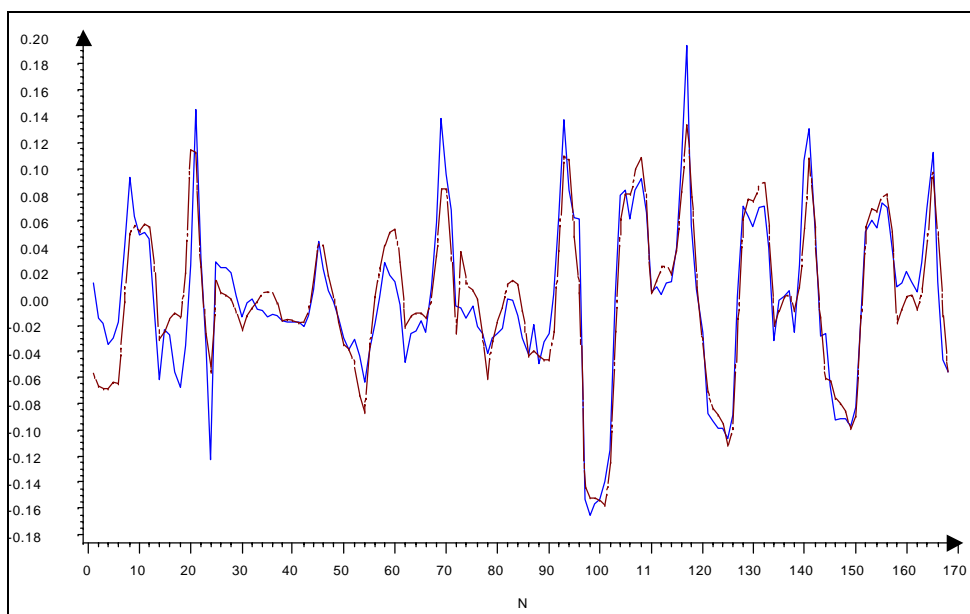
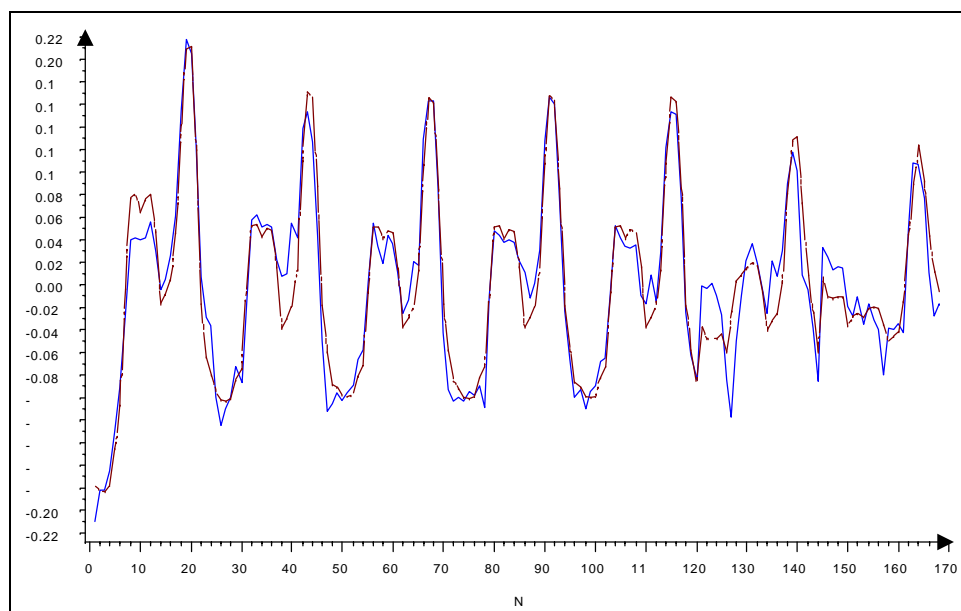


Figure 79 : Représentation de sP entre le jeudi 30 avril 87 et le mercredi 06 mai 87

La méthode MEP pour la courbe de charge :

Dans la prévision de la semaine du 30 avril 87 au 06 mai 87, on commet une erreur importante en niveau le 1er mai due à l'armax qui prévoit la moyenne. On constate qu'il ne récupère le « bon niveau » que le lundi 04 mai. Ceci provient du fait que l'on prévoit la moyenne à partir des moyennes des jours précédents et il faut donc plusieurs jours pour restabiliser la prévision. On peut choisir une autre méthode de prévision de la moyenne si l'armax est mal adapté sans que cela ne change réellement la méthode qui repose sur une division de l'information en trois paramètres, le profil étant estimé à partir d'une règle de prévision. On a donc choisi de représenter à la fois la courbe sP et la courbe totale pour isoler la part d'erreur issue de l'estimation de sP de celle de M .

Représentation de sP_k :



**Figure 80 : Prévision avec la méthode moyenne- écart type- profil quand M est connu et S et P sont estimés:
Représentation de $M+sP_k$ entre le lundi 02 mars 87 et le dimanche 08 mars 97**

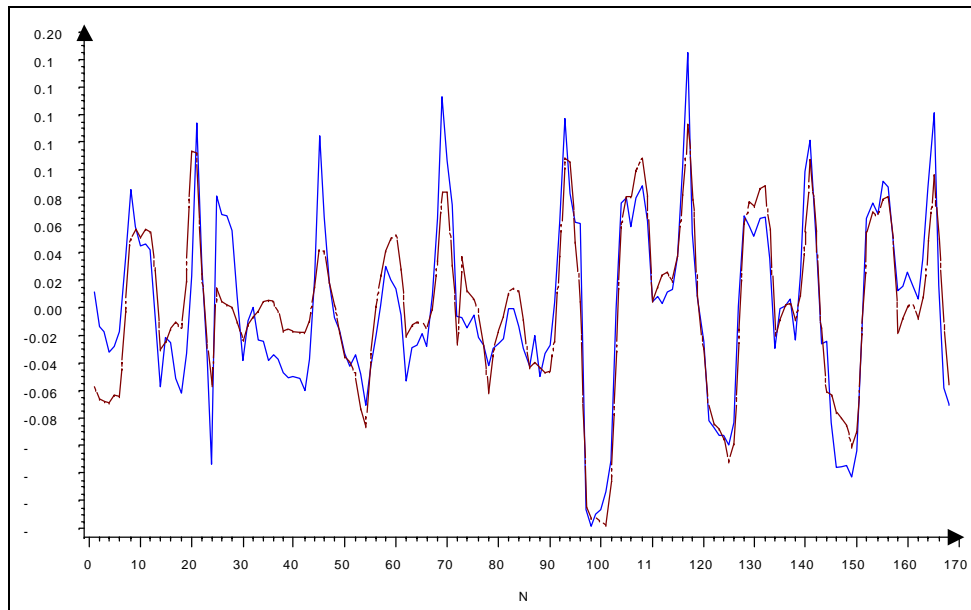


Figure 81 : Prédiction avec la méthode moyenne- écart type- profil quand M est connu et S et P sont estimés:
Représentation de $M+S \hat{P}_k$ entre le jeudi 30 avril 87 et le mercredi 06 mai 87

Représentation de $M_k+S_kP_k$ c'est-à-dire la série X_t elle-même :

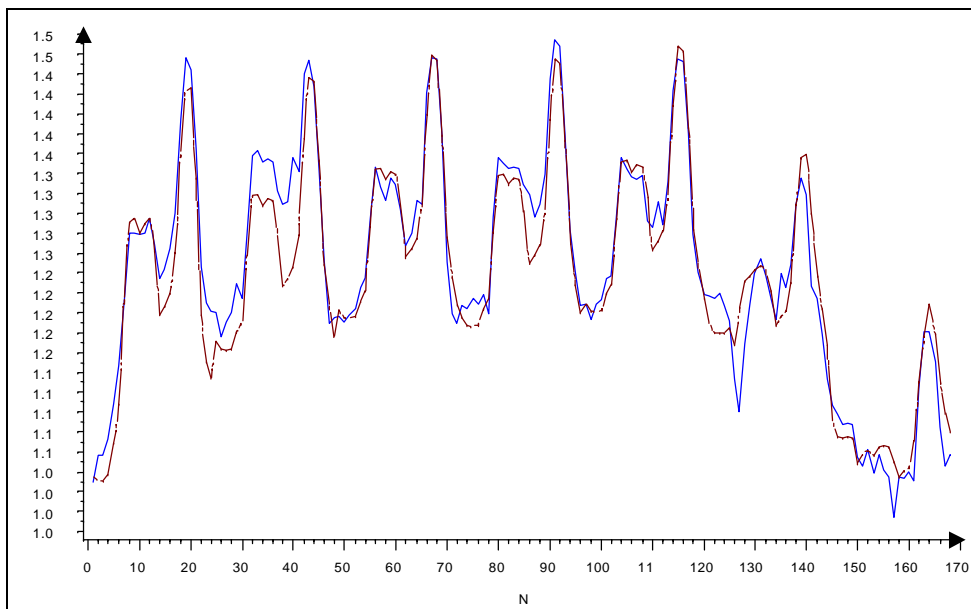
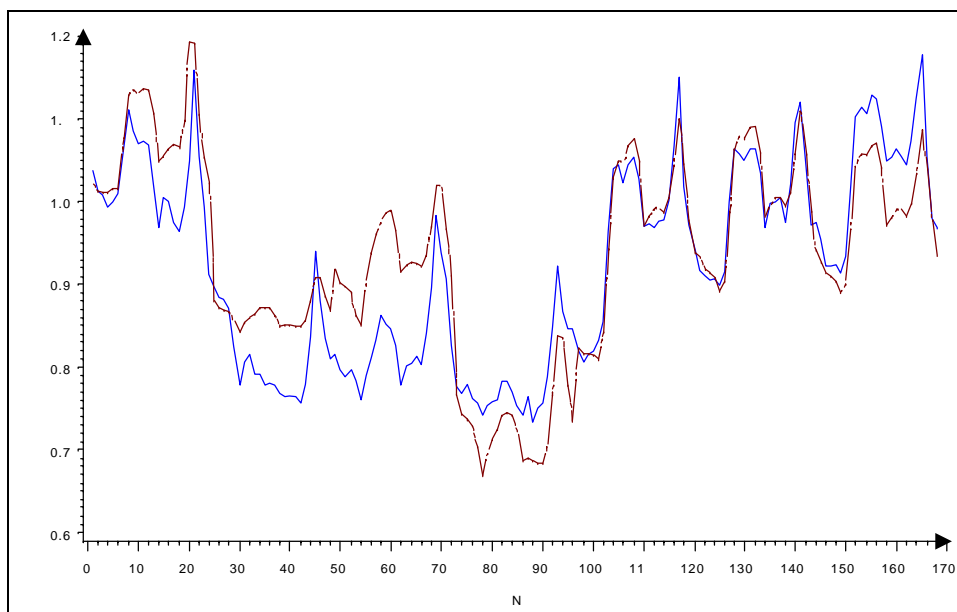


Figure 82 : Prédiction avec la méthode moyenne- écart type- profil quand les trois paramètres sont estimés:
Représentation de $M+S \hat{P}_k$ entre le lundi 02 mars 87 et le dimanche 08 mars 97



**Figure 83 : Prévision avec la méthode moyenne- écart type- profil quand les trois paramètres sont estimés:
Représentation de $M+s \hat{P}_k$ entre le jeudi 30 avril 87 et le mercredi 06 mai 87**

6.2.2 Un modèle de référence pour valider la méthode par comparaison

Le modèle que l'on a choisi pour valider la MEP est un modèle armax qui considère les données brutes, sans considération de notion de courbe de charge. Ses paramètres sont estimés en utilisant l'intégralité de l'information. Ensuite, le jour $k+1$ est prévu à partir des heures antérieures à la 24^{ème} heure du jour k .

Le modèle armax de référence :

Nous avons prévu la consommation électrique horaire du lendemain sur l'échantillon allant du 01 mars 87 au 28 février 88 soit 365 jours. Le modèle est estimé sur la base complète et le passé du 01 mars 87 sert à l'estimation. L'estimation de la première demi-heure est une estimation à un pas, celle de la deuxième à deux pas, l'estimée de la première servant à estimer la deuxième, etc.

On utilise un modèle armax (24,(24) (1 2 3)) qui procède à une différentiation d'ordre 24 et 168 (le jour et la semaine) et de la correction par l'indicatrice du jour férié.

