Cours de Méthodes Numériques

Licence M.I.A.S.H.S. Deuxième Année

UNIVERSITÉ PARIS 1
PANTHÉON SORBONNE

Année 2019-2020

3.2 Méthode de Monte-Carlo

But : Utiliser la simulation de v.a. pour estimer

Commandes `R` **:**

- `rbinom`, `rnorm`, `rexp`, `rpois`,... : Random
- `pbinom`, `pnorm`, `pexp`, `ppois`,... : Fonction Repartition
- `dbinom`, `dnorm`, `dexp`, `dpois`,... : Density
- `qbinom`, `qnorm`, `qexp`, `qpois`,... : Quantile

3.2 Méthode de Monte-Carlo

But : Utiliser la simulation de v.a. pour estimer

Commandes `R` **:**

- `rbinom`, `rnorm`, `rexp`, `rpois`,... : Random
- `pbinom`, `pnorm`, `pexp`, `ppois`,... : Fonction Repartition
- `dbinom`, `dnorm`, `dexp`, `dpois`,... : Density
- `qbinom`, `qnorm`, `qexp`, `qpois`,... : Quantile

3.2 Méthode de Monte-Carlo

But : Utiliser la simulation de v.a. pour estimer

Commandes `R` **:**

- `rbinom`, `rnorm`, `rexp`, `rpois`,... : Random
- `pbinom`, `pnorm`, `pexp`, `ppois`,... : Fonction Repartition
- `dbinom`, `dnorm`, `dexp`, `dpois`,... : Density
- `qbinom`, `qnorm`, `qexp`, `qpois`,... : Quantile

3.2 Méthode de Monte-Carlo

But : Utiliser la simulation de v.a. pour estimer

Commandes `R` **:**

- `rbinom`, `rnorm`, `rexp`, `rpois`,... : Random
- `pbinom`, `pnorm`, `pexp`, `ppois`,... : Fonction Repartition
- `dbinom`, `dnorm`, `dexp`, `dpois`,... : Density
- `qbinom`, `qnorm`, `qexp`, `qpois`,... : Quantile

3.2 Méthode de Monte-Carlo

But : Utiliser la simulation de v.a. pour estimer

Commandes `R` **:**

- `rbinom`, `rnorm`, `rexp`, `rpois`,... : Random
- `pbinom`, `pnorm`, `pexp`, `ppois`,... : Fonction Repartition
- `dbinom`, `dnorm`, `dexp`, `dpois`,... : Density
- `qbinom`, `qnorm`, `qexp`, `qpois`,... : Quantile

3.2 Méthode de Monte-Carlo

But : Utiliser la simulation de v.a. pour estimer

Commandes `R` **:**

- `rbinom`, `rnorm`, `rexp`, `rpois`,... : Random
- `pbinom`, `pnorm`, `pexp`, `ppois`,... : Fonction Repartition
- `dbinom`, `dnorm`, `dexp`, `dpois`,... : Density
- `qbinom`, `qnorm`, `qexp`, `qpois`,... : Quantile

Rappels

Définition

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a. définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$. On dit que $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ est une suite de **v.a. indépendantes identiquement distribuées (v.a.i.i.d.)** *lorsque $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ indépendantes et les X_i ont la même loi que X_1.*

Définition

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a. définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$. On dit que (X_n) converge **en probabilité** *vers une variable aléatoire Y, soit $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} Y$ lorsque*

$$\forall \varepsilon > 0, \quad \mathbb{P}\big(|X_n - Y| \geq \varepsilon\big) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0.$$

Exemple : Si $X_n \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(1/n)$ alors $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} 0$.

Rappels

Définition

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$. *On dit que* $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *est une suite de* **v.a. indépendantes identiquement distribuées (v.a.i.i.d.)** *lorsque* $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *indépendantes et les* X_i *ont la même loi que* X_1.

