

Licence M.A.S.S. deuxième année 2014 – 2015

Analyse S4

Contrôle continu n°1, mars 2015

Examen de 1h20. Tout document ou calculatrice est interdit.

1. **(10 points)** Soit $I_{\alpha,\beta} = \int_0^{\infty} e^{-\alpha |\ln(x)|^\beta} dx$ et $J_\gamma = \int_0^\pi \frac{x^\gamma}{\sqrt{|\sin(x)|}} dx$. Déterminer l'ensemble des valeurs des réels α , β et γ tel que $I_{\alpha,\beta}$ (**5pts**), puis J_γ (**5pts**), convergent.

2. **(11 points)** On considère l'ensemble Δ :

$$\Delta = \{(x, y) \in [0, 1]^2, x \leq 1 - y^2\}.$$

(a) Tracer Δ (**2pts**).

(b) Déterminer $\int \int_{\Delta} dx dy$ (**3pts**).

(c) Déterminer $\int \int_{\Delta} \frac{y(x + y^2)}{y^2 + 2} dx dy$ (on pourra utiliser le changement de variables $x' = 1 - x$ et $y' = y^2 + x$) (**6pts**).