On obtient le modèle:

$$(1 - B^{24})(1 - B^{168})(1 - 0.36 \times B^{24})X_t = 0 + (1 - 0.96 \times B^{24})(1 - 0.90 \times B - 0.69 \times B^2 - 0.35 \times B^3)Z_t - 0.12 \times 1_{\{\text{jour férié}\}}$$

Dans le graphique 84 qui représente la prévision par l'armax de la semaine de mars, on voit la prise en compte du passé et de l'héritage de l'erreur. L'armax s'adapte au changement de forme des samedis et dimanches par différenciation. Le modèle est assez performant pour rendre compte de la forme.

Par contre, le graphique 85 qui représente la prévision par le même modèle armax de la semaine de mai illustre le problème du jour férié. Dans un tel modèle, l'information « le 01 mai est un jour férié » n'est prise en compte que par une variable exogène qui vaut 1 au lieu de 0 quand le jour est férié. C'est donc une compensation en niveau et non en forme qui est appliquée. Le *01 mai 87* est ainsi prévu avec une forme de vendredi. L'erreur en niveau du samedi provient du fait que nous n'avons pas pris en compte les ponts. Par contre, l'erreur en forme provient à la fois du phénomène précédent (le *02 mai 87* est prévu avec une forme de samedi), mais aussi du fait que le modèle tient compte de l'erreur de la veille pour ajuster ce jour. Or dans le cas d'un jour férié ce système adaptatif est parasite et génère une erreur supplémentaire. On constate que le dimanche permet de recadrer le modèle car le dimanche qui suit un jour férié se comporte encore comme un dimanche. Ce modèle armax se restabilise donc plus vite que celui qui estime la moyenne car il tient compte des heures précédentes et non des jours. On pourrait concevoir d'ailleurs un modèle basé sur les heures pour prévoir la moyenne.

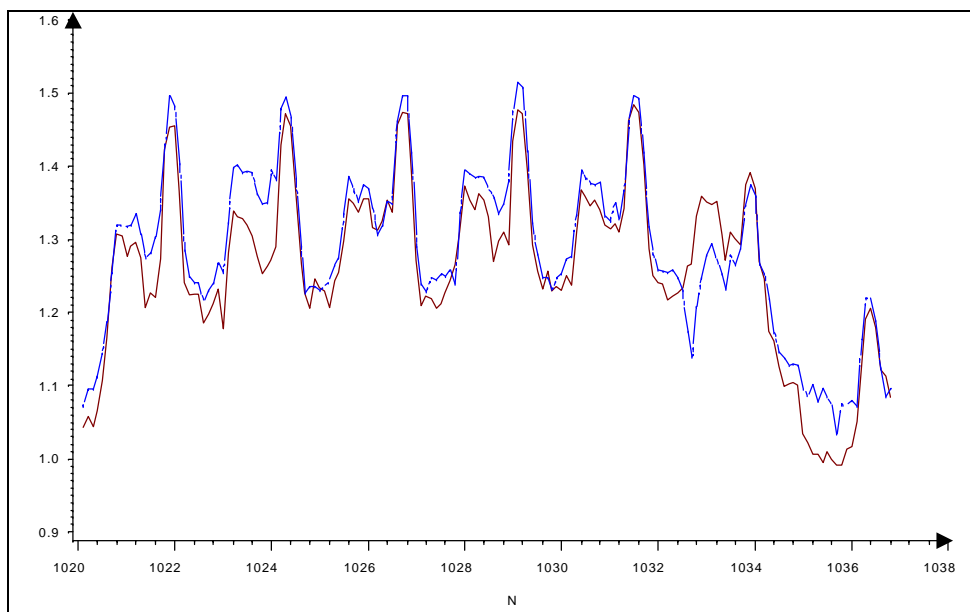


Figure 84 : Prévision avec un armax : lundi 02 mars 87-> dimanche 08mars 97

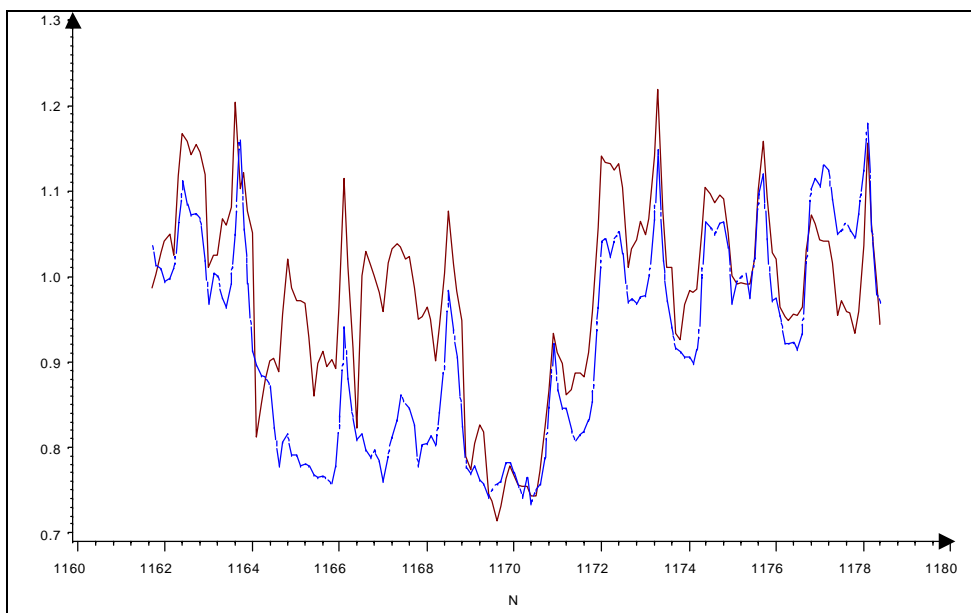


Figure 85 : Prévision avec un armax : du jeudi 30 avril 87 -> mercredi 06 mai 87

6.2.3 Performances de la MEP

Mesure de l'erreur :

L'erreur commise en estimant un vecteur X de dimension 24 par le vecteur \tilde{X} est mesurée par l'écart quadratique classique calculé par la formule suivante:

$$E_k = E(k) = E(X, \tilde{X}) = \frac{1}{24} \times \sum_{h=1}^{24} (X_k^h - \tilde{X}_k^h)^2$$

et l'erreur moyenne de prévision sur la base de données complète (sur N jours) vaut:

$$E = \frac{1}{N} \times \frac{1}{24} \times \sum_{k=1}^N \sum_{h=1}^{24} (X_k^h - \tilde{X}_k^h)^2$$

L'écart type de l'erreur journalière $(E_k)_{k=1, \dots, N}$ sur la base complète est noté $s(E_k)$, le maximum de celle-ci est noté $\max(E_k)$.

Le tableau suivant fait le bilan comparatif de l'erreur commise avec le modèle *MEP* respectivement lorsque M et s sont connus (seul P est estimé), M est connu (s et P sont estimés), les trois sont estimés et le modèle armax. Il montre que le modèle *MEP* est globalement bien meilleur que l'armax, la section suivante présente une étude comparative plus fine de cette comparaison. Il met également en évidence les difficultés que l'on a à estimer la moyenne, c'est-à-dire le niveau de consommation. Ce dernier dépend fortement de la température qui n'est pas connue dans notre étude. Néanmoins, on retrouve ce phénomène dans l'étude de la consommation française présente en annexe qui peut provenir du fait que l'effet de la température n'est pas forcément linéaire (par exemple elle n'influence plus le chauffage à partir d'un seuil voisin de 19 degrés). Néanmoins, ce problème ne remet pas en cause la méthode car, comme on l'a expliqué précédemment, un modèle qui prendrait bien en compte la moyenne pourrait être utilisé dans la méthode que l'on présente.

Tableau 6 : Bilan de l'erreur globale

Modèle	Erreur globale
M et S connus	0,00044
M connu	0,00052
modèle <i>moyenne-écart type-profil global</i>	0,00114
Modèle armax	0,0030

6.3 Analyse de l'erreur :

Estimation de la courbe de charge :

On rappelle que l'on a décidé d'estimer la courbe de charge X par $\tilde{X} = \tilde{M} + \tilde{S} \times \tilde{P}$ où \tilde{M} et \tilde{P} est l'estimé du profil à partir d'une règle d'affectation.

Remarque:

$$X - \tilde{X} = (M - \tilde{M}) + S \times P - \tilde{S} \times \tilde{P}$$

$$X - \tilde{X} = (M - \tilde{M}) + S \times (P - \tilde{P}) + (S - \tilde{S}) \times (\tilde{P} - P) + (S - \tilde{S}) \times P$$

On constate que dans l'écart (X, \tilde{X}) , l'erreur sur la moyenne s'additionne à celle combinée du profil et de l'écart type. Par contre, l'influence de l'erreur sur le profil $(P - \tilde{P})$ sur l'écart (X, \tilde{X}) est proportionnel à $(S + (S - \tilde{S}))$ qui est de l'ordre de S .

La particularité de notre méthode étant l'introduction du profil, la remarque précédente nous invite à étudier séparément les erreurs sur P , $\mathbf{s}P$ et $X=M+\mathbf{s}P$ pour connaître la contribution de chacune des erreurs à l'erreur globale.

La moyenne de consommation électrique horaire et l'écart type associé valent respectivement: $\bar{M}=1,017$ et $\bar{\mathbf{s}}=0,076$.

6.3.1- Analyse de l'erreur de prévision du profil

Selon, le choix de mesure de l'erreur précédente, on a:

$$E_k = \frac{1}{24} \times \sum_{h=1}^{24} (P_k^h - \tilde{P}_k^h)^2$$

$$E = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N E(k) = \frac{1}{N} \times \frac{1}{24} \times \sum_{k=1}^N \sum_{h=1}^{24} (P_k^h - \tilde{P}_k^h)^2 = 0.0018$$

$$\mathbf{s}(E_k) = 0.0033$$

l'écart type de cette erreur valant $\mathbf{s}(E_k) = 0.0033$ et l'erreur maximale étant $\max(E_k) = 0.06$.

L'erreur sur le profil est la même quelle que soit l'échéance de prévision (un jour ou plus). On fait une erreur globale de 0,0018 qui se cumulera avec les erreurs sur la moyenne et le profil.

Etude comparative par type de jour :

On constate sur le tableau 7 qu'en moyenne, on fait deux fois plus d'erreurs le dimanche que les jours de semaine et quatre fois plus le samedi. L'erreur sur le dimanche peut s'expliquer par le fait que les jours fériés sont mélangés aux dimanches dans la règle d'affectation des profils. Le lundi est le jour travaillé pour lequel on fait le moins d'erreur, ceci provenant du fait que la règle lui affecte un profil particulier.

La répartition de l'erreur illustrée par le graphique 86 aboutit aux mêmes conclusions. En effet, la concentration sur les erreurs faibles est plus dense pour *les lundis et les jours de semaine* que *les samedis et les dimanches*. La fonction de répartition de l'erreur des dimanches présente la particularité de posséder deux pointes en 0,0005 et 0,0025 qui laisse présager la présence de deux populations. Les graphiques 88 et 89 montrent que l'on prévoit très bien les profils des jours fériés et moins bien les dimanches. Etablir une nouvelle règle

d'affectation qui distingue les deux populations peut améliorer l'estimation des dimanches, mais risque de diminuer la robustesse. Les samedis sont les seuls jours où l'on fait une très grande erreur de prévision du profil. L'existence en Pologne de samedis travaillés peut constituer une explication, mais nous n'avons pas les moyens de vérifier cette hypothèse, puisque nous ne disposons pas du calendrier des samedis ouvrés.

Les moyennes des erreurs sur les mois sont dans un rapport de 1 à 3. Le mois d'avril, qui constitue un mois de transition entre l'hiver et l'été est le moins bien estimé. Les mois de mai et août contribuent également plus à l'erreur que les autres. La répartition de l'erreur en terme de fréquences est plutôt équilibrée sur les mois comme l'illustre le graphique 87.

On pouvait s'attendre à ce que la répartition de l'erreur sur les années répercute la tourmente politique polonaise sur la période 86-93. En fait, seule l'année 86 se démarque par une erreur moyenne plus importante.

On peut mesurer la contribution de l'heure h en définissant $E(h)$ comme suit:

$$E(h) = \frac{1}{N} \times \sum_{k=1}^N (P_k^h - \tilde{P}_k^h)^2$$

On constate que l'on fait moins d'erreurs en moyenne aux heures de travail (la plage horaire de 10h00 à 16h00) comme le montre le graphique 90 qui représente $E(h)$ en fonction de h . On fait, par contre, une plus grande erreur au moment de la reprise et de la sortie du travail, ainsi que la soirée (l'erreur à 18h00 et 21h00 est deux fois plus grande que la moyenne).