Définition

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$. *On dit que* (X_n) *converge* **en probabilité** *vers une variable aléatoire* Y, *soit* $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} Y$ *lorsque*

$$\forall \varepsilon > 0, \quad \mathbb{P}\big(|X_n - Y| \geq \varepsilon\big) \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0.$$

Exemple : Si $X_n \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(1/n)$ alors $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} 0$.

Rappels

Définition

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a. définies sur* $(\Omega,\mathcal{A},\mathbb{P})$. *On dit que* $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *est une suite de* **v.a. indépendantes identiquement distribuées (v.a.i.i.d.)** *lorsque* $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *indépendantes et les* X_i *ont la même loi que* X_1.

Définition

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a. définies sur* $(\Omega,\mathcal{A},\mathbb{P})$. *On dit que* (X_n) *converge* **en probabilité** *vers une variable aléatoire* Y, *soit* $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} Y$ *lorsque*

$$\forall\varepsilon>0,\quad \mathbb{P}\big(|X_n-Y|\geq\varepsilon\big)\xrightarrow[n\to+\infty]{} 0.$$

Exemple : Si $X_n \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(1/n)$ alors $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} 0$.

Rappels (fin)

Définition

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$. *On dit que* (X_n) *converge* **en loi** *vers une variable aléatoire* Y, *soit* $X_n \underset{n\to\infty}{\overset{\mathcal{L}}{\longrightarrow}} Y$ *lorsque* $F_{X_n}(x) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} F_Y(x)$ *pour tout* $x \in \mathbb{R}$ *tel que* F_Y *soit continue en* x.

Corollaire

- *Si* X_i *v.a. discrètes sur* $\{x_j\}_{j\in J}$, *il suffit de montrer que* $\mathbb{P}(X_n = x_j) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} p_j = \mathbb{P}(Y = x_j)$
- *Si* X_i *v.a. continues de densités* f_i, *il suffit de montrer que* $f_n(x) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} f_Y(x)$ *pour presque tout* $x \in \mathbb{R}$

Exemple : Si $X_n \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{N}(10/\sqrt{n}, 1)$ alors $X_n \underset{n\to\infty}{\overset{\mathcal{L}}{\longrightarrow}} Y \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$.

Rappels (fin)

Définition

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$*. On dit que* (X_n) *converge* **en loi** *vers une variable aléatoire* Y*, soit* $X_n \underset{n\to\infty}{\xrightarrow{\mathcal{L}}} Y$ *lorsque* $F_{X_n}(x) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} F_Y(x)$ *pour tout* $x \in \mathbb{R}$ *tel que* F_Y *soit continue en* x*.*

Corollaire

- *Si* X_i *v.a. discrètes sur* $\{x_j\}_{j\in J}$*, il suffit de montrer que* $\mathbb{P}(X_n = x_j) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} p_j = \mathbb{P}(Y = x_j)$
- *Si* X_i *v.a. continues de densités* f_i*, il suffit de montrer que* $f_n(x) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} f_Y(x)$ *pour presque tout* $x \in \mathbb{R}$

Exemple : Si $X_n \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{N}(10/\sqrt{n}, 1)$ alors $X_n \underset{n\to\infty}{\xrightarrow{\mathcal{L}}} Y \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$.

Rappels (fin)

Définition

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$. *On dit que* (X_n) *converge* **en loi** *vers une variable aléatoire* Y, *soit* $X_n \underset{n\to\infty}{\xrightarrow{\mathcal{L}}} Y$ *lorsque*
$F_{X_n}(x) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} F_Y(x)$ *pour tout* $x \in \mathbb{R}$ *tel que* F_Y *soit continue en* x.

Corollaire

- *Si* X_i *v.a. discrètes sur* $\{x_j\}_{j\in J}$, *il suffit de montrer que* $\mathbb{P}(X_n = x_j) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} p_j = \mathbb{P}(Y = x_j)$
- *Si* X_i *v.a. continues de densités* f_i, *il suffit de montrer que* $f_n(x) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} f_Y(x)$ *pour presque tout* $x \in \mathbb{R}$

Exemple : Si $X_n \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{N}(10/\sqrt{n}, 1)$ alors $X_n \underset{n\to\infty}{\xrightarrow{\mathcal{L}}} Y \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$.

