

Licence M.A.S.S. deuxième année 2013 – 2014

Analyse S4

Contrôle continu n°1, février 2014

Examen de 1h20. Tout document ou calculatrice est interdit.

1. **(12 points)** On définit $I = \int_0^\infty \frac{\cos(\frac{1}{2}\pi x)}{\ln(x)} dx$.

- (a) Déterminer l'ensemble de dérivabilité et la dérivée de la fonction $1/\ln(x)$ **(1pt)**.
- (b) Démontrer que I existe **(5pts)**.
- (c) Montrer que pour tout $x \in \mathbf{R}$, $|\cos(\frac{1}{2}\pi x)| \geq \frac{1}{2}(1 + \cos(\pi x))$ **(2pts)**.
- (d) En déduire que I n'est pas absolument convergente **(4pts)**.

2. **(10 points)** On considère l'ensemble Δ :

$$\Delta = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2, |x| + |y| \leq 2\}.$$

- (a) Tracer Δ **(2pt)**.
- (b) Déterminer $\int \int_{\Delta} dx dy$ **(3pts)**.
- (c) Déterminer $\int \int_{\Delta} \frac{dx dy}{(|x| + |y|)^2 + 4}$ (on pourra simplifier l'intégrale avec des considérations de symétrie et utiliser un changement de variables) **(5pts)**.