Conclusions:

On fait d'avantage d'erreurs à des moments au cours desquels la consommation électrique est plus faible comme *les samedis, les dimanches* et les mois *avril, mai* et *août* en raison respectivement d'une activité industrielle plus faible et de la suppression du chauffage. Ces catégories coïncident avec un écart type s plus faible. On a déjà vu que dans l'écart entre la courbe de charge et son estimation, l'erreur sur les profils est pondérée par s . On peut donc espérer un rééquilibrage des erreurs.

Tableau 7 : Erreur moyenne par type de jour

JOUR	ERREUR
dimanche	0.0022
lundi	0.00084
mardi	0.0012
mercredi	0.0010
jeudi	0.0012
vendredi	0.0012
samedi	0.0048

Tableau 8 : Erreur moyenne par mois

MOIS	ERREUR
1 ⁶	0.0010
2	0.0012
3	0.0015
4	0.0033
5	0.0030
6	0.0014
7	0.0015
8	0.0023
9	0.0015
10	0.0017
11	0.0017
12	0.0010

Tableau 9 : Erreur moyenne par année

ANNEE	ERREUR
1986	0.0025
1987	0.0018
1988	0.0017
1989	0.0016
1990	0.0017
1991	0.0016
1992	0.0015
1993	0.0017

⁶ Le mois 1 correspond au mois de janvier

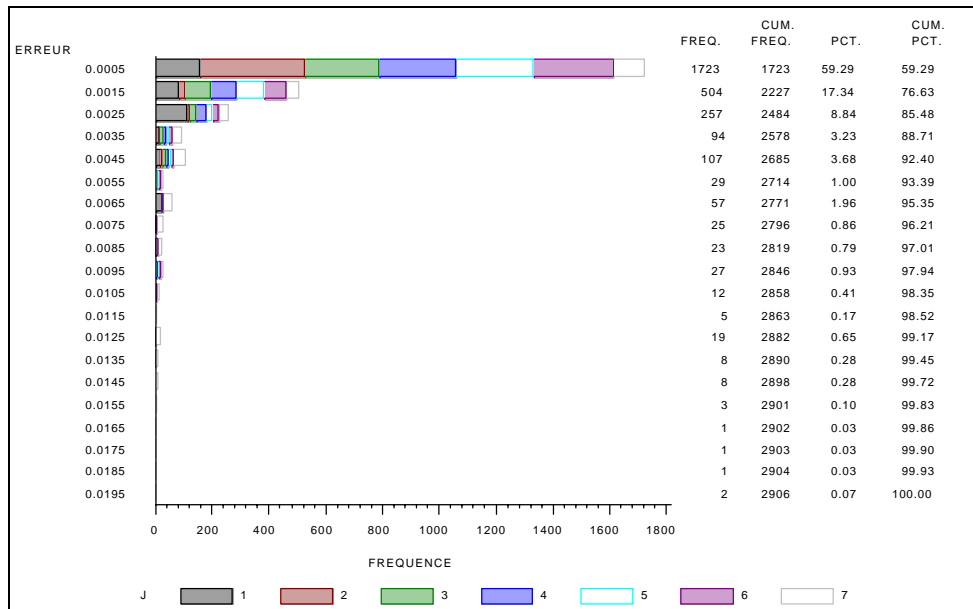


Figure 86 : Erreur pour chaque catégorie de type de jour

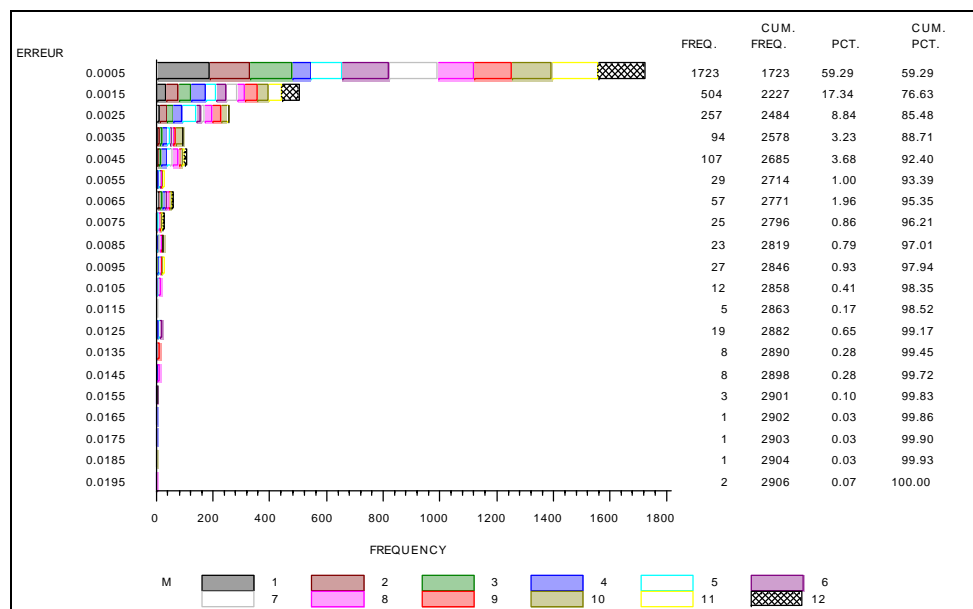


Figure 87 : Erreur pour chaque catégorie de mois

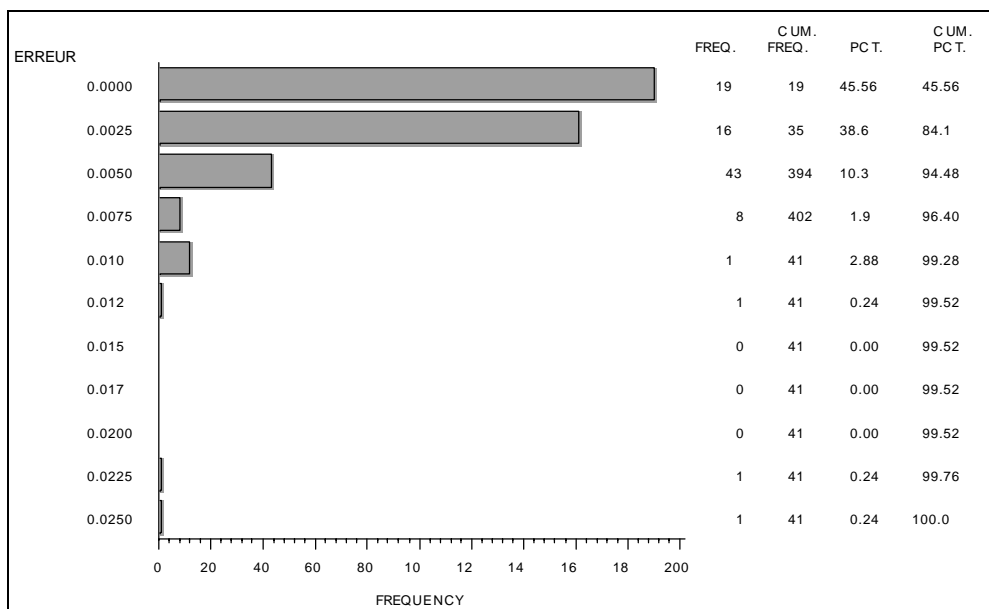


Figure 88 : Répartition des dimanches

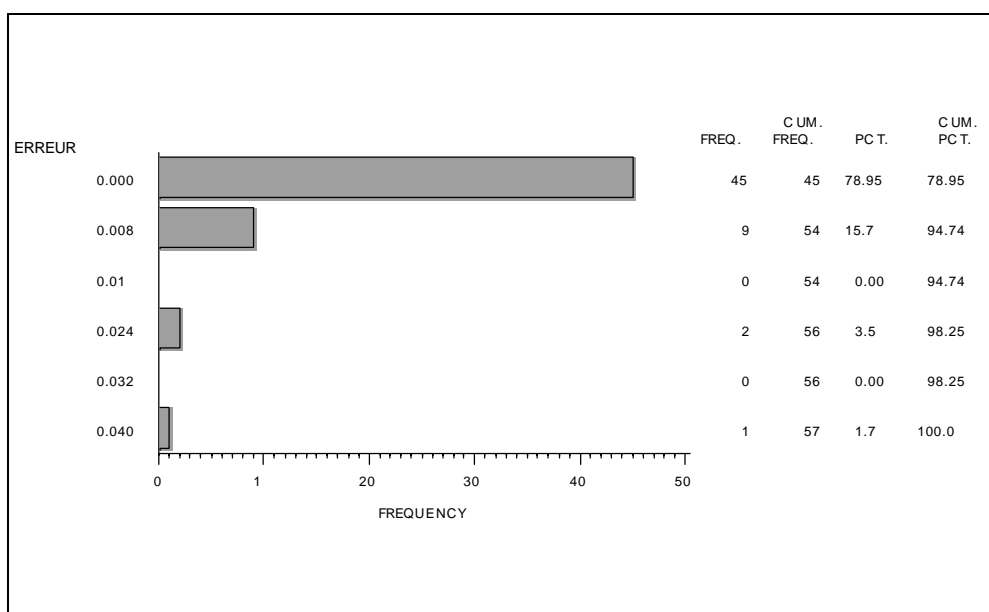


Figure 89 : Répartition de l'erreur des jours fériés

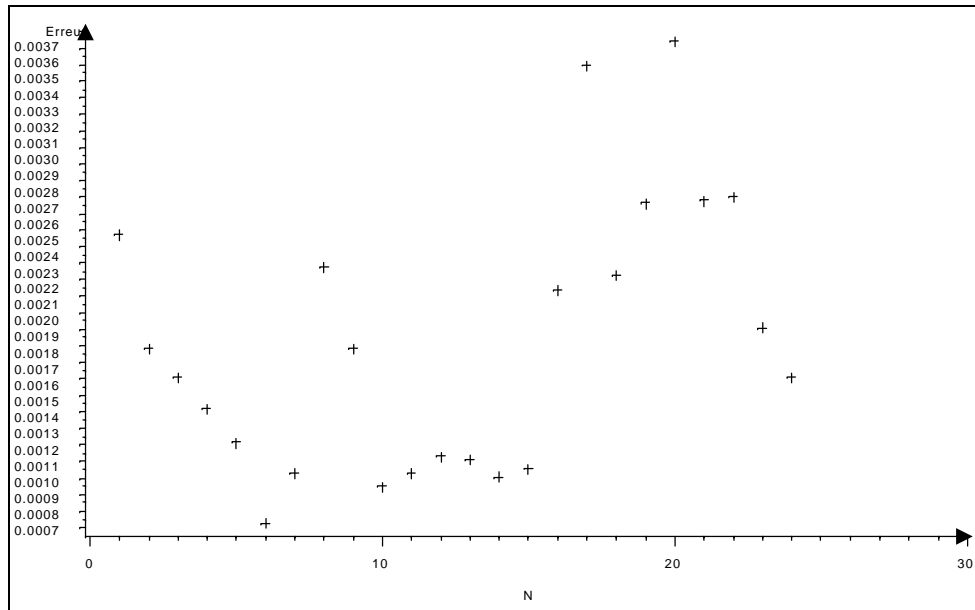


Figure 90 : Erreur moyenne pour chaque heure

Localisation de l'erreur sur la carte :

On code l'erreur que l'on fait sur l'estimation du profil par la variable qualitative Q . Les 500 plus fortes erreurs sont codées magenta, les autres noires. On effectue ensuite la cartographie de la variable Q selon la méthode présentée au chapitre I.3.6 pour obtenir la carte de la figure 92. Si la répartition des erreurs sur la carte est uniforme, le camembert de chaque unité doit avoir le même découpage (« angle magenta » = $\pi \times 500 / 2900$, « angle noir » = $\pi \times 2400 / 2900$), soit celui du graphique 91 qui constitue ainsi le camembert témoin.

Une unité qui produit plus d'erreurs que la normale voit sa part magenta s'accroître par rapport au modèle précédent. Parmi ces unités, on retrouve beaucoup d'unités qui mélangent les samedis aux jours ouvrés, ce qui ajoute à notre conviction que la connaissance du calendrier des samedis travaillés en Pologne permettrait d'affiner notre prévision.