Rappels (fin)

Définition

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a. définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$. On dit que (X_n) converge **en loi** *vers une variable aléatoire Y, soit $X_n \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} Y$ lorsque $F_{X_n}(x) \xrightarrow[n\to+\infty]{} F_Y(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ tel que F_Y soit continue en x.*

Corollaire

- *Si X_i v.a. discrètes sur $\{x_j\}_{j\in J}$, il suffit de montrer que $\mathbb{P}(X_n = x_j) \xrightarrow[n\to+\infty]{} p_j = \mathbb{P}(Y = x_j)$*
- *Si X_i v.a. continues de densités f_i, il suffit de montrer que $f_n(x) \xrightarrow[n\to+\infty]{} f_Y(x)$ pour presque tout $x \in \mathbb{R}$*

Exemple : Si $X_n \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{N}(10/\sqrt{n}, 1)$ alors $X_n \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} Y \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$.

Théorèmes limite

Théorème (Loi des grands nombres)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1|] < \infty$.
Alors :

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}(X_1 + \cdots + X_n) \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} \mathbb{E}[X_1]$$

Théorème (Théorème de la Limite Centrale)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$.
Alors :

$$\sqrt{n}(\overline{X}_n - \mathbb{E}[X_1]) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\, var(X_1))$$

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors $\overline{X}_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} p$ et

$$\sqrt{n}(\overline{X}_n - p) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\, p(1-p)).$$

Théorèmes limite

Théorème (Loi des grands nombres)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1|] < \infty$.
Alors :

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}(X_1 + \cdots + X_n) \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} \mathbb{E}[X_1]$$

Théorème (Théorème de la Limite Centrale)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$.
Alors :

$$\sqrt{n}(\overline{X}_n - \mathbb{E}[X_1]) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\, var(X_1))$$

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors $\overline{X}_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} p$ et

$$\sqrt{n}(\overline{X}_n - p) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\, p(1-p)).$$

Théorèmes limite

Théorème (Loi des grands nombres)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1|] < \infty$.
Alors :

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\left(X_1 + \cdots + X_n\right) \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} \mathbb{E}[X_1]$$

Théorème (Théorème de la Limite Centrale)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$.
Alors :

$$\sqrt{n}(\overline{X}_n - \mathbb{E}[X_1]) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\, var(X_1))$$

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors $\overline{X}_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} p$ et

$$\sqrt{n}(\overline{X}_n - p) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\, p(1-p)).$$

Théorèmes limite

Théorème (Loi des grands nombres)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1|] < \infty$.
Alors :

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\left(X_1 + \cdots + X_n\right) \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} \mathbb{E}[X_1]$$

Théorème (Théorème de la Limite Centrale)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$.
Alors :

$$\sqrt{n}(\overline{X}_n - \mathbb{E}[X_1]) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\, var(X_1))$$

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors $\overline{X}_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} p$ et

$$\sqrt{n}(\overline{X}_n - p) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\, p(1-p)).$$

Lemme (Lemme de Stlutsky)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *et* $(Y_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *deux suites de v.a. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} C$ *constante et* $Y_n \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} Y$. *Alors :*

$$(X_n, Y_n) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} (C, Y) \implies \begin{cases} X_n Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \quad C\,Y \\ X_n + Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \quad C + Y \end{cases}$$

Théorème (Théorème de la Limite Centrale 2)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$. *Alors :*

$$\overline{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2 \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} \sigma^2 = var(X_1)$$

et

$$\sqrt{n}\,\frac{(\overline{X}_n - \mathbb{E}[X_1])}{\overline{\sigma}_n} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\,1)$$

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors $\sqrt{n}\,\dfrac{(\overline{X}_n - p)}{\sqrt{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0,1)$.

Lemme (Lemme de Stlutsky)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *et* $(Y_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *deux suites de v.a. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} C$ *constante et* $Y_n \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} Y$*. Alors :*

$$(X_n, Y_n) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} (C, Y) \implies \begin{cases} X_n Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} & C\,Y \\ X_n + Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} & C + Y \end{cases}$$

Théorème (Théorème de la Limite Centrale 2)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$*. Alors :*

$$\overline{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2 \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} \sigma^2 = var(X_1)$$

et

$$\sqrt{n}\,\frac{(\overline{X}_n - \mathbb{E}[X_1])}{\overline{\sigma}_n} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\,1)$$

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors $\sqrt{n}\,\dfrac{(\overline{X}_n - p)}{\sqrt{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0,1)$.

Lemme (Lemme de Stlutsky)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *et* $(Y_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *deux suites de v.a. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} C$ *constante et* $Y_n \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} Y$. *Alors :*

$$(X_n, Y_n) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} (C, Y) \implies \left\{ \begin{array}{ccc} X_n Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} & C\,Y \\ X_n + Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} & C + Y \end{array} \right.$$

Théorème (Théorème de la Limite Centrale 2)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$. *Alors :*

$$\overline{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2 \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} \sigma^2 = var(X_1)$$

et

$$\sqrt{n}\,\frac{(\overline{X}_n - \mathbb{E}[X_1])}{\overline{\sigma}_n} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\,1)$$

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors $\sqrt{n}\,\dfrac{(\overline{X}_n - p)}{\sqrt{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0,1)$.

Lemme (Lemme de Stlutsky)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *et* $(Y_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *deux suites de v.a. définies sur* $(\Omega,\mathcal{A},\mathbb{P})$ *telles que* $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} C$ *constante et* $Y_n \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} Y$*. Alors :*

$$(X_n, Y_n) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} (C, Y) \implies \left\{ \begin{array}{ccc} X_n Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} & C\,Y \\ X_n + Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} & C + Y \end{array} \right.$$

Théorème (Théorème de la Limite Centrale 2)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega,\mathcal{A},\mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$*.*
Alors :

$$\overline{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2 \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} \sigma^2 = var(X_1)$$

et

$$\sqrt{n}\,\frac{(\overline{X}_n - \mathbb{E}[X_1])}{\overline{\sigma}_n} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\,1)$$

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors $\sqrt{n}\,\dfrac{(\overline{X}_n - p)}{\sqrt{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0,1)$.

Lemme (Lemme de Stlutsky)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *et* $(Y_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *deux suites de v.a. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} C$ *constante et* $Y_n \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} Y$*. Alors :*

$$(X_n, Y_n) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} (C, Y) \implies \left\{ \begin{array}{ccc} X_n Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} & C\,Y \\ X_n + Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} & C + Y \end{array} \right.$$

Théorème (Théorème de la Limite Centrale 2)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. définies sur* $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ *telles que* $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$*.*
Alors :

$$\overline{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2 \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} \sigma^2 = var(X_1)$$

et

$$\sqrt{n}\,\frac{(\overline{X}_n - \mathbb{E}[X_1])}{\overline{\sigma}_n} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\,1)$$

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors $\sqrt{n}\,\dfrac{(\overline{X}_n - p)}{\sqrt{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0,1)$.