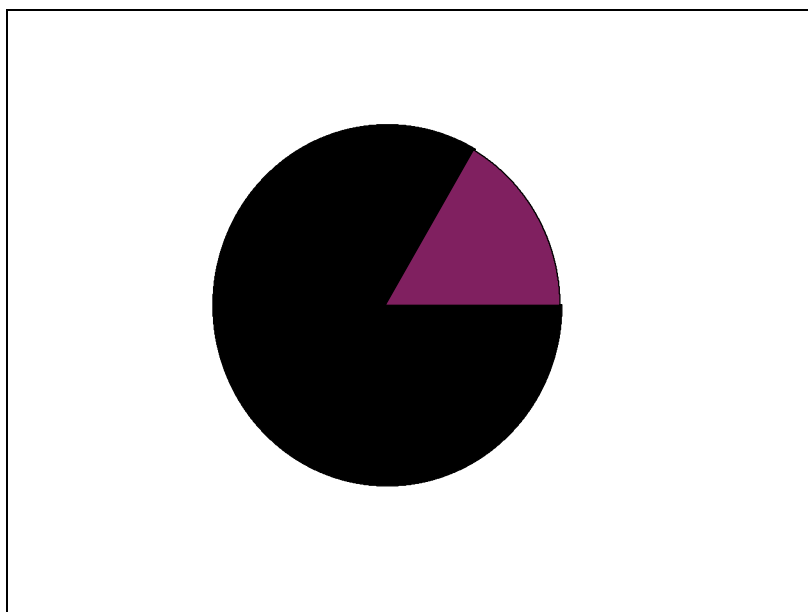


Figure 91 : Camembert d'une classe dont la proportion d'éléments appartenants aux 500 plus grandes erreurs est identique à celle de la population globale

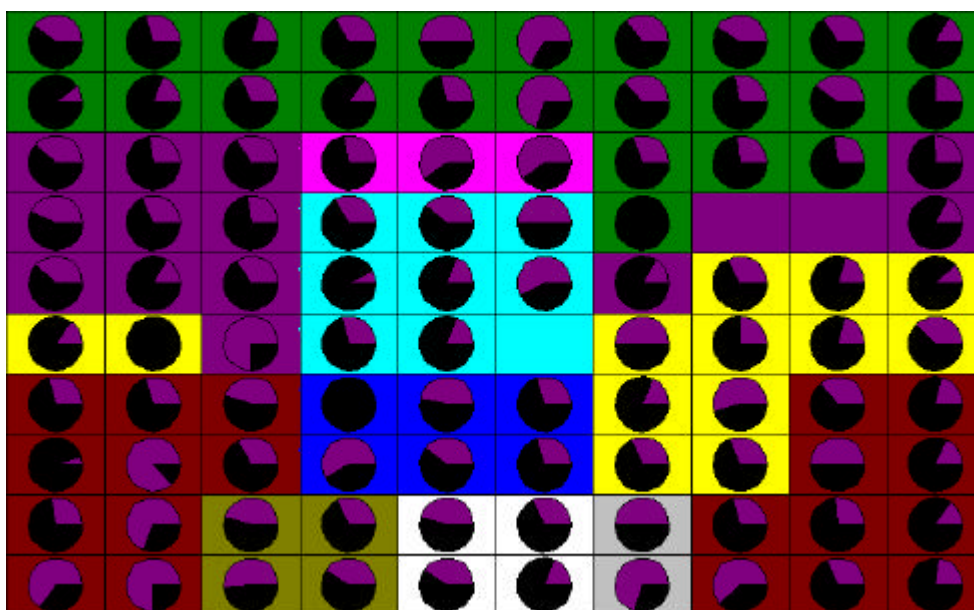


Figure 92 : Répartition des 500 plus fortes erreurs dans les 100 classes

6.3.2 Analyse de l'erreur de prévision de la courbe de charge

Erreur sur l'estimation de s P à s connu

Quand on se place dans le cadre où s est connu, les quatre types d'erreurs présentés au chapitre 4.1 appliqués à la prévision de s P deviennent

$$E_k = \frac{1}{24} \times \sum_{h=1}^{24} (\mathbf{s}_k \times P_k^h - \mathbf{s}_k \times \tilde{P}_k^h)^2$$

$$\text{et } E = \frac{1}{N} \times \frac{1}{24} \times \sum_{k=1}^N \sum_{h=1}^{24} (\mathbf{s}_k \times P_k^h - \mathbf{s}_k \times \tilde{P}_k^h)^2 = 0.00044$$

$$s(E_k) = 0.00073$$

$$\text{et } \max(E_k) = 0.0159$$

Commentaires :

L'erreur moyenne est divisée par 4.

L'erreur de la moyenne de l'erreur par type de jour et de mois confirme le rééquilibrage entre les différentes catégories annoncé dans la section 6.3.1. En effet, les dimanches, mois d'août, de mai et d'avril rentrent dans le rang. Les samedis restent plus sujets à l'erreur mais dans une proportion ramenée de 2,6 à 1. Le mois de décembre devient celui qui produit le plus d'erreur (1,8 fois la moyenne).

Les répartitions des erreurs sont identiques pour toutes les catégories sauf les samedis qui sont décalés vers les grandes valeurs.

Conclusion:

Comme attendu, on constate un nivellement entre les catégories.

Tableau 10 : Erreur moyenne par type de jour

JOUR	ERREUR
Dimanche	0.00039
lundi	0.00047
mardi	0.00036
Mercredi	0.00037
jeudi	0.00040
Vendredi	0.00041
samedi	0.00067

Tableau 11 : Erreur moyenne par mois

MOIS	ERREUR
1	0.00041
2	0.00039
3	0.00047
4	0.00052
5	0.00038
6	0.00028
7	0.00021
8	0.00030
9	0.00040
10	0.00057
11	0.00052
12	0.00079

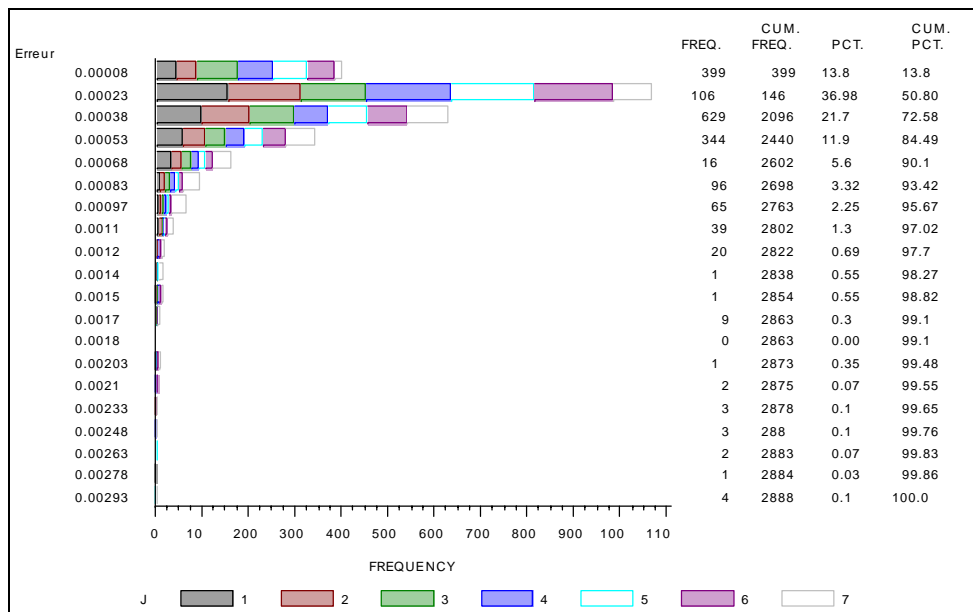


Figure 93 : Erreur par type de jour

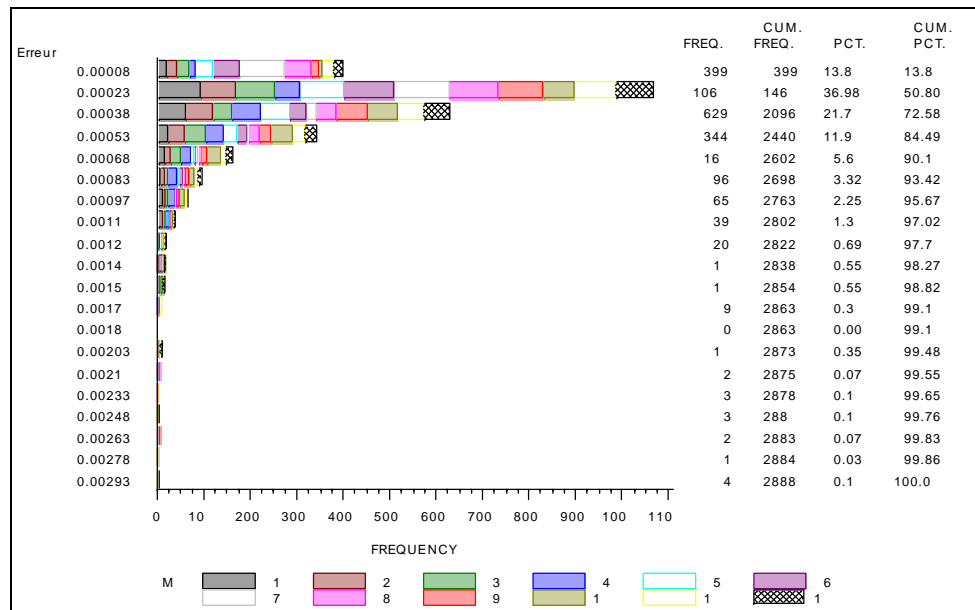


Figure 94 : Erreur par mois

Erreur d'estimation de s P à s estimé :

Dans le cas où s est estimé par un arma séparément de P , les erreurs deviennent :

$$E_k = \frac{1}{24} \times \sum_{h=1}^{24} (s_k P_k^h - \tilde{s}_k \tilde{P}_k^h)^2$$

$$\text{et } E = \frac{1}{N} \times \frac{1}{24} \times \sum_{k=1}^N \sum_{h=1}^{24} (s_k P_k^h - \tilde{s}_k \tilde{P}_k^h)^2 = 0.00052$$

$$s(E_k) = 0.00073$$

$$\text{et } \max(E_k) = 0.011$$

L'estimation de σ apporte une augmentation de l'erreur E de 18% mais l'écart type de l'erreur n'a pas varié. C'est une augmentation de l'erreur E_k en niveau. La fonction de répartition de l'erreur E_k est très proche de celle avec s connu. L'étude par catégories amène aux mêmes conclusions que celles de la section 6.3.2. Seul les lundis produisent relativement plus d'erreur. Ceci est dû à une perte de la stationnarité entre les jours ouvrés, les samedis et les dimanches qui n'est pas annulé par la différentiation d'ordre 7 (une semaine).

Conclusion:

L'estimation de S par un arma modifie peu l'erreur et sa fonction de répartition. A ce stade de l'estimation, c'est donc davantage le profil qui crée l'erreur. Mais comme on l'a déjà remarqué, l'estimation de S est une estimation à 1 jour alors que la méthode d'estimation du profil fournit la même erreur quelle que soit l'échéance de prévision.