Lemme (Lemme de Stlutsky)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ et $(Y_i)_{i\in\mathbb{N}}$ deux suites de v.a. définies sur $(\Omega,\mathcal{A},\mathbb{P})$ telles que $X_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} C$ constante et $Y_n \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} Y$. Alors :

$$(X_n, Y_n) \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} (C, Y) \implies \begin{cases} X_n Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \quad C\,Y \\ X_n + Y_n & \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \quad C + Y \end{cases}$$

Théorème (Théorème de la Limite Centrale 2)

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a.i.i.d. définies sur $(\Omega,\mathcal{A},\mathbb{P})$ telles que $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$. Alors :

$$\overline{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2 \xrightarrow[n\to+\infty]{\mathcal{P}} \sigma^2 = var(X_1)$$

et

$$\sqrt{n}\,\frac{(\overline{X}_n - \mathbb{E}[X_1])}{\overline{\sigma}_n} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0\,,\,1)$$

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors $\sqrt{n}\,\dfrac{(\overline{X}_n - p)}{\sqrt{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0,1)$.

Estimation de la moyenne

Soit $m = \mathbb{E}[X_1] \Longrightarrow \overline{X}_n$ permet d'estimer m avec intervalle de confiance...

Propriété

Soit $(X_i)_{i \in \mathbb{N}}$ suite de v.a.i.i.d. définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ telles que $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$. Alors pour $0 < \alpha < 1$ avec q_p quantile de $\mathcal{N}(0,1)$ d'ordre p et n grand

$$\mathbb{P}\left(\overline{X}_n - q_{1-\alpha/2}\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + q_{1-\alpha/2}\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1 - \alpha$$

$\Longrightarrow \left[\overline{X}_n - 1.96\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$ intervalle confiance 95%

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors un intervalle confiance à 95% de p

$$\left[\overline{X}_n - 1.96\,\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\,\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}}\right]$$

Estimation de la moyenne

Soit $m = \mathbb{E}[X_1] \Longrightarrow \overline{X}_n$ permet d'estimer m avec intervalle de confiance...

Propriété

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a.i.i.d. définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ telles que $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$.
Alors pour $0 < \alpha < 1$ avec q_p quantile de $\mathcal{N}(0,1)$ d'ordre p et n grand

$$\mathbb{P}\left(\overline{X}_n - q_{1-\alpha/2}\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + q_{1-\alpha/2}\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1-\alpha$$

$\Longrightarrow \left[\overline{X}_n - 1.96\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$ intervalle confiance 95%

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors un intervalle confiance à 95% de p

$$\left[\overline{X}_n - 1.96\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}}\right]$$

Estimation de la moyenne

Soit $m = \mathbb{E}[X_1] \Longrightarrow \overline{X}_n$ permet d'estimer m avec intervalle de confiance...

Propriété

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a.i.i.d. définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ telles que $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$. Alors pour $0 < \alpha < 1$ avec q_p quantile de $\mathcal{N}(0,1)$ d'ordre p et n grand

$$\mathbb{P}\left(\overline{X}_n - q_{1-\alpha/2}\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + q_{1-\alpha/2}\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1-\alpha$$

$\Longrightarrow \left[\overline{X}_n - 1.96\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$ intervalle confiance 95%

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors un intervalle confiance à 95% de p

$$\left[\overline{X}_n - 1.96\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}}\right]$$

Estimation de la moyenne

Soit $m = \mathbb{E}[X_1] \Longrightarrow \overline{X}_n$ permet d'estimer m avec intervalle de confiance...

Propriété

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a.i.i.d. définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ telles que $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$. Alors pour $0 < \alpha < 1$ avec q_p quantile de $\mathcal{N}(0,1)$ d'ordre p et n grand

$$\mathbb{P}\left(\overline{X}_n - q_{1-\alpha/2}\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + q_{1-\alpha/2}\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1 - \alpha$$

$\Longrightarrow \left[\overline{X}_n - 1.96\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$ intervalle confiance 95%

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors un intervalle confiance à 95% de p

$$\left[\overline{X}_n - 1.96\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}}\right]$$

Estimation de la moyenne

Soit $m = \mathbb{E}[X_1] \Longrightarrow \overline{X}_n$ permet d'estimer m avec intervalle de confiance...

Propriété

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a.i.i.d. définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ telles que $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$. Alors pour $0 < \alpha < 1$ avec q_p quantile de $\mathcal{N}(0,1)$ d'ordre p et n grand

$$\mathbb{P}\left(\overline{X}_n - q_{1-\alpha/2}\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + q_{1-\alpha/2}\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1-\alpha$$

$\Longrightarrow \left[\overline{X}_n - 1.96\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$ intervalle confiance 95%

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors un intervalle confiance à 95% de p

$$\left[\overline{X}_n - 1.96\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}}\right]$$

Estimation de la moyenne

Soit $m = \mathbb{E}[X_1] \Longrightarrow \overline{X}_n$ permet d'estimer m avec intervalle de confiance...

Propriété

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a.i.i.d. définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ telles que $\mathbb{E}[|X_1^2|] < \infty$. Alors pour $0 < \alpha < 1$ avec q_p quantile de $\mathcal{N}(0,1)$ d'ordre p et n grand

$$\mathbb{P}\left(\overline{X}_n - q_{1-\alpha/2}\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + q_{1-\alpha/2}\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1-\alpha$$

$\Longrightarrow \left[\overline{X}_n - 1.96\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\,\frac{\overline{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$ intervalle confiance 95%

Exemple : Si $X_i \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{B}(p)$ alors un intervalle confiance à 95% de p

$$\left[\overline{X}_n - 1.96\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}} \leq m \leq \overline{X}_n + 1.96\sqrt{\frac{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}{n}}\right]$$

Estimation d'une intégrale par méthode MC

Soit $I = \displaystyle\int_a^b g(t)dt \implies \widehat{I}_n = (b-a)\,\overline{g(X_n)}$ estime I où $X_1 \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{U}([a,b])$

Propriété

Soit $I = \displaystyle\int_a^b g(t)dt$ avec $\int_a^b \left(|g(t)| + g^2(t)\right) dt < \infty$ où g continue par morceaux sur $]a,b[$. Si $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a.i.i.d. de loi $\mathcal{U}([a,b])$, alors pour $0 < \alpha < 1$ avec q_p quantile de $\mathcal{N}(0,1)$ d'ordre p et n grand

$$\mathbb{P}\left(\widehat{I}_n - q_{1-\alpha/2}\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq I \leq \widehat{I}_n + q_{1-\alpha/2}\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1-\alpha$$

où $\widehat{I}_n = \dfrac{b-a}{n}\left(g(X_1) + \cdots + g(X_n)\right)$ *et* $\widehat{\sigma}_n^2 = \dfrac{(b-a)^2}{n}\left(g^2(X_1) + \cdots + g^2(X_n)\right) - \left(\widehat{I}_n\right)^2$

Exemple : Pour $I = 4\int_0^1 \sqrt{1-t^2}\,dt = \pi$ alors un intervalle confiance à 95% de $I = \pi$ est : $\left[\widehat{I}_n - 1.96\,\dfrac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq I \leq \widehat{I}_n + 1.96\,\dfrac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$

Estimation d'une intégrale par méthode MC

Soit $I = \int_a^b g(t)dt \implies \widehat{I}_n = (b-a)\,\overline{g(X_n)}$ estime I où $X_1 \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{U}([a,b])$

Propriété

Soit $I = \int_a^b g(t)dt$ avec $\int_a^b \left(|g(t)| + g^2(t)\right) dt < \infty$ où g continue par morceaux sur $]a,b[$. Si $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ suite de v.a.i.i.d. de loi $\mathcal{U}([a,b])$, alors pour $0 < \alpha < 1$ avec q_p quantile de $\mathcal{N}(0,1)$ d'ordre p et n grand

$$\mathbb{P}\left(\widehat{I}_n - q_{1-\alpha/2}\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq I \leq \widehat{I}_n + q_{1-\alpha/2}\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1-\alpha$$

où $\widehat{I}_n = \frac{b-a}{n}\left(g(X_1)+\cdots+g(X_n)\right)$ *et* $\widehat{\sigma}_n^2 = \frac{(b-a)^2}{n}\left(g^2(X_1)+\cdots+g^2(X_n)\right) - \left(\widehat{I}_n\right)^2$