Tableau 12 : Erreur moyenne par type de jour

JOUR	ERREUR
dimanche	0.00045
lundi	0.00060
mardi	0.00046
mercredi	0.00044
jeudi	0.00046
vendredi	0.00048
samedi	0.00077

Tableau 13 : Erreur moyenne par mois

MOIS	ERREUR
1	0.00055
2	0.00044
3	0.00055
4	0.00063
5	0.00053
6	0.00035
7	0.00027
8	0.00041
9	0.00047
10	0.00061
11	0.00063
12	0.00084

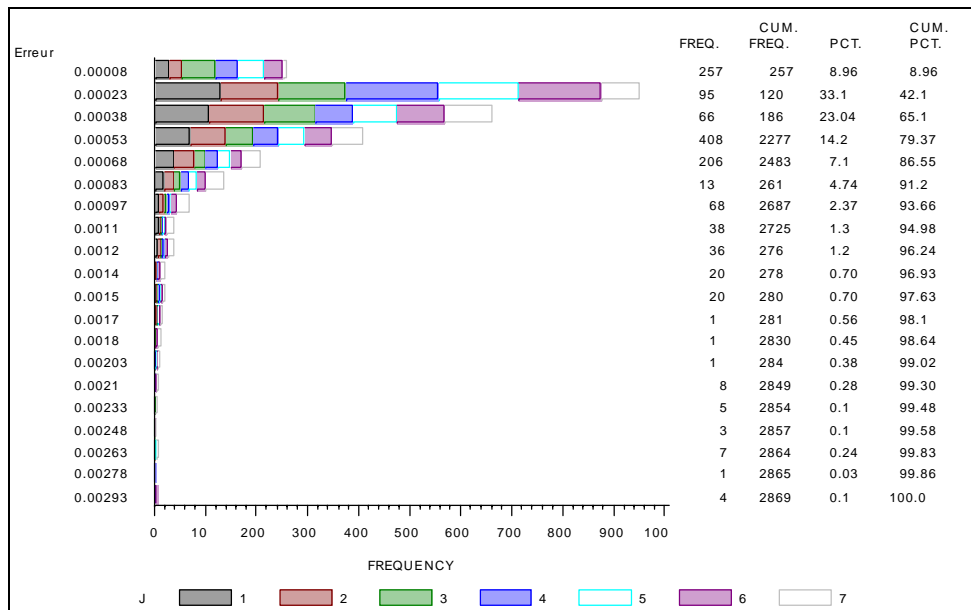


Figure 95 : Erreur par type de jour

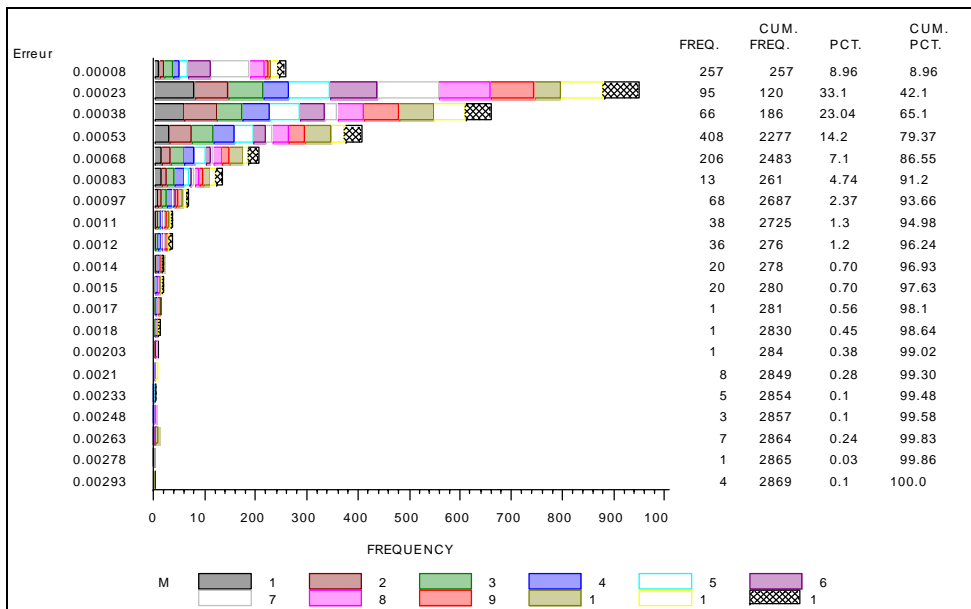


Figure 96 : Erreur par mois

Erreur d'estimation de $M + \mathbf{s} P$ à \tilde{M} et $\tilde{\mathbf{s}}$ estimés :

Dans ce chapitre, on estime la courbe de consommation complète, M et \mathbf{s} étant estimés par un modèle arma. Les erreurs deviennent :

$$E_k = \frac{1}{24} \times \sum_{h=1}^{24} (M + \mathbf{s}_k P_k^h - \tilde{M} + \tilde{\mathbf{s}}_k \tilde{P}_k^h)^2$$

$$\text{et } E = \frac{1}{N} \times \frac{1}{24} \times \sum_{k=1}^N \sum_{h=1}^{24} (M + \mathbf{s}_k P_k^h - (\tilde{M} + \tilde{\mathbf{s}}_k \tilde{P}_k^h))^2 = 0.00114$$

$$\mathbf{s}(E_k) = 0.003$$

$$\text{et } \max(E_k) = 0.087$$

Commentaire :

L'erreur moyenne augmente beaucoup, son écart type aussi, la fonction de répartition se décale vers les grandes valeurs et la queue de distribution s'allonge. Ceci peut s'expliquer par le manque d'information sur la température qui nous pénalise lourdement dans l'évaluation du niveau de consommation électrique. Ce qui pourrait expliquer que l'erreur est deux fois plus grande en hiver.

Remarque :

Toute méthode linéaire qui prévoirait bien la consommation électrique serait performante pour estimer la moyenne et pourrait donc être adoptée par notre méthode pour remplacer le modèle arma. En effet, la particularité de la *méthode MEP* réside dans l'estimation de la journée dans son ensemble et le résumé de 24 variables en trois paramètres ainsi que l'utilisation de l'algorithme de Kohonen pour construire la règle d'affectation qui permet d'estimer le profil. Il est évident que notre méthode permet de remplacer le modèle arma par tout autre modèle, en particulier un modèle issu des réseaux de neurones comme le perceptron multicouches tout à fait adapté dans le cadre de la prévision à un pas d'un seul paramètre.

Dans la suite, nous allons comparer notre méthode à celle d'un arma qui sera naturellement confronté au même problème du manque d'information sur la température.

Tableau 14 : Erreur moyenne par type de jour

JOUR	ERREUR
dimanche	0.0012
lundi	0.0011
mardi	0.00076
mercredi	0.00079
jeudi	0.00086
vendredi	0.0010
samedi	0.0022

Tableau 15 : Erreur moyenne par mois

MOIS	ERREUR
1	0.0015
2	0.0010
3	0.0012
4	0.0015
5	0.0012
6	0.00084
7	0.00064
8	0.00084
9	0.00084
10	0.0011
11	0.0014
12	0.0017

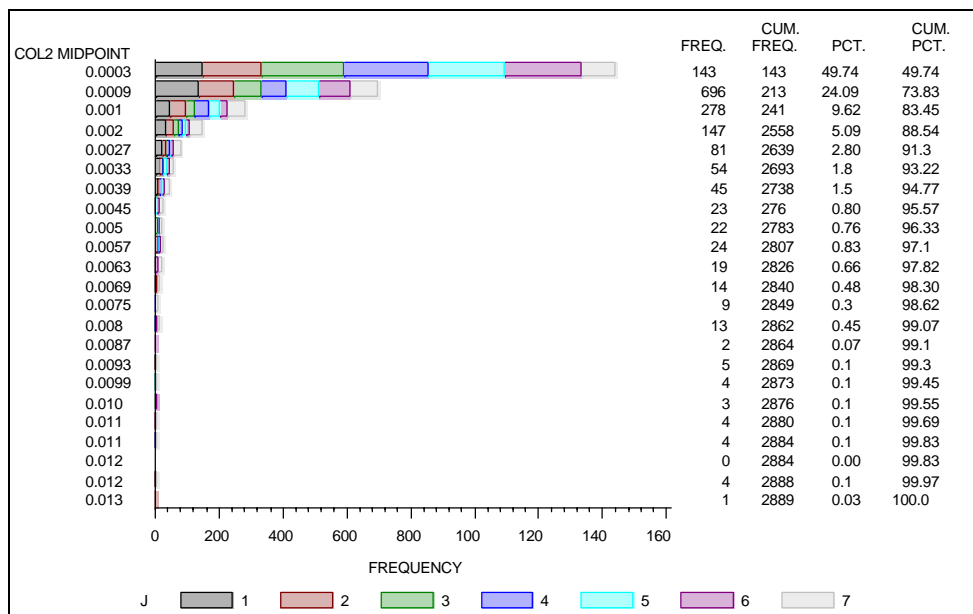


Figure 97 : Erreur par type de jour

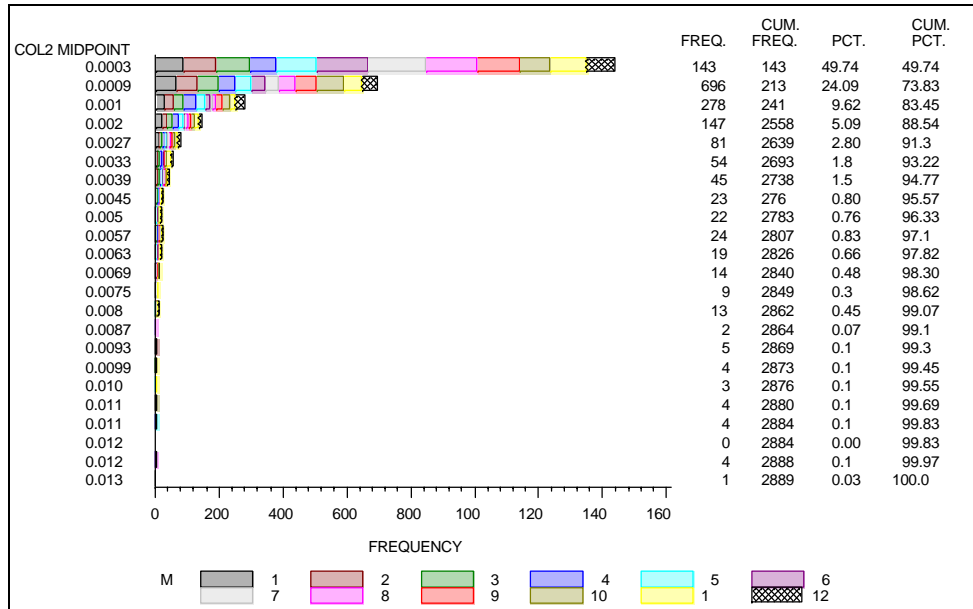


Figure 98 : Erreur par mois

Erreur commise avec le modèle armax :

On rappelle que nous avons prévu la consommation électrique horaire du lendemain sur l'échantillon allant du 01 mars 87 au 28 février 88 soit 365 jours à l'aide d'un modèle armax (24,(24) (1 2 3)) qui procède à une différentiation d'ordre 24 et 168 et corrige les jours fériés par une fonction indicatrice. Les paramètres sont estimés sur la base complète et le passé du 01 mars 87 sert à l'estimation. Le modèle s'écrit :

$$\begin{aligned} (1 - B^{24})(1 - B^{168})(1 - 0.36 \times B^{24})X_t = \\ 0 + (1 - 0.96 \times B^{24})(1 - 0.90 \times B - 0.69 \times B^2 - 0.35 \times B^3)Z_t - 0.12 \times 1_{\{\text{jour férié}\}} \end{aligned}$$

Il fournit l'erreur suivante où on a regroupé l'erreur par jour.

$$\frac{1}{N} \times \frac{1}{24} \times \sum_{k=1}^N \sum_{h=1}^{24} (X_k^h - \tilde{X}_k^h)^2 = 0.0030$$

On réalise une erreur moyenne nettement supérieure (presque trois fois) à celle obtenue avec la méthode qui nous intéresse, essentiellement due aux grandes erreurs. En effet, la fonction de répartition de la figure 99 montre une concentration de l'erreur vers 0,0008 comparable à celle de notre méthode mais la queue de distribution est bien plus longue. Sur cette même figure, on vérifie que l'erreur se répartit de la même façon sur les différents jours, hormis les samedis, alors que la moyenne de l'erreur par type de jour présentée dans le tableau 16 montre aussi un écart pour les jeudis et les vendredis, ce qui confirme que ce sont les grandes valeurs qui rendent l'erreur moyenne importante.