Exemple : Pour $I = 4\int_0^1 \sqrt{1-t^2}\,dt = \pi$ alors un intervalle confiance à 95% de $I=\pi$ est : $\left[\widehat{I}_n - 1.96\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq I \leq \widehat{I}_n + 1.96\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$

Estimation d'une intégrale par méthode MC

Soit $I = \int_a^b g(t)dt \implies \widehat{I}_n = (b-a)\,\overline{g(X_n)}$ estime I où $X_1 \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{U}([a,b])$

Propriété

Soit $I = \int_a^b g(t)dt$ *avec* $\int_a^b \left(|g(t)| + g^2(t)\right) dt < \infty$ *où* g *continue par morceaux sur* $]a,b[$. *Si* $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. de loi* $\mathcal{U}([a,b])$, *alors pour* $0 < \alpha < 1$ *avec* q_p *quantile de* $\mathcal{N}(0,1)$ *d'ordre* p *et* n *grand*

$$\mathbb{P}\left(\widehat{I}_n - q_{1-\alpha/2}\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq I \leq \widehat{I}_n + q_{1-\alpha/2}\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1-\alpha$$

où $\widehat{I}_n = \frac{b-a}{n}\left(g(X_1) + \cdots + g(X_n)\right)$ *et* $\widehat{\sigma}_n^2 = \frac{(b-a)^2}{n}\left(g^2(X_1) + \cdots + g^2(X_n)\right) - \left(\widehat{I}_n\right)^2$

Exemple : Pour $I = 4\int_0^1 \sqrt{1-t^2}\,dt = \pi$ alors un intervalle confiance à 95% de $I = \pi$ est : $\left[\widehat{I}_n - 1.96\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq I \leq \widehat{I}_n + 1.96\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$

Estimation d'une intégrale par méthode MC

Soit $I = \int_a^b g(t)dt \implies \widehat{I}_n = (b-a)\,\overline{g(X_n)}$ estime I où $X_1 \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{U}([a,b])$

Propriété

Soit $I = \int_a^b g(t)dt$ *avec* $\int_a^b \left(|g(t)| + g^2(t)\right) dt < \infty$ *où* g *continue par morceaux sur* $]a,b[$. *Si* $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. de loi* $\mathcal{U}([a,b])$, *alors pour* $0 < \alpha < 1$ *avec* q_p *quantile de* $\mathcal{N}(0,1)$ *d'ordre* p *et* n *grand*

$$\mathbb{P}\left(\widehat{I}_n - q_{1-\alpha/2}\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq I \leq \widehat{I}_n + q_{1-\alpha/2}\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1-\alpha$$

où $\widehat{I}_n = \frac{b-a}{n}\left(g(X_1)+\cdots+g(X_n)\right)$ *et* $\widehat{\sigma}_n^2 = \frac{(b-a)^2}{n}\left(g^2(X_1)+\cdots+g^2(X_n)\right) - (\widehat{I}_n)^2$

Exemple : Pour $I = 4\int_0^1 \sqrt{1-t^2}\,dt = \pi$ alors un intervalle confiance à 95% de $I = \pi$ est : $\left[\widehat{I}_n - 1.96\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq I \leq \widehat{I}_n + 1.96\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$

Estimation d'une intégrale par méthode MC

Soit $I = \int_a^b g(t)dt \implies \widehat{I}_n = (b-a)\,\overline{g(X_n)}$ estime I où $X_1 \overset{\mathcal{L}}{\sim} \mathcal{U}([a,b])$

Propriété

Soit $I = \int_a^b g(t)dt$ *avec* $\int_a^b \left(|g(t)| + g^2(t)\right) dt < \infty$ *où* g *continue par morceaux sur* $]a,b[$*. Si* $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *suite de v.a.i.i.d. de loi* $\mathcal{U}([a,b])$*, alors pour* $0 < \alpha < 1$ *avec* q_p *quantile de* $\mathcal{N}(0,1)$ *d'ordre* p *et* n *grand*

$$\mathbb{P}\left(\widehat{I}_n - q_{1-\alpha/2}\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq I \leq \widehat{I}_n + q_{1-\alpha/2}\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right) \simeq 1-\alpha$$

où $\widehat{I}_n = \frac{b-a}{n}\left(g(X_1)+\cdots+g(X_n)\right)$ *et* $\widehat{\sigma}_n^2 = \frac{(b-a)^2}{n}\left(g^2(X_1)+\cdots+g^2(X_n)\right) - \left(\widehat{I}_n\right)^2$

Exemple : Pour $I = 4\int_0^1 \sqrt{1-t^2}\,dt = \pi$ alors un intervalle confiance à 95% de $I=\pi$ est : $\left[\widehat{I}_n - 1.96\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}} \leq I \leq \widehat{I}_n + 1.96\,\frac{\widehat{\sigma}_n}{\sqrt{n}}\right]$

Comparaison avec les autres méthodes de calcul d'intégrales

Défauts :

1. Intervalles de confiance au lieu d'erreurs déterministes
2. Vitesse en $\frac{1}{\sqrt{n}}$ au lieu de $\frac{1}{n}$ (Rectangles), $\frac{1}{n^2}$ (Trapèzes) ou $\frac{1}{n^4}$ (Simpson)

Avantages :

1. Valable même si la fonction n'est pas dérivable
2. Intervalle de confiance en $1/\sqrt{n}$ pour intégrales multiples

Comparaison avec les autres méthodes de calcul d'intégrales

Défauts :

1. Intervalles de confiance au lieu d'erreurs déterministes
2. Vitesse en $\frac{1}{\sqrt{n}}$ au lieu de $\frac{1}{n}$ (Rectangles), $\frac{1}{n^2}$ (Trapèzes) ou $\frac{1}{n^4}$ (Simpson)

Avantages :

1. Valable même si la fonction n'est pas dérivable
2. Intervalle de confiance en $1/\sqrt{n}$ pour intégrales multiples

Comparaison avec les autres méthodes de calcul d'intégrales

Défauts :

1. Intervalles de confiance au lieu d'erreurs déterministes
2. Vitesse en $\frac{1}{\sqrt{n}}$ au lieu de $\frac{1}{n}$ (Rectangles), $\frac{1}{n^2}$ (Trapèzes) ou $\frac{1}{n^4}$ (Simpson)

Avantages :

1. Valable même si la fonction n'est pas dérivable
2. Intervalle de confiance en $1/\sqrt{n}$ pour intégrales multiples

Comparaison avec les autres méthodes de calcul d'intégrales

Défauts :

1. Intervalles de confiance au lieu d'erreurs déterministes
2. Vitesse en $\frac{1}{\sqrt{n}}$ au lieu de $\frac{1}{n}$ (Rectangles), $\frac{1}{n^2}$ (Trapèzes) ou $\frac{1}{n^4}$ (Simpson)

Avantages :

1. Valable même si la fonction n'est pas dérivable
2. Intervalle de confiance en $1/\sqrt{n}$ pour intégrales multiples

Comparaison avec les autres méthodes de calcul d'intégrales

Défauts :

1. Intervalles de confiance au lieu d'erreurs déterministes
2. Vitesse en $\frac{1}{\sqrt{n}}$ au lieu de $\frac{1}{n}$ (Rectangles), $\frac{1}{n^2}$ (Trapèzes) ou $\frac{1}{n^4}$ (Simpson)

Avantages :

1. Valable même si la fonction n'est pas dérivable
2. Intervalle de confiance en $1/\sqrt{n}$ pour intégrales multiples