Tableau 16 : Erreur moyenne par type de jour

JOUR	ERREUR
dimanche	0.0015
lundi	0.0023
mardi	0.0015
mercredi	0.0015
jeudi	0.0035
vendredi	0.0040
samedi	0.0066

Tableau 17 : Erreur moyenne par mois

MOIS	ERREUR
1	0.0048
2	0.0012
3	0.0027
4	0.0051
5	0.0045
6	0.0031
7	0.0016
8	0.0016
9	0.0016
10	0.0023
11	0.0012
12	0.0059

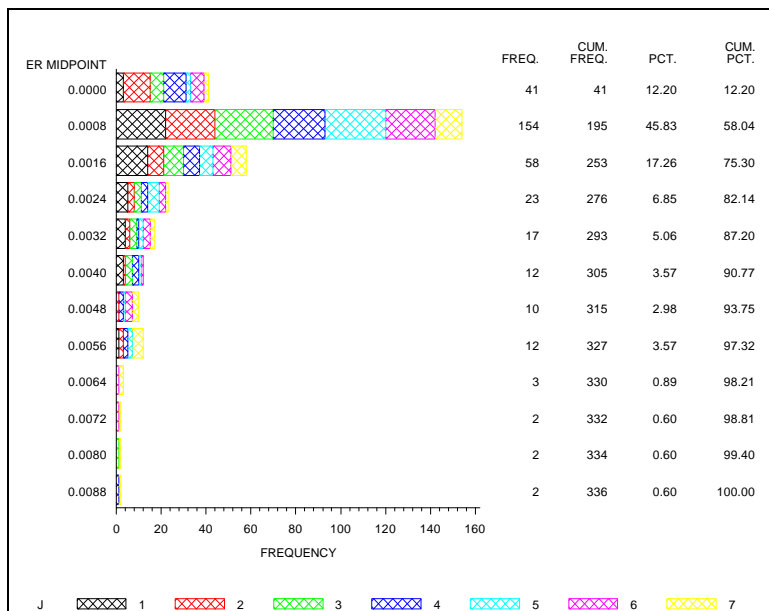


Figure 99 : Erreur par type de jour

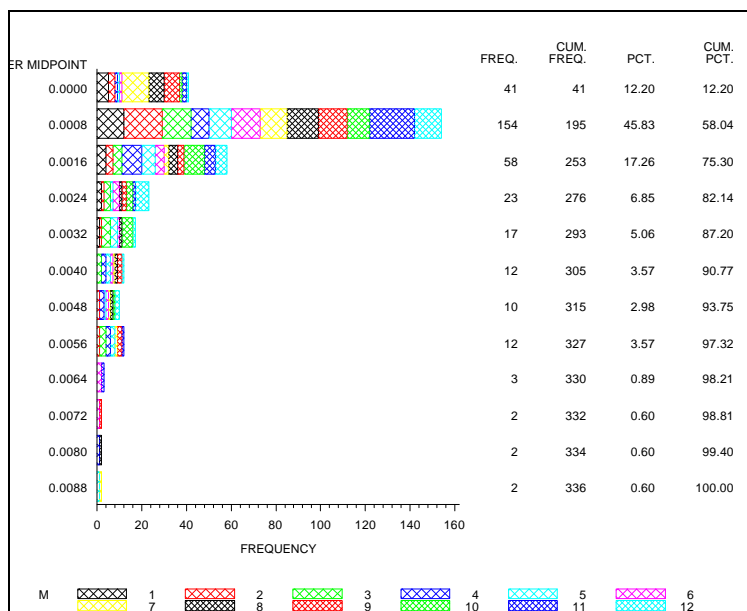


Figure 100 : Erreur par mois

Conclusions :

La méthode MEP est meilleure que le modèle armax lorsque l'on considère l'erreur globale, mais elle fait aussi moins de grandes erreurs et est plus performante pour chaque type de jour. Dans l'étude de la consommation électrique française fournie en annexe, on a aboutit aux mêmes conclusions. De plus, on y a prévu l'année qui suivait la période qui a permis d'établir la règle (en particulier qui a servi à construire la carte de Kohonen) avec un résultat très satisfaisant puisque si l'erreur était supérieure à la moyenne elle était meilleure que certaines années de la base d'étalonnage.

7. Quelques réflexions sur la méthode.

Certains aspects ont été éludés pendant la présentation de la méthode pour l'alléger et la simplifier. On va maintenant les exposer dans ce chapitre. En particulier, on reviendra sur le choix d'estimer le profil par un vecteur normé et on indiquera certaines options qui ont été prises en compte sans être retenues dans l'étude de la consommation électrique polonaise. On présentera ensuite les outils de contrôle visuels fournis par les cartes de Kohonen qui préviennent certains risques d'erreur issus de la construction de la règle de prévision. On indiquera également une limite de cette méthode et plus particulièrement du choix de classer les profils.

7.1 Normalisation de l'estimé du profil et renormalisation des poids à chaque itération de l'apprentissage.

Normalisation de l'estimé du profil :

Dans la prévision de la consommation électrique, on a choisi une règle d'affectation qui associe à chaque type de jour un profil constitué d'un barycentre de U vecteurs¹ renormalisé (voir à la section 5.3 le paragraphe 5)). En effet, le barycentre est de norme inférieure à 1. Si on se place dans le cadre de l'exemple, on veut estimer X par $\tilde{M} + \tilde{S}\tilde{P}$ où \tilde{M} et \tilde{S} sont des estimateurs de M et de \mathbf{s} . Si on ne renormalise pas \tilde{P} , on a davantage de risque de sous estimer l'amplitude ce qui n'est pas souhaité. En particulier, dans la consommation d'électricité, il n'est pas équivalent de mal estimer le maximum, le minimum ou une valeur moyenne car le coût de l'erreur n'est pas la même (par exemple le maximum peut nécessiter l'apport de centrales thermiques, etc.).

Description du phénomène :

Si on prévoit le profil P_t du type de jour t par le barycentre \hat{P}_t des vecteurs codes (qui sont de norme 1), il sera de norme strictement inférieure à 1 et n'appartiendra donc pas à la sphère unité, ce phénomène a déjà été décrit au paragraphe 6.1.2.1. Il est donc à une distance \mathbf{e}_t de la sphère unité. Le nombre de types de jours étant fini, on note \mathbf{e} le minimum des \mathbf{e}_t .

Pour chaque jour k , P_k est sur la sphère unité, d'où :

Si $\hat{P}_{t(k)}$ est l'estimé du type du jour de k ,

$$\forall k \quad \left\| P_k - \hat{P}_{t(k)} \right\| > \mathbf{e}_t \geq \mathbf{e} .$$

¹ Les U vecteurs codes G_u issus de l'apprentissage de l'algorithme de Kohonen

Si on ne normalise pas les vecteurs \hat{P}_t , on commet donc une erreur systématique sur le profil, supérieure à \mathbf{e} . De plus, quand on regarde sa conséquence sur l'erreur de prévision de la courbe de charge à M et \mathbf{s} connus, on constate une erreur systématique supérieure à \mathbf{se} . En effet, à M et \mathbf{s} connus, on a :

$$\|X - \tilde{X}\| = \|M + \mathbf{s}P - M - \mathbf{s}\hat{P}\| = \mathbf{s} \|P - \hat{P}\|$$

et $\|X - \tilde{X}\| > \mathbf{se}$

C'est pourquoi, dans les études de la consommation électrique polonaise et française, on a choisi $\tilde{P}_t = \frac{\hat{P}_t}{\|\hat{P}_t\|}$.

On constate de plus que $\forall h \quad \left| \frac{\hat{P}_k^h}{\|\hat{P}_k\|} \right| > |\hat{P}_k^h|$ et par conséquent, $\forall h \quad |\tilde{P}_k^h| > |\hat{P}_k^h|$

En estimant le profil P par \tilde{P} au lieu de \hat{P} , on diminue le risque de sous évaluer la consommation électrique et par conséquent de ne pouvoir fournir les usagers ou de devoir mettre en marche des centrales d'appoint plus coûteuses.

7.2 Options techniques :

Dans l'étude de la consommation électrique, la méthode *MEP* impose de découper la série chronologique en séquences de même durée. L'objectif de prévoir les 24 heures suivantes justifie de choisir des périodes de 24 heures. Néanmoins, le fait de prendre les valeurs de 1h00 à 24h00 peut être remis en question. C'est le problème du choix de l'origine du jour. La *MEP* propose aussi un découpage de l'information journalière en 3 paramètres (moyenne, écart type et profil) dont des variantes sont présentées dans ce chapitre.

Choix de l'origine du jour :

On a défini la *basse fréquence* comme la séquence constituée d'un nombre fixe p ($p=24$) d'unités de temps. On appelle *événement* ce qui se passe au cours de cette séquence. On attend de la classification qu'elle en fasse ressortir les propriétés de répétition et de variation. Il arrive aussi, de façon intuitive, que l'on veuille recouvrir sous le même terme, *événement*, quelque chose qui se produit entre deux instants où "il ne se passe rien". Ceci correspond à la volonté de regrouper dans sa continuité tout ce qui est dû au même phénomène. Par exemple, si les vendredis et les samedis partagent l'activité nocturne du vendredi soir au samedi matin, les variations de cette période provoqueront en même temps des changements de classes pour les vendredis et les samedis. On peut préférer que seul un type de jour (les vendredis) soit concerné par le comportement *de la sortie du vendredi soir*. Pour faire coïncider notre définition de l'événement avec cette notion intuitive, il suffit de choisir comme origine du jour, si elle existe, une heure où "il ne se passe rien", c'est à dire une heure où la variable X est constante. De façon plus générale, on peut choisir l'heure où la variance de la variable est minimale. C'est cette option qui a été choisie dans l'étude de la consommation nationale d'électricité où les jours commencent à 4h00.

Autre définition du profil :

Dans la prévision de la courbe de charge, on a décidé de découper l'information selon 3 paramètres à savoir la moyenne, l'écart type et le profil, comme défini au chapitre 5.2. On peut imaginer un découpage avec d'autres caractéristiques, qui peut être motivé par les propriétés de ces derniers.

Par exemple, la bonne stabilité du minimum de la courbe de charge électrique journalière aurait pu nous faire préférer le découpage suivant :

$$X_k = \min_k + (\max_k - \min_k) \times F_k$$

où $\min_k = \min_{h=1, \dots, 24} (X_k^h)$

et $\max_k = \max_{h=1, \dots, 24} (X_k^h)$

Si on appelle *forme* (au lieu de profil) la courbe corrigée du niveau et de l'amplitude, F_k est la forme associée à une correction en niveau par le minimum et en amplitude par l'écart entre le minimum et le maximum.

Lors des études de la consommation électrique, une correction par le minimum et l'écart min-max a été envisagée, mais l'écart min-max ne présente pas de propriété aussi intéressante que la stabilité du minimum. Dans notre étude, l'indépendance du profil et de la température est une propriété essentielle qui justifie à posteriori notre découpage.

7.3 Nécessité d'un outil de contrôle visuel des effets nuisibles dus aux regroupements de profils effectués dans la règle de prévision

Dans la méthode *MEP*, la classification sert à établir une règle de prévision du profil à partir d'une typologie. On attend donc de celle-ci, outre un bon regroupement des jours en classes, qu'elle se prête à développer des moyens de sélectionner les critères de définition des types de jours. La qualité de cette prévision dépend en effet de cette sélection. En particulier, on préfère que le profil \tilde{P}_t associé au type de jour t soit classé dans une classe où apparaissent des formes de type t . L'exemple suivant illustre un cas où une mauvaise typologie (ici due à un manque de critère dans la définition du type) engendre une erreur de prévision importante.

On montrera ensuite comment la représentation en cartes de la notion de voisinage entre les représentants des classes inhérente à la classification de Kohonen constitue un outil visuel qui permet d'évaluer si les critères qui définissent les types de jours sont suffisants, et ce dès l'établissement de la règle et non au moment de l'analyse de l'erreur.

Exemple théorique où une classification aboutit à un échec :

Supposons que l'on utilise une autre classification que celle de l'algorithme de Kohonen dans un cas concret de \mathbf{R}^2 (2 valeurs par jour). Une variable qualitative permet de distinguer 3 types (les dimanches, samedis et jours de semaine ouvrés) qui seront ceux retenus. La classification répartit les profils des jours en 3 classes avec pour représentants associés $P_1=(1,0)$, $P_2=(0,1)$ et $P_3=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. La répartition des jours passés dans les 3 classes se traduit par le tableau de contingence suivant dans lequel les pourcentages sont en ligne :

classe	1	2	3
t			
jour ouvré	50%	50%	0%
samedi	0%	0%	100%
dimanche	0%	0%	100%

Dans ce cas, la règle définie au chapitre précédent associe aux *jours ouvrés* k le profil \tilde{P}_k suivant :

$$\tilde{P}_k = \tilde{P}(\text{jour ouvré}) = \frac{\frac{1}{2}P_1 + \frac{1}{2}P_2}{\left\| \frac{1}{2}P_1 + \frac{1}{2}P_2 \right\|} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Maintenant reclassons \tilde{P}_k dans les 3 classes. On rappelle que k , en tant que jour ouvré, a 50% de chance d'être classé dans la classe 1, 50% dans la 2 et 0% dans la 3. Pourtant $\tilde{P}_k = P_3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ et donc \tilde{P}_k est reclassé dans la classe 3.

En résumé la répartition des profils des jours ouvrés dans la classification est la suivante :

classe	1	2	3
t			
Jour ouvré	50%	50%	0%

En revanche, celle des estimés des profils des jours ouvrés est :

Classe	1	2	3
t			
jour ouvré	0%	0%	100%

On constate que ces deux répartitions sont à une distance maximale au sens du χ^2 . On a en fait classé tous les jours ouvrés comme les samedis et les dimanches, ce qui est bien sûr à l'opposé de l'objectif.

Remarques :

- Le problème de la méthode à ce stade de développement provient de ce que la distinction *jours ouvrés, samedis et dimanches* n'explique pas suffisamment la classification au sens où elle n'explique pas la différence entre P_1 et P_2 .

- Si on avait eu $P_1 = \frac{1}{\sqrt{0.9^2 + 0.1^2}}(0.9, 0.1)$, $P_2 = (1, 0)$ et $P_3 = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, il n'y aurait pas

eu le problème, car l'estimé du profil des jours ouvrés \tilde{P}_k aurait été plus proche de P_1 et de P_2 que de P_3 . Il faut donc savoir si les profils qu'on associe pour estimer le profil d'une famille, par exemple *jours ouvrés*, sont proches ou non.

- Dans \mathbf{R}^2 et pour 3 types il est aisé de réaliser que la typologie est insuffisante, par exemple avec le tableau de contingence précédent. Mais cela se complique vite lorsque augmente le nombre des données ou de types. Il est donc nécessaire d'avoir un outil qui puisse aider à savoir dès l'établissement de la règle s'il manque un critère dans la définition des types.

Conclusion :

Il est indispensable d'établir une bonne typologie et donc disposer d'un outil pour contrôler la qualité des critères et leur éventuelle insuffisance (comme le souligne la première remarque). Un outil de visualisation qui permette de sélectionner les critères judicieux et voir si les profils qu'ils regroupent sont voisins constituerait une solution. Il aurait, de plus, l'avantage d'intervenir au moment du choix de la typologie et non au moment de l'étude de l'erreur. Les cartes de Kohonen appelées *cartographie du critère* (figure 70, 71 et 72 du chapitre 6.1.2.2) fournissent une solution en montrant à la fois les profils qui sont sélectionnés par le critère et si ces derniers sont voisins. La suite détaille comment les cartes de Kohonen peuvent déceler les situations délicates.

Comment les cartes de Kohonen apportent un outil visuel de contrôle de ce phénomène :

Le problème évoqué précédemment se visualise très bien. Le graphique suivant illustre le cas précédent où les données sont dans \mathbf{R}^2 . La classification fait ressortir 3 groupes, les jours ouvrés sont répartis équitablement dans les classes C_1 et C_2 de représentants P_1 et P_2 et les samedis et dimanches sont regroupés dans la classe C_3 de représentant P_3 . Le barycentre B des profils P_1 et P_2 est reclassé dans C_3 . Dans \mathbf{R}^2 , le cas redouté est typiquement celui où les classes dont les profils apportent une contribution au barycentre encerclent une autre classe. C'est cela qu'on cherche à détecter par les cartes de Kohonen ou tout autre outil visuel.

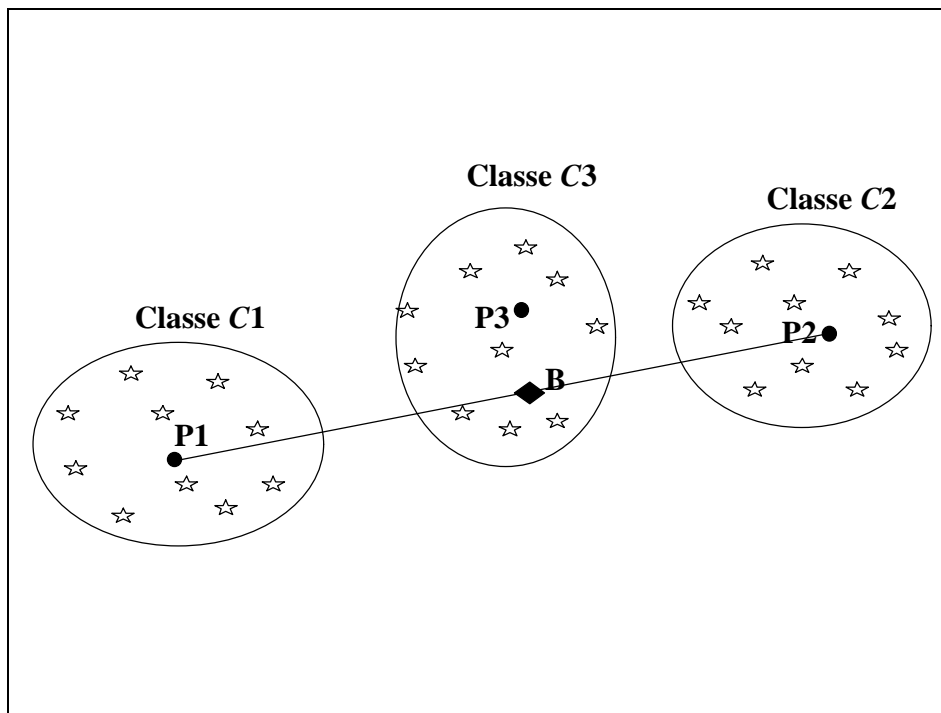


Figure 101 : Le barycentre B des profils moyens P_1 et P_2 respectivement des classes $C1$ et $C2$ est reclassé dans la classe $C3$

Gestion de ce problème dans le cadre de la classification de Kohonen :

Cas où les unités associées à un type ne sont pas dans une zone connexe :

D'après ce qu'on vient de voir, on s'attend à ce que le profil associé à un type soit reclassé dans l'une des classes dont le représentant a fourni une contribution au barycentre correspondant. Il est donc important de contrôler les regroupements des unités en classes connexes de façon à avoir l'assurance d'un bon comportement.

Or la carte de Kohonen, par sa notion de voisinage, fournit immédiatement une réponse. Faire le barycentre entre les vecteurs codes d'unités qui, lorsqu'elles sont regroupées, forment une zone connexe de la carte garantit que le barycentre B est proche de ces classes comme le montre la figure 102. Au contraire, si on calcule le barycentre des classes disposées à l'opposé sur la carte, on s'expose à un risque. Si la carte se replie, comme sur la figure 103, le cas reste valable, par contre sur la figure 104 la méthode sera mal utilisée.

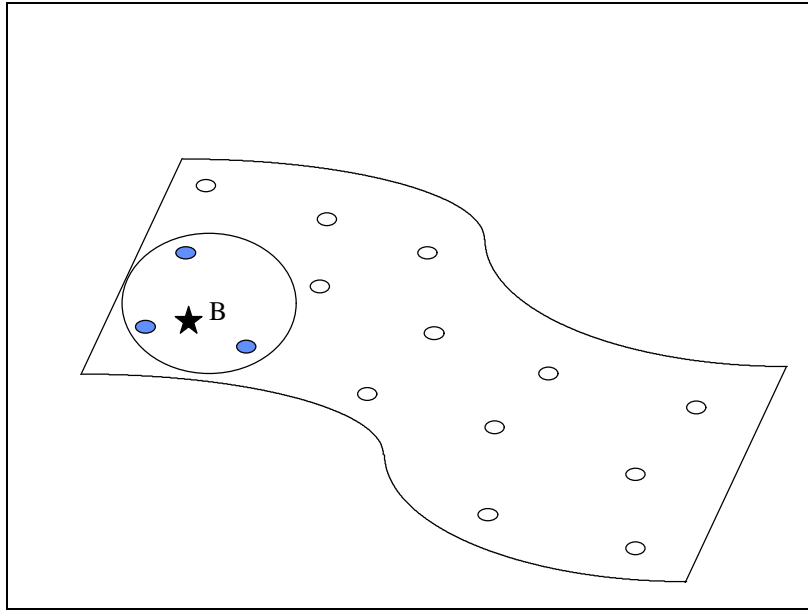


Figure 102 : Le barycentre des centres de classes bleues est reclassé dans une classe bleue uniquement si ces classes sont voisines sur la carte.

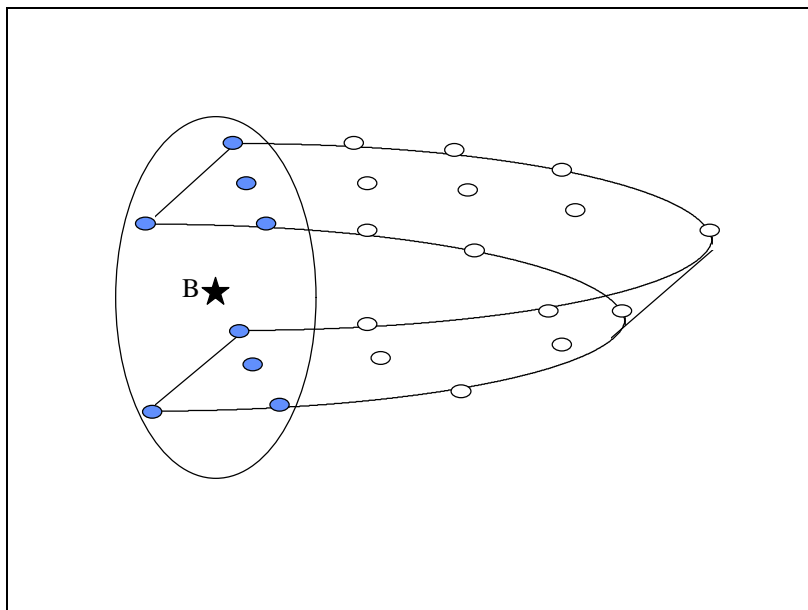


Figure 103 : Le repliement de la carte permet au barycentre des centres des classes bleues non voisines sur la carte d'être reclassé dans une classe bleue

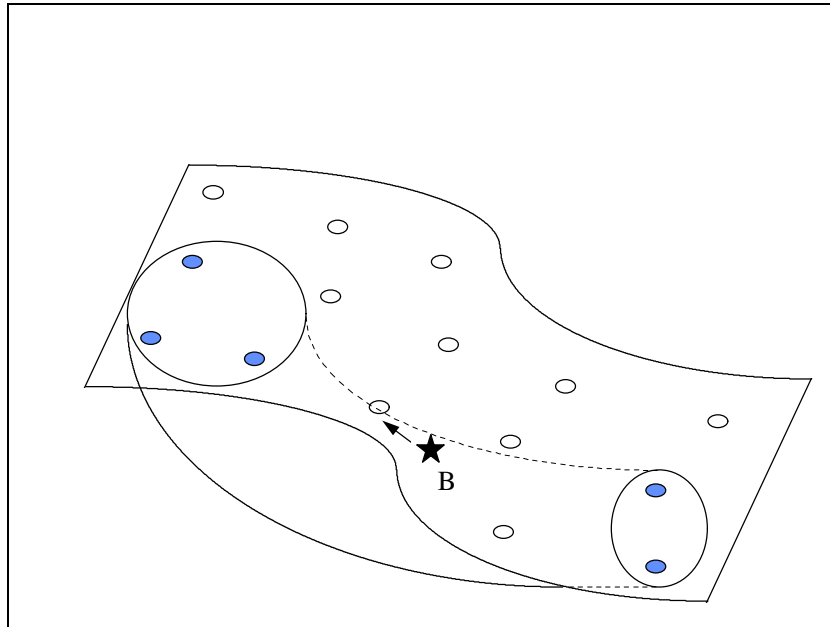


Figure 104 : Carte où le barycentre B des centres d'une sélection de classes éloignées sur la carte est reclassé dans une classe externe à cette sélection.

Remarque:

Supposons que le profil estimé \tilde{P}_k soit calculé avec un vecteur code G_{u_0} qui ne soit pas dans la région connexe des autres codes utilisés, ce dernier interviendrait avec le poids $P_{\text{roba}}(\{k' \in u_0, k' \in t(k)\})$. Les jours particuliers ne remettent donc pas en cause la méthode, car cette probabilité est négligeable. Seuls deux groupes de classes fortement représentés posent un problème. Mais cette configuration assurera qu'il y a un phénomène réel à découvrir et à prendre en compte dans la règle, la carte de Kohonen aboutira dans ce cas à la conclusion d'un manque de critère. Le problème ne doit donc pas être perçu comme pouvant restreindre le champ d'utilisation de la méthode, mais au contraire comme des situations que cette technique est la plus apte à mettre en évidence et à traiter.

D'autres outils de visualisation sont possibles, en particulier le couplage classification hiérarchique – analyse factorielle (il faut dans ce cas se méfier des effets des projections). La comparaison de la classification de Kohonen avec ces méthodes fait l'objet du chapitre 3.8. Les liens très forts entre représentation et classification dans le cas de Kohonen constitue un avantage dans la détection de la prévention du problème lié au mauvais choix des critères de définition des types.

7.4 Limites

Limites de la réduction :

La réduction a pour effet de mettre au même niveau toutes les variations. Elle n'est pas adaptée à tous les cas. En particulier, considérons une base de données qui contienne à la fois des individus remarquables et des individus qui ne représentent aucune forme typique (bruit blanc). Dans ce cas, la normalisation du bruit blanc créera toutes les formes possibles et la classification ne révélera pas de formes particulières.

Pour illustrer ce phénomène, considérons la figure 105. Elle représente deux formes typiques, une forme plate et une forme à forte variation. La base de données de notre exemple est construite à partir de ces deux formes étalons en rajoutant un bruit. Des exemples d'individus de la base ainsi constitués sont tracés dans la figure 106. Cependant, l'écart type de la forme plate est très faible par rapport à celui de l'autre forme et quand on normalise un individu sans forme, on donne de l'importance au bruit. De sorte que la classe de la forme à forte amplitude est retrouvée par la classification alors que la forme plate génère de nombreuses classes où on ne retrouve d'ailleurs pas la forme plate, ce phénomène est illustré par la figure 107.

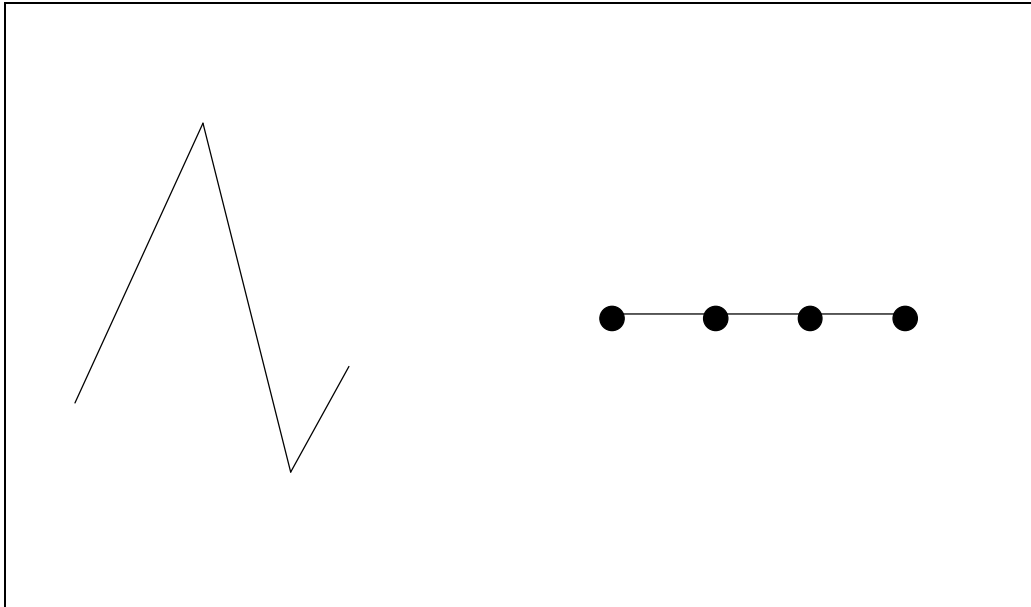


Figure 105 : Deux formes marquées

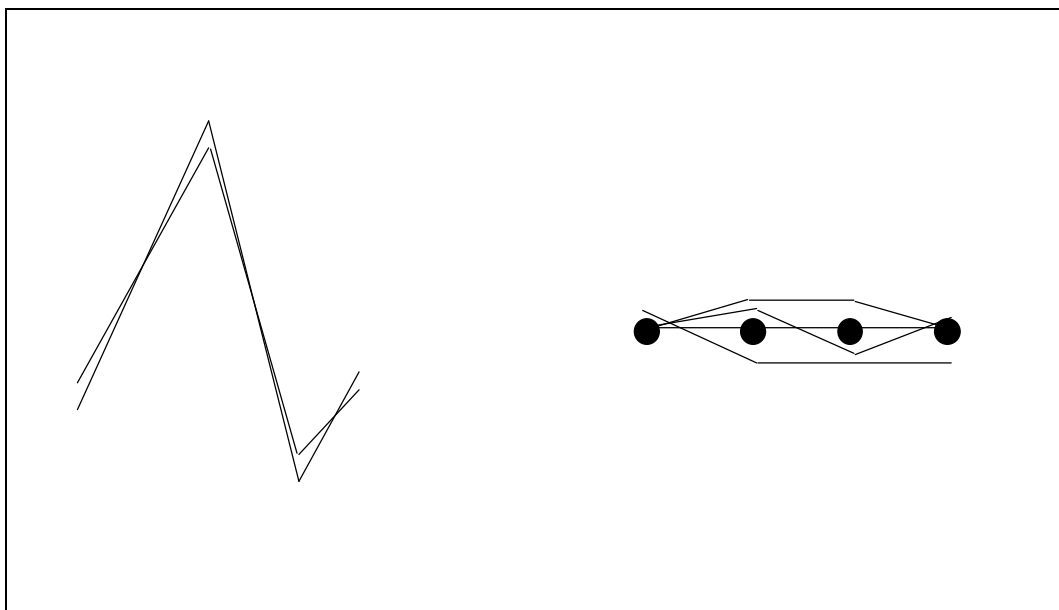


Figure 106 : Formes constituées par l'ajout d'un bruit aux deux formes marquées précédentes

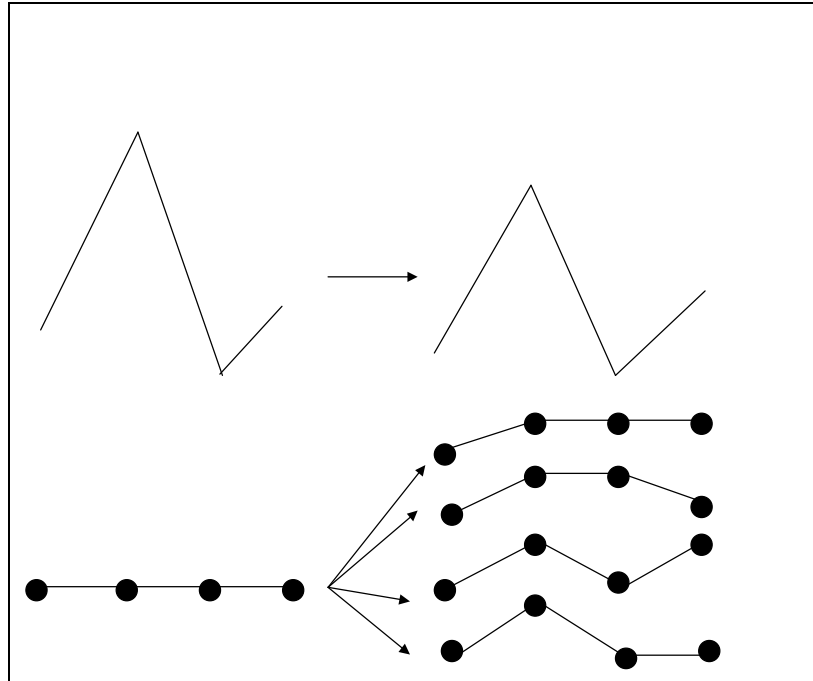


Figure 107 : Exemple de sorties de la classification des formes créées par le bruitage et la normalisation des courbes de gauche. La courbe plate génère un grand nombre de types

Conséquence :

Ce phénomène fait qu'il est difficile d'utiliser cette méthode pour prévoir des données corrigées par une autre méthode de prévision, et peut-être réduites à un bruit.

Couplage de la MEP avec une méthode linéaire :

On sait qu'un modèle linéaire de type armax est utilisé dans la pratique pour prévoir la consommation électrique. De plus, on vient d'expliquer pourquoi on ne peut utiliser la méthode *MEP* pour prévoir l'erreur du modèle précédent. De la même façon, l'erreur issue de la *MEP* a très peu de chance d'avoir des propriétés qui lui permettent d'être estimée par un modèle linéaire. Il faudrait pour cela, au minimum, qu'elle soit indépendante du type de jour ce qui serait très surprenant.

En conclusion, cette méthode ne se prête pas facilement à un couplage avec un modèle linéaire.

8 Conclusion et perspectives

On a exposé le modèle de prévision *MEP* dans un cadre volontairement restrictif, en s'appuyant sur une étude pratique dans le cadre de données réelles de consommation électrique. Ce choix s'est justifié par une volonté de simplifier la présentation et de mettre l'accent sur les aspects spécifiques de la méthode. Il est en effet possible d'étendre les domaines de données et d'applications de ce modèle de prévision.

Extension du domaine de données par une extension du critère de la règle d'affectation :

Dans l'étude de la consommation électrique, la règle d'affectation s'appuie sur des variables calendaires. On peut en fait établir cette règle à partir de critères de qualité répertoriés dans des variables à modalités. Dans la prévision des courbes de charge les jours fériés sont un peu dans ce cas, mais on peut ajouter d'autres facteurs tels que les jours de grève, les jours de modification tarifaire ou les jours de forte production industrielle qui ne sont pas fonction de la date.

L'introduction de tels critères élargit le domaine de données, car il offre une méthode de prévision dans le cadre de séries temporelles où l'on constate la répétition de formes d'évolution d'intervalles fixes, mais à des dates qui ne répondent pas à une loi calendaire. Par exemple, une série sur la pollution peut présenter des formes journalières de pollution dues à des conditions climatiques réunies au cours d'une seule journée. Un tel phénomène constitue une rupture dans la série chronologique et la courbe de jour n 'a de lien qu'avec un jour du passé où sont réunies les mêmes conditions atmosphériques. Notre méthode reste adaptée à ce type de séries.

Remarque :

Un modèle armax pour ce type de série se heurte au même problème que la prise en compte d'un jour férié dans la prévision des courbes de charge électrique (il arrive à prendre en compte des sauts de niveau mais pas des changements de forme).

Extension de l'espace d'application :

Le découpage des données en séquences de 24h00 dans le cadre de la consommation électrique correspond à l'objectif. En effet, on cherche à prévoir le lendemain avec la même précision pour toutes les heures, connaissant la consommation jusqu'à 24h00. Dans la pratique, on trouve des *contraintes techniques ou stratégiques* qui peuvent influencer le choix de la méthode. Parmi les *contraintes techniques*, on peut citer la fréquence de renouvellement des données. En effet, si le renouvellement des données s'effectue toutes les 5 heures ou toutes les 48 heures, on peut choisir de prévoir respectivement des séquences de 5 heures ou de 48 heures. Notre méthode répond à cette contrainte par le choix de la basse fréquence et devient plus pertinente que les méthodes récursives lorsque la fréquence de renouvellement des données est lente.

En effet, nous prévoyons les profils avec la même qualité quelle que soit l'échéance de prévision. Dans le cadre des *contraintes stratégiques*, on peut ajouter à l'exemple particulier de la consommation électrique *l'ensemble des projets qui établissent des scénarios*. Par exemple, on peut vouloir prévoir la consommation électrique d'un jour futur j selon différentes hypothèses telles que *j est un jour férié, un jour ouvré, un jour de grève, un jour de*

tarification particulière, dans une période de forte productivité industrielle, dans une conjoncture économique morose ou autre etc. Notre méthode reste adaptée à ce type d'étude au contraire des méthodes récursives. Cette fois, c'est la règle qui permet de prendre en compte la contrainte de *faire des scénarios*.

Ainsi, la méthode répond à des contraintes très diversifiées et peut donc s'appliquer à un domaine très étendu.

Perspectives :

La partie centrale de la méthode *moyenne – écart type – profil* est la construction d'une règle de prévision d'une partie de l'information à partir de variables calendaires ou qualitatives. De plus, telle qu'elle a été présentée, cette technique ne donne pas plus d'importance au passé proche qu'au lointain. **Il est donc naturel de vouloir faire progresser ce modèle en intégrant dans la règle la prise en compte de la succession temporelle et des variables quantitatives.**

Pour des raisons que l'on a déjà expliquées, **il est nécessaire de contrôler l'effet de ces notions sur les classes étendues à leurs voisinages.** C'est une fois de plus, en développant des outils d'analyse et de visualisation des cartes de Kohonen que l'on pourra le réaliser. En particulier, il serait intéressant de pouvoir **visualiser le suivi temporel sur la carte.** Ceci **aurait d'ailleurs des applications dans d'autres domaines que la prévision, par exemple l'analyse temporelle des panels.**

